

11.6

Dimostrazione della formula:

$$L_{ecc} = 60\,000 \cdot \varphi \cdot \frac{P_{ut} \text{ [kW]}}{n \text{ [giri/min]}}$$

Il lavoro L_p (misurato in joule) sviluppato in un giro è espresso dalla relazione:

$$L_p \text{ [J]} = M_{m \text{ medio}} \text{ [N} \cdot \text{m]} \cdot 2 \cdot \pi$$

dove: $M_{m \text{ medio}}$ = momento motore medio.

La frequenza di rotazione f [giri/s] di un albero rotante, nel nostro caso coincide con la velocità di rotazione n'' se anch'essa è misurata in giri/s.

Per compiere 1 giro, l'albero impiega un tempo chiamato *periodo* (T), misurato in secondi al giro (s/giro). Il periodo, quindi, è pari all'inverso della frequenza f , cioè:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{n''} \left[\frac{\text{s}}{\text{giro}} \right]$$

Nel compiere 1 giro, l'albero genera una potenza P_{ut} , espressa in watt, pari a:

$$P_{ut} \text{ [W]} = \frac{L_p \text{ [J]}}{T \text{ [s/giro]}} = \frac{L_p \text{ [J]}}{\frac{1}{n''} \text{ [s/giro]}} = L_p \text{ [J]} \cdot n'' \text{ [giri/s]} \quad (1)$$

Dato che P_{ut} è generalmente espressa in kilowatt, il prodotto ($1000 \cdot P_{ut}$) rappresenta la stessa potenza espressa in watt; si ha cioè:

$$P_{ut} \text{ [W]} = 1000 \cdot P_{ut} \text{ [kW]} \quad (2)$$

Se nell'espressione della potenza:

$$P_{ut} \text{ [W]} = M_{m \text{ medio}} \text{ [N} \cdot \text{m]} \cdot \omega \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

si sostituisce a ω la relazione:

$$\omega \text{ [s}^{-1}\text{]} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n \text{ [giri/min]}}{60}$$

si ottiene:

$$P_{ut} \text{ [W]} = M_{m \text{ medio}} \text{ [N} \cdot \text{m]} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n \text{ [giri/min]}}{60} \quad (3)$$

Se sostituiamo la (2) nella (3) ricaviamo:

$$P_{ut} \text{ [W]} = 1000 \cdot P_{ut} \text{ [kW]} = M_{m \text{ medio}} \text{ [N} \cdot \text{m]} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n \text{ [giri/min]}}{60}$$

Dato che è:

$$n'' \text{ [giri/s]} = \frac{n \text{ [giri/min]}}{60}$$

l'espressione (1):

$$P_{ut} \text{ [W]} = L_p \text{ [J]} \cdot n'' \text{ [giri/s]}$$

può scriversi:

$$P_{ut} [\text{W}] = L_p [\text{J}] \cdot \frac{n [\text{giri/min}]}{60}$$

da cui si ricava:

$$L_p [\text{J}] = \frac{P_{ut} [\text{W}] \cdot 60}{n [\text{giri/min}]} \quad (4)$$

In base alla (2), la (4) diviene:

$$L_p [\text{J}] = \frac{1000 \cdot P_{ut} [\text{kW}] \cdot 60}{n [\text{giri/min}]} = \frac{60\,000 \cdot P_{ut} [\text{kW}]}{n [\text{giri/min}]} \quad (5)$$

D'altra parte, dalla definizione del coefficiente di fluttuazione φ si ricava:

$$L_{ecc} = \varphi \cdot L_p \quad (6)$$

per cui, in base alla (5), la (6) può scriversi:

$$L_{ecc} = \varphi \cdot L_p = 60\,000 \cdot \varphi \cdot \frac{P_{ut} [\text{kW}]}{n [\text{giri/min}]} \quad [\text{J}]$$