

## 3.3

## Richiami sul moto armonico

Come si è detto nel primo volume di questo Corso, dato un punto materiale P che si muove con moto circolare uniforme lungo una circonferenza, il movimento del punto P', proiezione di P sul diametro di quella circonferenza, è un *moto armonico* (Figura 1).

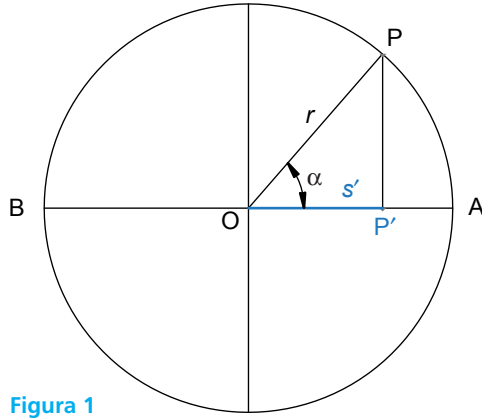


Figura 1

Il moto di P' è un moto rettilineo non uniforme; P' oscilla tra i due punti estremi A e B del diametro della circonferenza. La sua velocità è massima in O, nulla in A e B; la sua accelerazione raggiunge il valore massimo in A e B ed è nulla in O.

L'espressione dello spostamento s' del punto P' dal centro O della circonferenza (*centro dell'oscillazione*) vale:

$$\overline{OP'} = s' = r \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

dove  $\alpha$  è l'angolo descritto nel tempo  $t$  dal raggio  $OP = r$ .

Se si assume come punto iniziale del moto di P' il punto A, l'espressione dello spostamento AP' del punto P' dal punto A vale:

$$\overline{AP'} = r - r \cdot \cos \alpha$$

La velocità angolare  $\omega$  del punto P è il rapporto tra l'angolo  $\alpha$  descritto da P nel suo moto e il tempo  $t$  impiegato a descriverlo, cioè:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

da cui:

$$\alpha = \omega \cdot t \quad (2)$$

Se sostituiamo la (2) nella (1) ricaviamo la legge oraria del moto armonico:

$$s' = r \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (3)$$

La grandezza  $\omega$ , in un moto armonico, prende il nome di *pulsazione*.

Per *ampiezza* del moto armonico si intende il massimo spostamento del punto P' dal centro O, cioè il raggio  $r$  della circonferenza descritta da P.

L'espressione della velocità  $v_{P'}$  del punto  $P'$  che si muove di moto armonico è (Figura 2):

$$v_{P'} = v_P \cdot \sin \alpha = (\omega \cdot r) \cdot \sin \alpha = (\omega \cdot r) \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (4)$$

L'accelerazione  $a_{P'}$  di  $P'$  si ricava dalla formula (Figura 3):

$$a_{P'} = a_P \cdot \cos \alpha = (\omega^2 \cdot r) \cdot \cos \alpha = (\omega^2 \cdot r) \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (5)$$

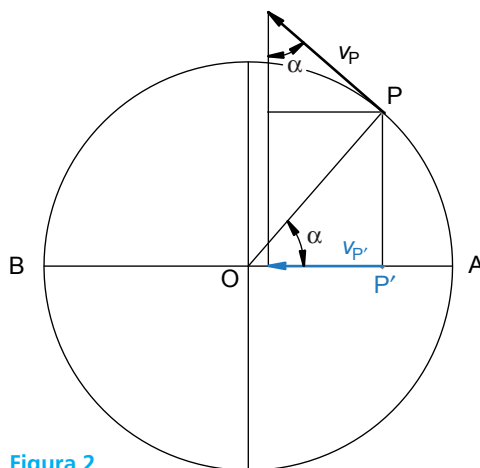


Figura 2

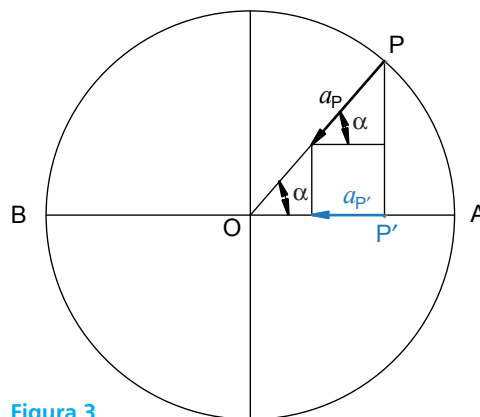


Figura 3

### Nota bene

Se si inserisce la (1), ovvero:

$$s' = r \cdot \cos \alpha$$

nella (5), cioè:

$$a_{P'} = (\omega^2 \cdot r) \cdot \cos \alpha$$

si ottiene:

$$a_{P'} = \omega^2 \cdot s' \quad (6)$$

Dato che è:

$$\omega = \text{cost.}$$

dalla (6) si ricava che in un moto armonico l'accelerazione istantanea  $a_{P'}$  è direttamente proporzionale allo spostamento  $s'$ , ovvero:

$$a_{P'} \propto s' \quad (\propto \text{significa proporzionale})$$

Questa è la proprietà che caratterizza il moto armonico. Di conseguenza, tutte le volte che l'accelerazione di un sistema in moto è proporzionale al suo spostamento, come ad esempio nel caso delle vibrazioni libere, quel sistema si muove con moto armonico.