

## 3.10

Procedimento grafico di costruzione del diagramma ( $v_p$ ,  $S_p$ )

Ci proponiamo di costruire graficamente il diagramma della velocità  $v_p$  del piede di biella P in funzione dello spostamento  $S_p$  del punto P.

Consideriamo la configurazione generica del manovellismo di spinta rotativa di **Figura 1**. Indichiamo con  $\alpha_1$  l'angolo di manovella,  $\beta_1$  l'angolo di biella,  $r$  la lunghezza della manovella e  $l$  quella della biella.

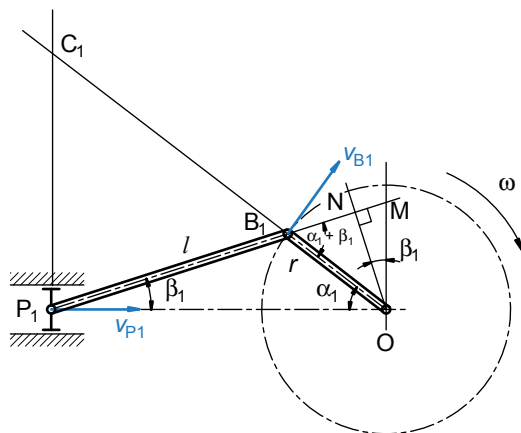


Figura 1

Prolunghiamo il segmento  $P_1B_1$  fino a incontrare in M la verticale innalzata dal centro O.

È necessario, a questo punto, conoscere la posizione del centro di istantanea rotazione  $C_1$  della biella in questa configurazione; esso viene determinato come punto d'incontro delle normali alle traiettorie dei punti  $P_1$  e  $B_1$ .

Tracciamo le normali alle traiettorie dei punti  $P_1$  e  $B_1$  d'estremità della biella:

- la traiettoria descritta da  $P_1$  è rettilinea e giace sulla retta  $P_1O$ ; la normale in  $P_1$  a questa traiettoria è quindi la retta  $P_1C_1$ , perpendicolare in  $P_1$  a  $P_1O$ ;
- la traiettoria di  $B_1$  è la circonferenza di centro O e raggio  $OB_1$ ; la normale in  $B_1$  a questa traiettoria è quindi la retta  $OB_1$  che congiunge il centro O della circonferenza con il punto  $B_1$ .

Il punto  $C_1$ , intersezione delle rette  $OB_1$  e  $P_1C_1$ , è il centro di istantanea rotazione cercato.

Dal momento che i triangoli  $P_1B_1C_1$  e  $B_1OM$  hanno gli angoli ordinatamente uguali, essi sono simili. Possiamo quindi scrivere la proporzione:

$$\frac{\overline{OM}}{\overline{OB_1}} = \frac{\overline{P_1C_1}}{\overline{B_1C_1}} \quad (1)$$

D'altra parte il punto  $B_1$ , se considerato appartenente alla manovella, è caratterizzato dalla velocità:

$$v_{B1} = \omega \cdot r \quad (2)$$

dove  $\omega$  è la velocità angolare della manovella.

Se invece lo si considera appartenente alla biella, il suo moto istantaneo è di rotazione attorno a  $C_1$ , per cui è anche:

$$v_{B1} = \omega_c \cdot \overline{B_1C_1} \quad (3)$$

dove  $\omega_C$  è la velocità angolare della biella rispetto a  $C_1$ .

Analogamente è anche:

$$v_{P1} = \omega_C \cdot \overline{P_1 C_1} \quad (4)$$

Se dividiamo membro a membro la (4) e la (3) otteniamo:

$$\frac{v_{P1}}{v_{B1}} = \frac{\omega_C \cdot \overline{P_1 C_1}}{\omega_C \cdot \overline{B_1 C_1}} = \frac{\overline{P_1 C_1}}{\overline{B_1 C_1}} \quad (5)$$

In base alla (1) la (5) può scriversi:

$$\frac{\overline{P_1 C_1}}{\overline{B_1 C_1}} = \frac{v_{P1}}{v_{B1}} = \frac{\overline{OM}}{\overline{OB_1}}$$

ovvero:

$$v_{P1} = v_{B1} \cdot \frac{\overline{OM}}{\overline{OB_1}} = v_{B1} \cdot \frac{\overline{OM}}{r} \quad (6)$$

in quanto è:

$$\overline{OB_1} = r$$

Se sostituiamo la (2):

$$v_{B1} = \omega \cdot r$$

nella (6) otteniamo:

$$v_{P1} = \omega \cdot r \cdot \frac{\overline{OM}}{r} = \omega \cdot \overline{OM}$$

Dunque, il segmento  $\overline{OM}$  rappresenta, “a meno di  $\omega$ ”, cioè per  $\omega = 1$  rad/s, la velocità istantanea del piede di biella in una generica configurazione del manovellismo.

Si trasla il segmento  $\overline{OM}$  in corrispondenza della posizione del punto  $P_1$ : si ottiene così il segmento  $\overline{P_1 F_1}$  (Figura 2).

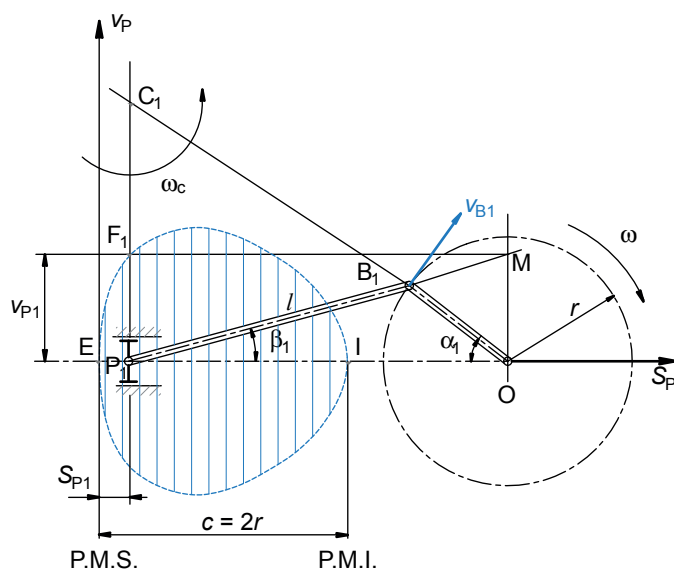


Figura 2

Si ripete la costruzione di un nuovo segmento  $\overline{OM}$  per ogni generica posizione di P.

Si trasla tale segmento in corrispondenza della relativa posizione del punto P: si ottengono così i segmenti  $P_2F_2, P_3F_3$  ecc.

Si congiungono infine tutti i punti come  $F_1$  ( $F_2, F_3$  ecc.) così determinati e si ottiene il diagramma di Figura 2.

I punti E e I rappresentano rispettivamente il P.M.S. e il P.M.I. del manovellismo; la loro distanza reciproca è la corsa  $c = 2r$ .

Da questo diagramma si rileva che la velocità massima non si ha in corrispondenza di uno spostamento di P pari a  $\frac{c}{2}$ , quando cioè è  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  ma:

- con un leggero anticipo rispetto a tale posizione se:
  - P si sposta dal P.M.S. al P.M.I.;
- con un leggero ritardo quando:
  - questo spostamento avviene in senso opposto.

Tutto ciò avviene in perfetta analogia con quanto si è osservato dall'analisi del diagramma ( $v_p, \alpha$ ).