

## 1.4

Dimostrazione della formula:  $F_c = 2 \cdot b \cdot s \cdot \rho \cdot v_p^2$ 

La forza centrifuga elementare  $\Delta F_c$  (Figura 1) cui è sottoposto un elemento infinitesimo di cinghia di massa  $\Delta m$  che, in un istante generico, si avvolge sulla puleggia di diametro  $d$ , vale:

$$\Delta F_c = \frac{\Delta m \cdot v_p^2}{r} \quad (1)$$

dove:

$v_p$  = velocità periferica del tratto di cinghia elementare avente una lunghezza approssimabile a  $\Delta l$ ;

$r$  = raggio della puleggia ( $r = \frac{d}{2}$ ).

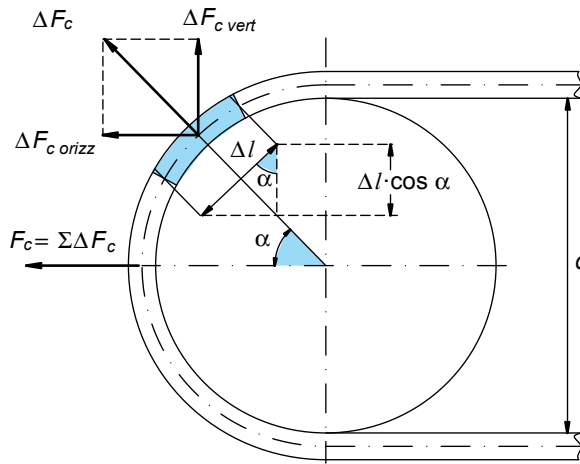


Figura 1

La massa  $\Delta m$  dell'elemento infinitesimo di cinghia è:

$$\Delta m = \rho \cdot \Delta V \quad (2)$$

dove con  $\rho$  si è indicata la massa volumica della cinghia e con  $\Delta V$  il volume dell'elemento infinitesimo. Il volume  $\Delta V$  di tale elemento vale:

$$\Delta V = b \cdot s \cdot \Delta l \quad (3)$$

dove con  $b$  e  $s$  si sono indicati rispettivamente la base e l'altezza della sezione rettangolare della cinghia.

Se si sostituisce la (3) nella (2) si ottiene:

$$\Delta m = \rho \cdot \Delta V = \rho \cdot b \cdot s \cdot \Delta l \quad (4)$$

Se si sostituisce la (4) nella (1) si ricava:

$$\Delta F_c = \frac{\Delta m \cdot v_p^2}{r} = \frac{\rho \cdot b \cdot s \cdot \Delta l \cdot v_p^2}{r} \quad (5)$$

La forza  $\Delta F_c$  può essere scomposta nelle due componenti, una orizzontale  $\Delta F_{c \text{ orizz}}$ , cioè diretta parallelamente alla retta che unisce i centri delle due pulegge, e l'altra verticale  $\Delta F_{c \text{ vert}}$ , cioè diretta normalmente alla retta che unisce i centri delle due pulegge. Queste componenti valgono rispettivamente:

$$\Delta F_{c \text{ orizz}} = \Delta F_c \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

e:

$$\Delta F_{c \text{ vert}} = \Delta F_c \cdot \sin \alpha$$

La componente verticale non ha alcun effetto sulla trasmissione in quanto è perfettamente equilibrata dalla componente verticale ad essa simmetrica, derivante dalla scomposizione della forza centrifuga elementare simmetrica a quella da noi presa in considerazione. Risulta cioè:

$$\sum \Delta F_{c \text{ vert}} = 0$$

Invece la componente orizzontale:

$$\Delta F_{c \text{ orizz}} = \Delta F_c \cdot \cos \alpha$$

non è compensata da altre forze. Esiste pertanto una risultante  $F_{c \text{ orizz}}$  che vale:

$$F_{c \text{ orizz}} = \sum \Delta F_{c \text{ orizz}} \quad (7)$$

La forza centrifuga risultante  $F_c$ , perciò, in quanto ha componente verticale nulla, è una forza puramente orizzontale che vale:

$$F_c = F_{c \text{ orizz}} = \sum \Delta F_{c \text{ orizz}} \quad (8)$$

Gli effetti di questa forza si ripercuotono sulle tensioni dei due rami di cinghia, sia del ramo conduttore sia del ramo condotto.

Se inseriamo la (5) nella (6) otteniamo:

$$\Delta F_{c \text{ orizz}} = \Delta F_c \cdot \cos \alpha = \frac{\rho \cdot b \cdot s \cdot \Delta l \cdot v_p^2}{r} \cdot \cos \alpha \quad (9)$$

Se si sostituisce la (9) nella (8) risulta:

$$F_c = F_{c \text{ orizz}} = \sum \Delta F_{c \text{ orizz}} = \sum \left( \frac{\rho \cdot b \cdot s \cdot \Delta l \cdot v_p^2}{r} \cdot \cos \alpha \right) \quad (10)$$

Se estraiano dalla sommatoria i termini costanti, otteniamo:

$$F_c = \frac{\rho \cdot b \cdot s \cdot v_p^2}{r} \cdot \sum (\Delta l \cdot \cos \alpha) \quad (11)$$

Ciascun prodotto parziale:

$$\Delta l \cdot \cos \alpha$$

rappresenta la proiezione dell'elemento infinitesimo  $\Delta l$  sulla retta normale alla congiungente i due centri delle pulegge. Se ne deduce allora che la sommatoria di tali prodotti è equivalente al diametro  $d$  della puleggia sulla quale si avvolge la cinghia.

Risulta cioè:

$$\sum (\Delta l \cdot \cos \alpha) = d = 2r \quad (12)$$

Se inseriamo la (12) nella (11) ricaviamo infine:

$$F_c = \frac{\rho \cdot b \cdot s \cdot v_p^2}{r} \cdot \sum (\Delta l \cdot \cos \alpha) = \frac{\rho \cdot b \cdot s \cdot v_p^2}{r} \cdot 2r \quad (13)$$

In seguito alle dovute semplificazioni, la (13) diviene:

$$F_c = 2 \cdot b \cdot s \cdot \rho \cdot v_p^2$$