

9.12

Dimostrazione della formula del diametro d di una barra

di torsione: $d = \frac{2 \cdot \tau_{M_t} \cdot b \cdot l}{f \cdot G}$

Dato che è:

$$\tau_{M_t} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{F \cdot b}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = \frac{16 \cdot F \cdot b}{\pi \cdot d^3} \quad (1)$$

$$\tau_T = \frac{4}{3} \cdot \frac{F}{A} = \frac{4}{3} \cdot \frac{F}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{16 \cdot F}{3 \cdot \pi \cdot d^2} \quad (2)$$

con:

τ_{M_t} = tensione massima di torsione,

τ_T = tensione massima di taglio,

la tensione complessiva τ_{tot} , che vale:

$$\tau_{tot} = \tau_{M_t} + \tau_T \quad (3)$$

in base alle espressioni (1) e (2), è:

$$\tau_{tot} = \frac{16 \cdot F \cdot b}{\pi \cdot d^3} + \frac{16 \cdot F}{3 \cdot \pi \cdot d^2} \quad (4)$$

La verifica di resistenza è soddisfatta se risulta:

$$\tau_{tot} < \tau_{adm}$$

Se si trascura il taglio, la (3) diviene:

$$\tau_{tot} = \tau_{M_t} = \frac{M_t}{W_t}$$

Questa relazione può scriversi:

$$M_t = \tau_{M_t} \cdot W_t = \tau_{M_t} \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad (5)$$

Se si sostituisce la (5) nell'espressione $\vartheta = \frac{32 \cdot M_t \cdot l}{\pi \cdot G \cdot d^4}$, si ottiene:

$$\vartheta = \frac{32 \cdot \left(\tau_{M_t} \cdot \frac{\pi \cdot d^3}{16} \right) \cdot l}{\pi \cdot G \cdot d^4}$$

da cui, se si semplifica, si ricava:

$$\vartheta = \tau_{M_t} \cdot \frac{2 \cdot l}{G \cdot d} \quad (6)$$

In base alla (6), l'espressione $f = b \cdot \vartheta$ può essere scritta:

$$f = b \cdot \vartheta = b \cdot \tau_{M_t} \cdot \frac{2 \cdot l}{G \cdot d}$$

da cui si ricava:

$$d = \frac{2 \cdot \tau_{M_t} \cdot b \cdot l}{f \cdot G}$$