

## 8.7

## Dimostrazione della formula:

$$l = \frac{K_1 \cdot K_3}{K_2} \cdot d$$

Nell'ipotesi di assenza di forzamenti iniziali, la pressione specifica  $p$  che si origina tra i fianchi delle scanalature del mozzo e quelli dei risalti dell'albero, in un funzionamento regolare deve verificare la condizione:

$$p \leq p_{\text{adm}}$$

dove  $p_{\text{adm}}$  è la pressione ammissibile nello schiacciamento reciproco tra i suddetti elementi.

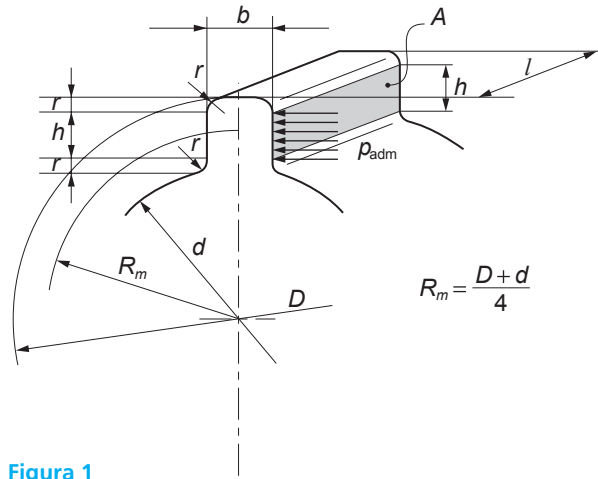


Figura 1

Con riferimento ai simboli di **Figura 1**, il momento torcente da trasmettere  $M_t$  produce una forza  $F$ , tangente alla circonferenza di raggio  $R_m$ , che vale:

$$F = \frac{M_t}{R_m} \quad (1)$$

Questa forza genera sulla superficie di contatto la pressione:

$$p = \frac{F}{z_{\text{ris}} \cdot A_{\text{teor}}} \quad (2)$$

dove con  $z_{\text{ris}}$  si è indicato il numero di risalti presenti sull'albero scanalato e con  $A_{\text{teor}}$  l'area teorica di contatto per ogni risalto. Questa area vale:

$$A_{\text{teor}} = l \cdot h \quad (3)$$

con  $l$  e  $h$  rispettivamente lunghezza e altezza utili del risalto.

D'altra parte è anche:

$$h = \left( \frac{D-d}{2} - 2 \cdot r \right) \quad (4)$$

dove  $r$  è il raggio dei raccordi sulla sommità e alla base del risalto stesso. Se si inserisce la (4) nella (3) si ottiene:

$$A_{\text{teor}} = l \cdot \left( \frac{D-d}{2} - 2 \cdot r \right) \quad (5)$$

In realtà non tutta l'area  $A_{\text{teor}}$  viene utilizzata nel contatto. Si tiene conto di ciò con l'inserimento nell'espressione (5) di un coefficiente  $\gamma$ , compreso tra zero e uno, che esprime la non completa utilizzazione di tale superficie. Quest'ultima relazione allora diviene:

$$A = \gamma \cdot l \cdot \left( \frac{D-d}{2} - 2 \cdot r \right) \quad (6)$$

dove  $A$  è l'area effettiva di contatto tra il fianco del risalto e quello della scanalatura.

Il momento torcente da trasmettere, in base all'espressione (1) vale:

$$M_t = F \cdot R_m \quad (7)$$

Dato che è:

$$R_m = \frac{D+d}{4}$$

la relazione (7) può anche scriversi:

$$M_t = F \cdot \frac{D+d}{4} \quad (8)$$

Dall'espressione (2) si ha:

$$F = p \cdot z_{\text{ris}} \cdot A$$

ovvero, in base alla (6):

$$F = p \cdot z_{\text{ris}} \cdot \gamma \cdot l \cdot \left( \frac{D-d}{2} - 2 \cdot r \right) \quad (9)$$

Se si inserisce l'espressione (9) nella (8) si ottiene:

$$M_t = p \cdot z_{\text{ris}} \cdot \gamma \cdot l \cdot \left( \frac{D-d}{2} - 2 \cdot r \right) \cdot \frac{D+d}{4} \quad (10)$$

Dall'espressione della tensione interna massima dovuta alla torsione:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_t}{W_t}$$

si ricava:

$$M_t = \tau_{\text{max}} \cdot W_t \quad (11)$$

Il modulo di resistenza a torsione delle sezioni circolari è:

$$W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

per cui l'espressione (11) può scriversi:

$$M_t = \tau_{\text{max}} \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad (12)$$

Dal confronto tra le relazioni (10) e (12) si ricava:

$$M_t = p \cdot z_{\text{ris}} \cdot \gamma \cdot l \cdot \left( \frac{D-d-4 \cdot r}{2} \right) \cdot \frac{D+d}{4} = \tau_{\text{max}} \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

ovvero, se si esplicita  $l$ :

$$l = \left( \frac{\pi}{2 \cdot \gamma} \right) \cdot \left( \frac{\tau_{\max}}{p} \right) \cdot \left[ \frac{z_{\text{ris}} \cdot d^2}{(D - d - 4 \cdot r) \cdot (D + d)} \right] \cdot d$$

Se si pone:

$$K_1 = \frac{\pi}{2 \cdot \gamma}; K_2 = \frac{p}{\tau_{\max}}; K_3 = \frac{z_{\text{ris}} \cdot d^2}{(D - d - 4 \cdot r) \cdot (D + d)} \quad (13)$$

dove  $K_1$ ,  $K_2$  e  $K_3$  sono coefficienti che tengono conto:

$K_1$ : del grado di utilizzazione della superficie di contatto;

$K_2$ : della resistenza dei materiali delle superfici a contatto;

$K_3$ : della geometria dell'albero scanalato;

l'espressione (13) diviene:

$$l = \frac{K_1 \cdot K_3}{K_2} \cdot d \quad (14)$$