

6.2

Dimostrazione delle formule:

$$M_{fid} = F' \cdot \sqrt{l_1^2 + 0,75 \cdot r^2} ; M_{fid} = \frac{F_{tot}}{\cos \beta} \cdot \sqrt{l_1^2 + 0,75 \cdot r^2}$$

Quando biella e manovella sono in quadratura, si ha:

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

quindi risulta:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin 90^\circ = 1$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos 90^\circ = 0$$

Di conseguenza si ricava:

$$F_t = F_{tot} \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} = F_{t \max} = F_{tot} \cdot \frac{\sin(90^\circ)}{\cos \beta} = \frac{F_{tot}}{\cos \beta} \quad (1)$$

Dal momento che è:

$$F' = \frac{F_{tot}}{\cos \beta} \quad (2)$$

dalle espressioni (1) e (2), per la proprietà transitiva si ha:

$$F_t = F'$$

Risulta perciò:

$$M_{f2} = F_t \cdot l_1 = F' \cdot l_1$$

ovvero:

$$M_{f2} = F' \cdot l_1$$

Per quanto riguarda F_r , si ricava:

$$F_r = F_{tot} \cdot \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta} = F_{tot} \cdot \frac{\cos(90^\circ)}{\cos \beta} = F_{tot} \cdot \frac{0}{\cos \beta} = 0$$

Quindi è anche:

$$M_{f1} = F_r \cdot l_1 = 0$$

In conclusione, quando biella e manovella sono in quadratura, il momento flettente complessivo M_{fB} agente sulla sezione A-A vale:

$$M_{fB} = \sqrt{M_{f1}^2 + M_{f2}^2} = \sqrt{0 + M_{f2}^2} = M_{f2} = F' \cdot l_1$$

ovvero:

$$M_{fB} = F' \cdot l_1 \quad (3)$$

Per quanto riguarda il momento torcente M_{tB} , si ha:

$$M_{tB} = F_t \cdot r = F' \cdot r = M_{tB \max}$$

ovvero:

$$M_{tB \max} = F' \cdot r \quad (4)$$

in quanto è:

$$F_t = F'$$

In definitiva, dalle espressioni (3) e (4) il momento flettente ideale diviene:

$$M_{f_{id}} = \sqrt{M_{f_B}^2 + 0,75 \cdot M_{t_B}^2} = \sqrt{(F' \cdot l_1)^2 + 0,75 \cdot (F' \cdot r)^2}$$

cioè:

$$M_{f_{id}} = F' \cdot \sqrt{l_1^2 + 0,75 \cdot r^2} \quad (5)$$

Dato che è:

$$F' = \frac{F_{tot}}{\cos \beta}$$

la (5) diviene:

$$M_{f_{id}} = \frac{F_{tot}}{\cos \beta} \cdot \sqrt{l_1^2 + 0,75 \cdot r^2} \quad (6)$$

dove β , angolo di biella, quando biella e manovella sono in quadratura vale:

$$\beta = \arctg\left(\frac{r}{l}\right)$$

con: l = lunghezza della biella.