

## 9.17

## Rigidezza e flessibilità compressive di un sistema elastico composto da molle in parallelo o da molle in serie

### Molle poste in parallelo

#### a) Calcolo della rigidezza complessiva

Per due o più molle poste in parallelo (Figura 1), valgono le seguenti relazioni:

$$F_{\text{tot}} = F_1 + F_2 + F_3 + \dots \quad (1)$$

ovvero: la forza complessiva  $F_{\text{tot}}$  si ripartisce in modo diverso tra le varie molle, e:

$$f = f_1 = f_2 = f_3 = \dots \quad (2)$$

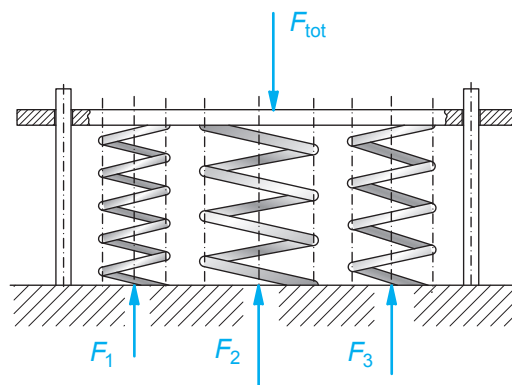
ovvero: tutte le molle subiscono la stessa deformazione.

**Figura 1**

Molle in parallelo: schema didattico.

$$F_{\text{tot}} = F_1 + F_2 + F_3$$

$$f = f_1 = f_2 = f_3$$



Dall'espressione della rigidezza:

$$K_r = \frac{F}{f}$$

si ricava:

$$F = K_r \cdot f$$

La (1) può scriversi:

$$K_{r\text{tot}} \cdot f = K_{r1} \cdot f_1 + K_{r2} \cdot f_2 + K_{r3} \cdot f_3 + \dots$$

Questa relazione, in base alla (2), diventa:

$$K_{r\text{tot}} \cdot f = K_{r1} \cdot f + K_{r2} \cdot f + K_{r3} \cdot f + \dots = f \cdot (K_{r1} + K_{r2} + K_{r3} + \dots)$$

da cui, fatte le dovute semplificazioni, si ottiene:

$$K_{r\text{tot}} = K_{r1} + K_{r2} + K_{r3} + \dots \quad (3)$$

Ciò significa che il sistema elastico costituito da due o più molle in parallelo ha una rigidezza pari alla somma delle rigidezze delle singole molle componenti.

#### b) Calcolo della flessibilità complessiva

Per quanto riguarda il calcolo della flessibilità complessiva di due o più molle poste in parallelo, si può procedere nel modo seguente.

Dato che per la (3) è:

$$K_{r\text{tot}} = K_{r1} + K_{r2} + K_{r3} + \dots$$

l'espressione precedente può anche scriversi:

$$\frac{1}{K_{f \text{ tot}}} = \frac{1}{K_{f1}} + \frac{1}{K_{f2}} + \frac{1}{K_{f3}} + \dots \quad (4)$$

in quanto è:

$$K_r = \frac{1}{K_f}$$

Dall'espressione (4) si ottiene:

$$K_{f \text{ tot}} = \frac{1}{\frac{1}{K_{f1}} + \frac{1}{K_{f2}} + \frac{1}{K_{f3}} + \dots}$$

Dalla (4) si ricava che se poniamo in parallelo due o più molle, la flessibilità complessiva  $K_{f \text{ tot}}$  risulta inferiore alla flessibilità di ciascuna molla. Infatti ciascun membro della sommatoria:

$$\frac{1}{K_{f1}} + \frac{1}{K_{f2}} + \frac{1}{K_{f3}} + \dots$$

dell'espressione (4) è sicuramente minore della somma, cioè di  $\frac{1}{K_{f \text{ tot}}}$ . Quindi il denominatore di  $\frac{1}{K_{f \text{ tot}}}$ , cioè  $K_{f \text{ tot}}$ , è sicuramente minore di ogni denominatore

delle singole frazioni  $\frac{1}{K_{f1}}$ ,  $\frac{1}{K_{f2}}$ ,  $\frac{1}{K_{f3}}$ , .... ecc., cioè di  $K_{f1}$ , di  $K_{f2}$ , di  $K_{f3}$  ecc.

## Molle poste in serie

### a) Calcolo della flessibilità complessiva

Per due o più molle poste in serie (Figura 2) valgono le seguenti relazioni:

$$F_{\text{tot}} = F_1 = F_2 = F_3 = \dots \quad (1')$$

ovvero: ogni molla componente è soggetta allo stesso carico  $F_{\text{tot}}$ ;

$$f = f_1 + f_2 + f_3 + \dots \quad (2')$$

ovvero: la freccia della molla composta è pari alla somma delle frecce delle singole molle.

La flessibilità  $K_{f \text{ tot}}$  della molla composta vale:

$$K_{f \text{ tot}} = \frac{f}{F} \quad (3')$$

In base alla (2'), la (3') può scriversi:

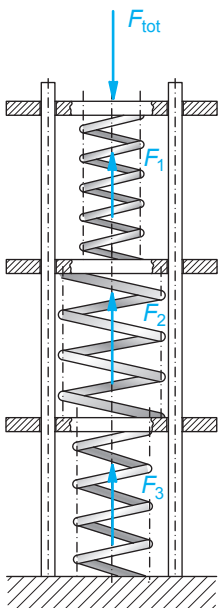
$$K_{f \text{ tot}} = \frac{f}{F} = \frac{f_1 + f_2 + f_3 + \dots}{F} = \frac{f_1}{F} + \frac{f_2}{F} + \frac{f_3}{F} + \dots \quad (4')$$

ovvero, in base alla (1'):

$$K_{f \text{ tot}} = \frac{f_1}{F_1} + \frac{f_2}{F_2} + \frac{f_3}{F_3} + \dots$$

Dal momento che è:

$$K_{f1} = \frac{f_1}{F_1}; K_{f2} = \frac{f_2}{F_2}; K_{f3} = \frac{f_3}{F_3}$$



**Figura 2**

Molle in serie: schema didattico.

$$F_{\text{tot}} = F_1 = F_2 = F_3$$

$$f = f_1 + f_2 + f_3$$

la (4') diventa:

$$K_{f\text{ tot}} = K_{f1} + K_{f2} + K_{f3} + \dots$$

ovvero: la flessibilità di due o più molle poste in serie è pari alla somma delle flessibilità delle singole molle.

### b) Calcolo della rigidezza complessiva

Per quanto riguarda il calcolo della rigidezza complessiva di due o più molle poste in serie, si può procedere nel modo seguente.

Dato che è:

$$K_{f\text{ tot}} = K_{f1} + K_{f2} + K_{f3} + \dots \quad (5)$$

l'espressione (5) può scriversi:

$$\frac{1}{K_{r\text{ tot}}} = \frac{1}{K_{r1}} + \frac{1}{K_{r2}} + \frac{1}{K_{r3}} + \dots \quad (6)$$

in quanto è:

$$K_f = \frac{1}{K_r}$$

Dall'espressione (6) si ottiene:

$$K_{r\text{ tot}} = \frac{1}{\frac{1}{K_{r1}} + \frac{1}{K_{r2}} + \frac{1}{K_{r3}} + \dots}$$

Dalla (6) si ricava che se poniamo in serie due o più molle, la rigidezza complessiva  $K_{r\text{ tot}}$  è inferiore alla rigidezza di ciascuna molla. Infatti ciascun membro della sommatoria  $\frac{1}{K_{r1}} + \frac{1}{K_{r2}} + \frac{1}{K_{r3}} + \dots$  dell'espressione (4) è sicuramente

minore della somma, cioè di  $\frac{1}{K_{r\text{ tot}}}$ . Quindi il denominatore di  $\frac{1}{K_{r\text{ tot}}}$ , cioè  $K_{r\text{ tot}}$ ,

è sicuramente minore di ogni denominatore delle frazioni  $\frac{1}{K_{r1}}, \frac{1}{K_{r2}}, \frac{1}{K_{r3}}, \dots$  ecc., cioè di  $K_{r1}$ , di  $K_{r2}$ , di  $K_{r3}$  ecc.