

## 9.7

## Dimostrazione che la molla a lamina a pianta triangolare e spessore costante è una struttura a uniforme resistenza alla flessione

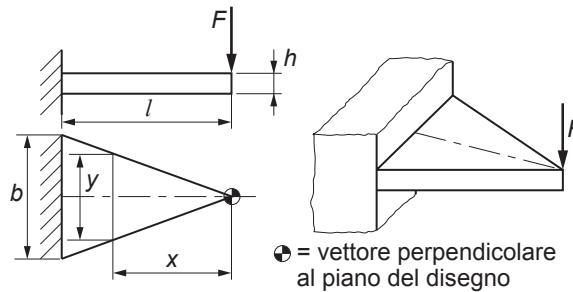
Se la molla a lamina a pianta triangolare e spessore costante è una struttura a uniforme resistenza alla flessione, essa deve presentare in ogni sezione trasversale la stessa tensione massima di flessione  $\sigma_{\max}$ .

Indichiamo con:

- $\sigma_{\max \text{ inc}}$  la tensione massima rilevabile sulle fibre estreme, superiori e inferiori, della lamina, in corrispondenza della sezione d'incastro;
- $b$  e  $h$  rispettivamente la larghezza e lo spessore di tale sezione (Figura 1).

**Figura 1**

Molla di flessione a lamina a pianta triangolare.



In base alla formula di Navier risulta:

$$\sigma_{\max \text{ inc}} = \frac{M_{f \text{ max}}}{W_f} = \frac{F \cdot l}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot F}{h^2} \cdot \frac{l}{b} \quad (1)$$

in quanto:

- il momento flettente  $M_{f \text{ max}}$  che agisce sulla sezione d'incastro è:

$$M_{f \text{ max}} = F \cdot l$$

- il modulo di resistenza a flessione  $W_f$  per le sezioni rettangolari, anch'esso calcolato nella sezione d'incastro, vale:

$$W_f = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2$$

Per quanto riguarda una generica sezione posta a distanza  $x$  dall'estremità libera, la  $\sigma_{\max}$  vale:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_f}{W_f} = \frac{F \cdot x}{\frac{1}{6} \cdot y \cdot h^2} = \frac{6 \cdot F}{h^2} \cdot \frac{x}{y} \quad (2)$$

in quanto:

- il momento flettente che agisce su tale sezione è:

$$M_f = F \cdot x$$

- il modulo di resistenza a flessione  $W_f$ , anch'esso calcolato nella sezione generica distante  $x$  dall'estremità libera, vale:

$$W_f = \frac{1}{6} \cdot y \cdot h^2$$

dove  $y$  rappresenta la larghezza di tale sezione.

S'è detto che la struttura è a uniforme resistenza a flessione se in ogni sezione si ha la stessa tensione massima  $\sigma_{\max}$ ; nel nostro caso, in ogni sezione deve essere verificata l'uguaglianza:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\max \text{ incastro}} \quad (3)$$

Se si confronta la (1) con la (2), si rileva che la condizione (3) è soddisfatta se risulta:

$$\frac{l}{b} = \frac{x}{y} \quad (4)$$

D'altra parte, con riferimento alla Figura 1, la relazione (4) è facilmente deducibile dalla similitudine tra i triangoli, entrambi isosceli, l'uno di base  $b$  e altezza  $l$  e l'altro di base  $y$  e altezza  $x$ .

Dunque, l'uguaglianza (3) resta verificata.

Dall'espressione (3) si ha perciò la conferma che una molla a lamina a pianta triangolare e spessore costante è un solido a uniforme resistenza alla flessione.