

## 1.7

## Dimostrazione della formula:

$$f' = \frac{f}{\sin \beta + f \cdot \cos \beta} \quad (1)$$

Per dimostrare la validità dell'espressione (1) ci riferiamo alla **Figura 1**, nella quale si sono indicati con:

- $2\beta$ : l'angolo formato dalle due facce della gola di una puleggia trapezoidale;
- $F$ : la forza radiale dovuta alla tensione di montaggio; questa forza spinge la cinghia trapezoidale nella corrispondente gola;
- $f$ : il coefficiente d'attrito radente tra le superfici a contatto, cioè tra le pareti della gola e il rivestimento esterno della cinghia;
- $N$ : ciascuna delle due reazioni, normali alle superfici laterali della gola, prodotte dall'incuneamento della cinghia nella gola stessa.

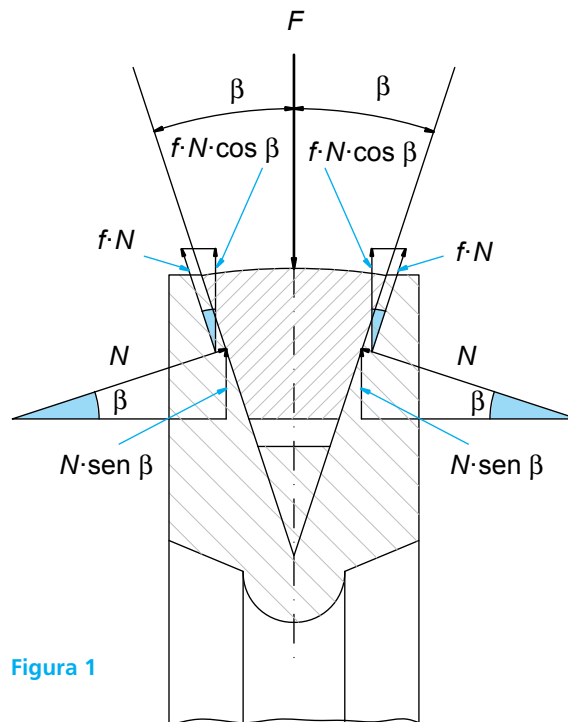


Figura 1

Poniamo la condizione di equilibrio tra le forze agenti radialmente nell'accoppiamento tra la cinghia trapezoidale e la relativa gola. La direzione radiale di queste forze è la direzione verticale di Figura 1.

Abbiamo:

$$F = 2 (N \cdot \sin \beta + f \cdot N \cdot \cos \beta)$$

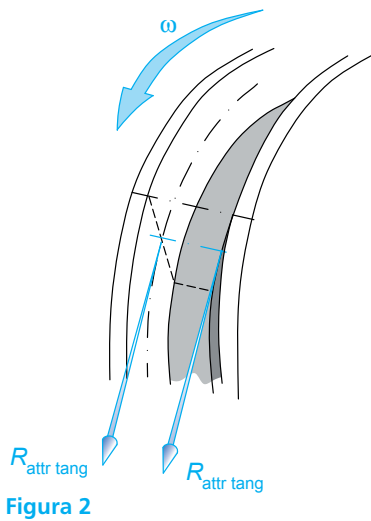
ovvero, se raccogliamo  $N$  a fattor comune:

$$F = 2 N \cdot (\sin \beta + f \cdot \cos \beta)$$

Se risolviamo rispetto a  $N$  otteniamo:

$$N = \frac{F}{2 \cdot (\sin \beta + f \cdot \cos \beta)} \quad (2)$$

La forza  $N$  rappresenta ciascuna delle due reazioni esercitate sulla cinghia dalle superfici laterali della gola; tali reazioni sono dovute all'azione della forza  $F$  che spinge la cinghia nella gola stessa.



Durante il funzionamento, tra la cinghia e ciascun fianco della gola nasce una resistenza d'attrito tangenziale  $R_{\text{attr tang}}$  (Figura 2). Essa vale:

$$R_{\text{attr tang}} = f \cdot N \quad (3)$$

Questa forza si oppone allo slittamento e in tal modo favorisce la trasmissione del moto.

Se sostituiamo la (2) nella (3) abbiamo:

$$R_{\text{attr tang}} = f \cdot \frac{F}{2 \cdot (\sin \beta + f \cdot \cos \beta)}$$

Dunque, la forza d'attrito tangenziale complessiva  $R_{\text{attr tang tot}}$  è:

$$R_{\text{attr tang tot}} = 2 \cdot R_{\text{attr tang}} = 2 \cdot f \cdot \frac{F}{2 \cdot (\sin \beta + f \cdot \cos \beta)}$$

Risulta quindi:

$$R_{\text{attr tang tot}} = F \cdot \frac{f}{(\sin \beta + f \cdot \cos \beta)} \quad (4)$$

Se si pone:

$$f' = \frac{f}{\sin \beta + f \cdot \cos \beta} \quad (5)$$

si giunge all'espressione:

$$R_{\text{attr tang tot}} = F \cdot f' \quad (6)$$

#### Nota bene

Se si trascurano le componenti radiali delle forze d'attrito che si sviluppano nell'inserimento della cinghia nella relativa gola della puleggia, l'espressione (5) diviene:

$$f' = \frac{f}{\sin \beta}$$

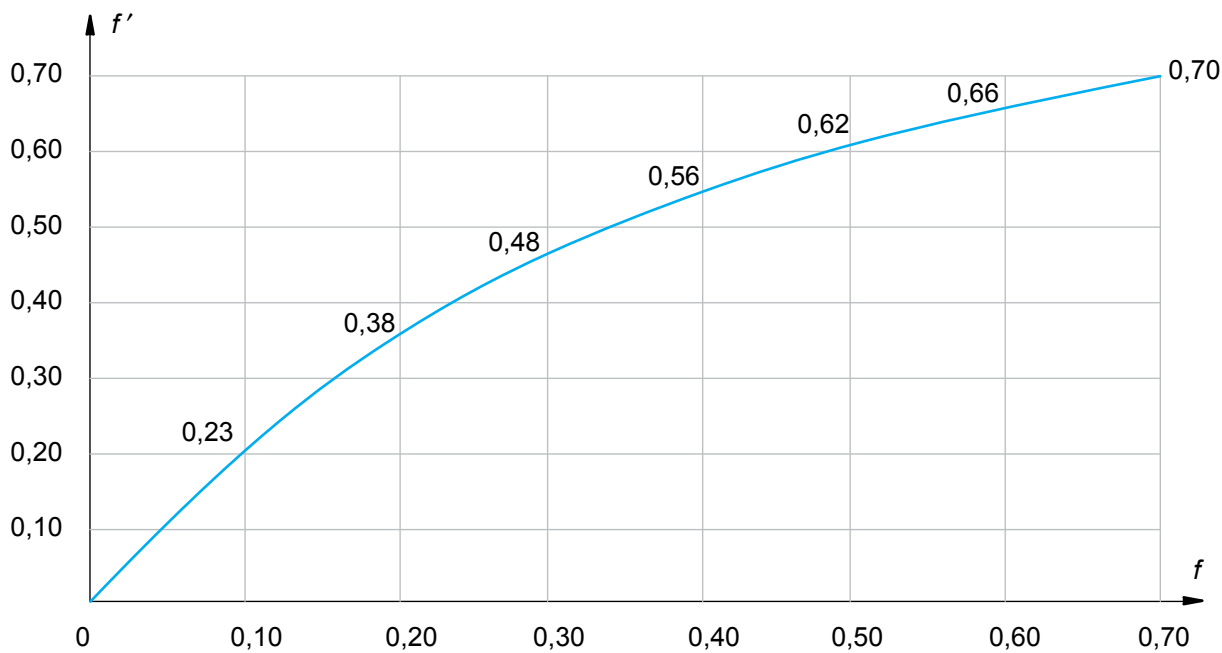
Sostituiamo ora la precedente cinghia trapezoidale con una cinghia piana montata sulla relativa puleggia. Indichiamo con  $F$  la forza radiale – uguale a quella applicata sulla cinghia trapezoidale precedente – che spinge la cinghia sulla sua sede, anch'essa piana, della puleggia. Tra la cinghia e la puleggia nasce, durante il funzionamento, una resistenza tangenziale d'attrito  $R_{\text{attr tang tot}}$ . Questa forza, se si indica con  $f$  il coefficiente d'attrito tra le due superfici a contatto, vale:

$$R_{\text{attr tang tot}} = F \cdot f \quad (7)$$

Se confrontiamo la (7), che è relativa a una cinghia piana, con la (6), che è relativa a una cinghia trapezoidale, possiamo concludere che, a parità di altre condizioni, l'accoppiamento di una cinghia trapezoidale con la relativa puleggia equivale all'accoppiamento di una cinghia piana con la relativa puleggia con la sostituzione del coefficiente d'attrito  $f$  con il coefficiente (virtuale) d'attrito  $f'$ , che, dalla (5), vale:

$$f' = \frac{f}{\sin \beta + f \cdot \cos \beta}$$

In **Figura 3** è riportato l'andamento del coefficiente d'attrito radente  $f'$  (virtuale) di una trasmissione con cinghia trapezoidale ( $\beta = 20^\circ$ ) in funzione del coefficiente d'attrito radente  $f$  di una trasmissione con cinghia piatta (con  $f$  variabile da 0 a 0,7).



**Figura 3**  
Andamento del coefficiente d'attrito radente  $f'$  (virtuale) di una trasmissione con cinghia trapezoidale ( $\beta = 20^\circ$ ) in funzione del coefficiente d'attrito radente  $f$  di una trasmissione con cinghia piatta (con  $f$  variabile da 0 a 0,7).