

9.4

Molla a lamina a pianta rettangolare: dimostrazioni delle formule della freccia massima f :

$$f = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3}; \quad f = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{\text{adm}} \cdot l^2}{E \cdot h}$$

La freccia massima f rilevabile all'estremità libera di una trave a mensola caricata su questa estremità da una generica forza F perpendicolare all'asse della trave, vale:

$$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I_n} \quad (1)$$

dove:

E = modulo di elasticità normale (o di Young) del materiale costituente la molla;
 I_n = momento d'inerzia della sezione rettangolare della lamina, calcolato rispetto all'asse neutro.

Per le sezioni rettangolari si ha:

$$I_n = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 \quad (2)$$

Se inseriamo la (2) nella (1) otteniamo:

$$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I_n} = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3} = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3} \quad (3)$$

Se si inserisce l'espressione di F :

$$F = \frac{b \cdot h^2 \cdot \sigma_{\text{adm}}}{6 \cdot l}$$

nella (3) si ricava:

$$f = \frac{4 \cdot F \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3} = \frac{4 \cdot \frac{b \cdot h^2 \cdot \sigma_{\text{adm}}}{6 \cdot l} \cdot l^3}{E \cdot b \cdot h^3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{\text{adm}} \cdot l^2}{E \cdot h}$$

ovvero:

$$f = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_{\text{adm}} \cdot l^2}{E \cdot h} \quad (4)$$