

## ESERCIZI PROPOSTI

### Argomenti:

A1 Momento frenante  $M_{fr}$  – Albero motore

A2 Momento frenante  $M_{fr}$  – Volano

B Freno a nastro differenziale

C Freno a nastro

D1 Freno a ceppo – Apparecchio di sollevamento

D2 Freno a ceppo – Volano

E Freno a tamburo

F Freno a disco

### A1 | Esercizio 1



L'albero motore di una macchina ha una frequenza di rotazione pari a 1600 giri/min; il momento resistente, dovuto all'attrito dei perni, è  $M_r = 35 \text{ N} \cdot \text{m}$ ; il momento motore vale  $450 \text{ N} \cdot \text{m}$ ; il momento d'inerzia delle masse volaniche è pari a  $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Si richiede di determinare l'entità del momento frenante necessario per ridurre la velocità di rotazione a 380 giri/min in 8 secondi.

$$[\omega_0 \approx 167,55 \text{ rad/s}; \omega_f \approx 39,79 \text{ rad/s}; M_{fr} \approx 574,7 \text{ N} \cdot \text{m}]$$

### A2 | Esercizio 2



Determinare il momento frenante necessario per fermare in 4 secondi delle masse volaniche rotanti con velocità angolare  $\omega_0 = 125 \text{ rad/s}$ ; il momento motore è  $M_m = 1100 \text{ N} \cdot \text{m}$ ; il momento resistente è di entità trascurabile. Le masse in rotazione hanno un momento d'inerzia pari a  $18 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

$$[M_{fr} \approx 1662,5 \text{ N} \cdot \text{m}]$$

### B | Esercizio 3

Calcolare il momento frenante, le tensioni sui due rami del nastro e la forza che si deve applicare alla leva di comando di un freno a nastro differenziale a comando manuale, che deve arrestare in 0,6 secondi un carico  $Q = 7 \text{ kN}$ . Il carico è sospeso con una fune che si avvolge su un tamburo di diametro  $d_1 = 0,65 \text{ m}$  e viene fatto scendere con velocità costante  $v_0 = 1,8 \text{ m/s}$ . Il tamburo di avvolgimento della fune ha momento d'inerzia di massa  $J_1 = 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Il momento d'inerzia di massa della puleggia del freno differenziale è  $J_2 = 2,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ; trascurare il momento resistente dovuto all'attrito dei perni.

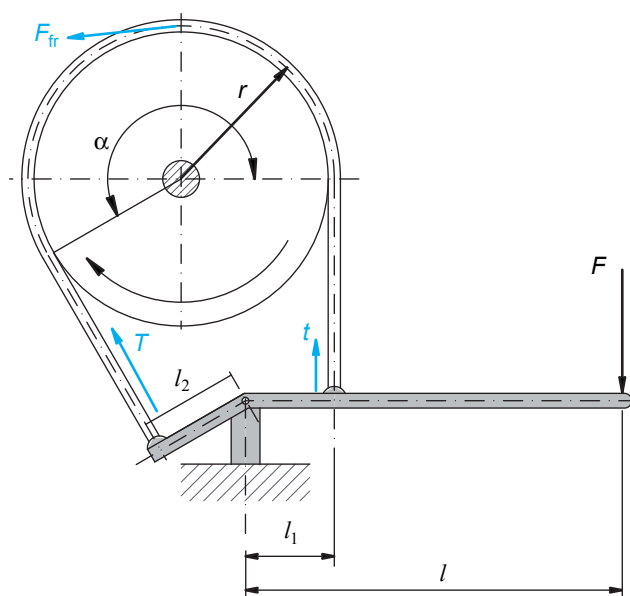
Le dimensioni di tentativo della leva, con riferimento ai simboli indicati in **Figura 1**, sono:  $l_2 = 25 \text{ mm}$ ;  $l_1 = 75 \text{ mm}$ ;  $l = 500 \text{ mm}$ . Il coefficiente d'attrito tra il nastro e la puleggia è  $f = 0,2$ ; il diametro della puleggia è  $d_2 = 0,9 \text{ m}$ .

$$[J = 4,5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; M_m = 2275 \text{ N} \cdot \text{m}; \omega_0 = 5,54 \text{ rad/s}; M_{fr} \approx 2316,55 \text{ N} \cdot \text{m}]$$

Se si adotta un angolo di avvolgimento del nastro sulla puleggia  $\alpha = 260^\circ$  (corrispondente a 4,538 radianti), si ha  $e^{f\alpha} \approx 2,478$  e quindi  $T \approx 8630,9 \text{ N}$ ,  $t \approx 3483 \text{ N}$  e infine  $F \approx 90,91 \text{ N}$

**Figura 1**

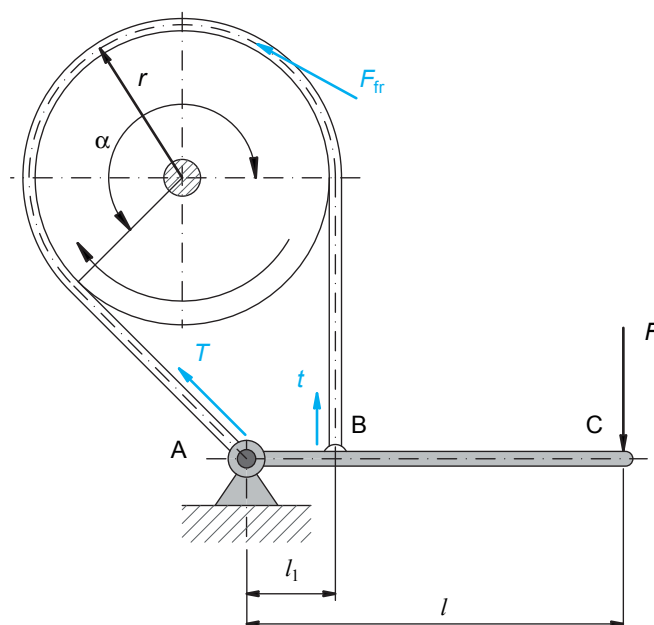
Freno a nastro differenziale (schema).

**C | Esercizio 4**

Un freno a nastro, realizzato secondo lo schema di **Figura 2**, ha le seguenti caratteristiche geometriche:  $l = 750 \text{ mm}$ ,  $l_1 = 65 \text{ mm}$ ; angolo di avvolgimento del nastro sulla puleggia  $\alpha = 240^\circ$ ; sezione del nastro  $60 \times 3 \text{ mm}$ . Il carico unitario di sicurezza del materiale di cui è costruito il nastro è  $\sigma_{adm} = 50 \text{ N/mm}^2$ ; il collegamento del nastro agli attacchi è stato realizzato con tre chiodi di diametro  $d = 6 \text{ mm}$ . Calcolare la forza massima che si può applicare all'estremità della leva di comando e la forza frenante corrispondente.

**Figura 2**

Freno a nastro ordinario (schema).



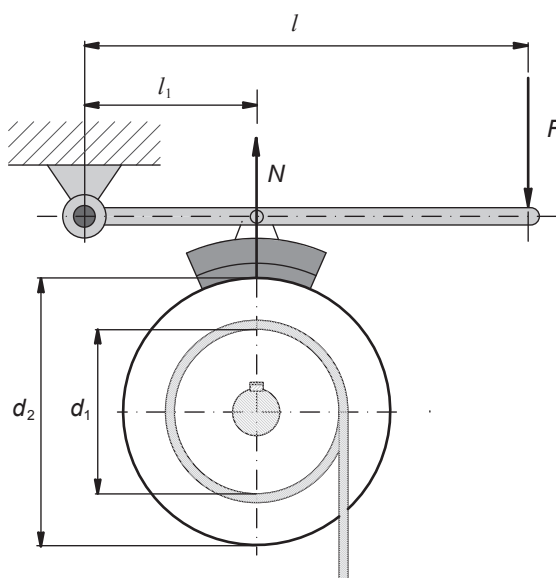
$[S_{res} = 126 \text{ mm}^2; T = 6300 \text{ N}.$  Se si pone  $f = 0,18$  e dato che è  $\alpha = 4,19$  radianti, risulta:  $e^{f\alpha} = 2,13$  e quindi  $t = 2957,75 \text{ N}$ ;  $F_{max} \approx 256,3 \text{ N}$ ;  $F_{fr} \approx 3342,25 \text{ N}$ ]

**D1 | Esercizio 5**

Una fune utilizzata in un apparecchio di sollevamento è messa in tensione da un peso  $Q = 1100 \text{ N}$ . La fune si avvolge su un tamburo di diametro  $d_1 = 200 \text{ mm}$  solidale a un freno a ceppo a comando manuale (**Figura 3**). Il coefficiente d'attrito tra il ceppo e la puleggia del freno è  $f = 0,4$ ; la puleggia ha diametro  $d_2 = 320 \text{ mm}$ . Calcolare la forza che occorre esercitare all'estremità della leva di comando del freno per mantenere in posizione il peso. Sono state assegnate inoltre le seguenti dimensioni:  $l_1 = 80 \text{ mm}$ ;  $l = 800 \text{ mm}$ .

**Figura 3**

Freno a ceppo a comando manuale (schema).



[ $M_0 = 110 \text{ N} \cdot \text{m}$  è il momento che fa scendere il peso;  
per l'equilibrio dei momenti deve essere:  $T = 687,5 \text{ N}$ ;  
di conseguenza è:  $N = 1718,75 \text{ N}$  e infine:  $F \approx 171,88 \text{ N}$ ]

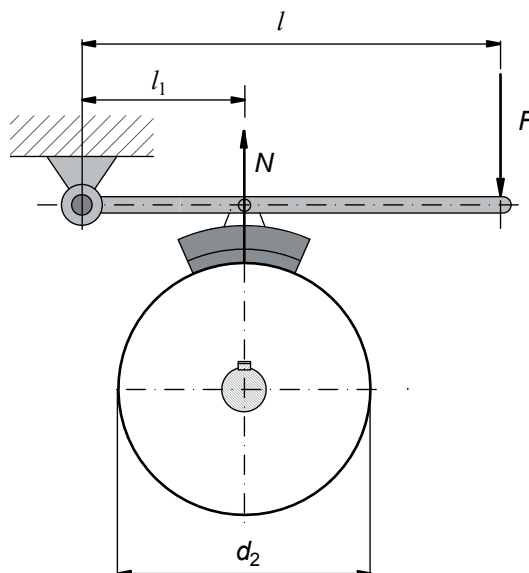
## D2 | Esercizio 6

Un freno a ceppo a comando manuale viene utilizzato per arrestare un volano che ruota con frequenza di rotazione  $n = 650$  giri/min. Il volano è in acciaio, ha momento d'inerzia di massa  $J = 14 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  e diametro  $d = 0,7 \text{ m}$ . Calcolare il peso che è necessario porre all'estremità della leva di comando per consentire al volano, a partire dall'istante d'inizio della manovra di frenatura, di effettuare al massimo 80 giri prima di fermarsi.

Sono state assegnate inoltre le seguenti dimensioni, con riferimento alla **Figura 4**:  $l = 650 \text{ mm}$ ;  $l_1 = 90 \text{ mm}$ . Adottare come coefficiente d'attrito  $f = 0,3$ .

**Figura 4**

Freno a ceppo a comando manuale (schema).



[All'inizio della manovra di frenatura l'energia cinetica di rotazione vale ancora  $E_1 \approx 32435 \text{ J}$ , con  $\omega_0 \approx 68,07 \text{ rad/s}$ . Questa energia si trasforma integralmente, durante la frenatura, in lavoro d'attrito. Dato che è  $\beta \approx 502,65 \text{ rad}$  l'angolo di cui ruota il volano nel corso di questa operazione, si ricava  $M_{fr} \approx 64,53 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,  $T \approx 184,37 \text{ N}$ ,  $N \approx 614,57 \text{ N}$  e infine  $F \approx 85,09 \text{ N}$ .

Occorre quindi porre all'estremità della leva una massa  $m \approx 8,67 \text{ kg}$ ]

### E | Esercizio 7



Sulle ruote posteriori di un autoveicolo di massa, a pieno carico,  $m = 1300 \text{ kg}$  sono montati freni a tamburo. Se, per ipotesi, nel corso della frenata il carico si ripartisce per il 70% sulle ruote anteriori e per il 30% su quelle posteriori, calcolare il momento frenante che si rende necessario per ciascuna ruota posteriore per arrestare il veicolo. Assumere come coefficiente d'attrito tra lo pneumatico e la sede stradale asfaltata, asciutta,  $f = 0,6$ . Il diametro delle ruote è  $d = 580 \text{ mm}$ .

[Il peso che si scarica sulle ruote posteriori è  $Q = 3825,9 \text{ N}$ . Su ciascuna delle due ruote posteriori grava quindi un carico  $Q_1 = 1913 \text{ N}$ . Il momento frenante, che durante la frenata deve eguagliare il momento di rotolamento, vale perciò:  $M_{fr} \approx 332,9 \text{ N} \cdot \text{m}$ ]

### F | Esercizio 8

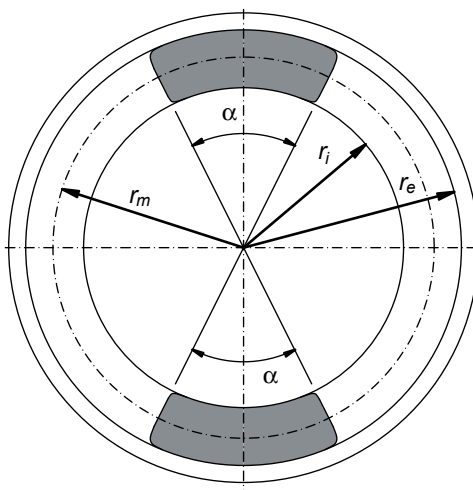
I pattini di un freno a disco hanno le seguenti dimensioni (Figura 5):

- raggio esterno:  $r_e = 170 \text{ mm}$ ;
- raggio interno:  $r_i = 120 \text{ mm}$ ;
- ampiezza angolare:  $\alpha = 65^\circ$ .

Il coefficiente d'attrito è  $f = 0,5$ ; la pressione ammissibile è  $p_{sp \text{ adm}} = 0,25 \text{ N/mm}^2$ . Determinare il valore del momento frenante massimo che può essere realizzato dal freno a disco.

**Figura 5**

Elementi per la determinazione dei parametri principali del freno a disco.



[Dato che è:  $r_m = 145 \text{ mm}$  e  $\alpha \approx 1,134 \text{ rad}$ , si ricava:  $M_{fr \text{ max}} \approx 298,03 \text{ N} \cdot \text{m}$ ]