

5.3

Dimostrazione delle formule:

$$d_{\min \text{ perno}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot F \cdot l_{\text{perno}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}}}; d_{\min \text{ perno}} = \sqrt{\frac{16 \cdot F \cdot \chi}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}}}$$

La sezione maggiormente sollecitata, sia a flessione sia a taglio, di un perno portante è quella d'incastro, dove il momento flettente M_f è massimo e vale (Figura 1):

$$M_{f \max} = M_{\text{inc}} = F \cdot \frac{l_{\text{perno}}}{2} \quad (1)$$

e il taglio T , anch'esso massimo, vale:

$$T_{\max} = T_{\text{inc}} = F$$

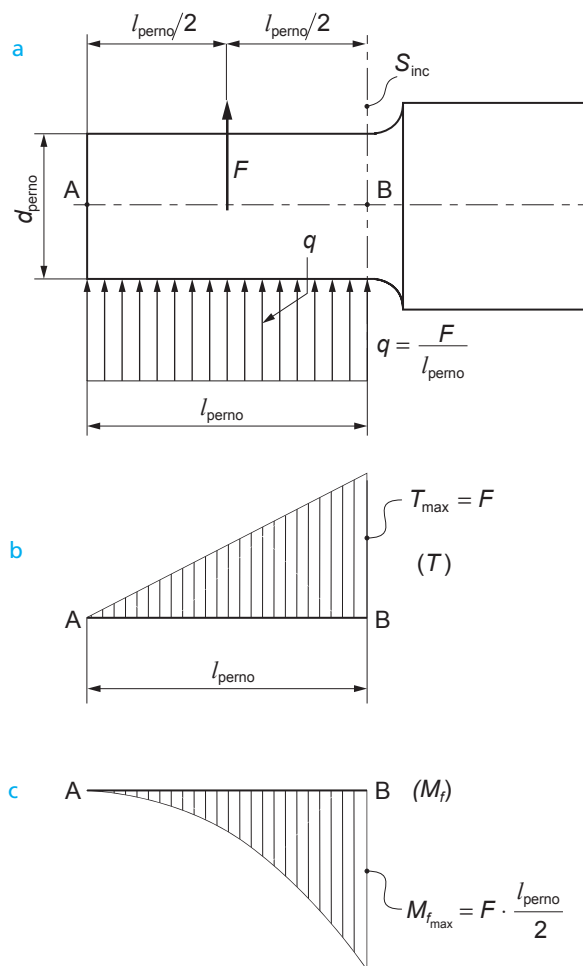


Figura 1

Sollecitazioni su perni portanti d'estremità.

Per la progettazione a flessione di un perno portante ci si avvale della formula di Navier:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_f}{W_f}$$

che, se si isola W_f , può essere scritta nel modo seguente:

$$W_f = \frac{M_f}{\sigma_{\max}}$$

Nel nostro caso, la formula di progetto a flessione è:

$$W_{f \min} = \frac{M_{\text{inc}}}{\sigma_{\text{adm a fatica}}} \quad (2)$$

nella quale, poiché si tratta di sollecitazioni di tipo alternato simmetrico, la tensione ammissibile è quella a fatica, che vale:

$$\sigma_{\text{adm a fatica}} = \frac{1}{3} \cdot \sigma_{\text{adm statica}}$$

dove $\sigma_{\text{adm statica}}$, tensione ammissibile nel caso di carichi statici, è:

$$\sigma_{\text{adm statica}} = \frac{R_{\text{eH}}}{k_{\text{sn}}} \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

con:

R_{eH} = carico unitario di snervamento $[\text{N}/\text{mm}^2]$;

k_{sn} = coefficiente di sicurezza relativo allo snervamento.

Dato che il modulo di resistenza a flessione per una sezione circolare di diametro d è:

$$W_f = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad [\text{mm}^3] \quad (3)$$

dall'uguaglianza delle espressioni (2) e (3):

$$W_{f \min} = \frac{M_{\text{inc}}}{\sigma_{\text{adm a fatica}}} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

si ricava:

$$d_{\text{perno}}^3 = \frac{M_{\text{inc}}}{\sigma_{\text{adm a fatica}}} \cdot \frac{32}{\pi} \quad (4)$$

Se si inserisce la (1) nella (4) si ottiene:

$$d_{\text{perno}}^3 = \frac{F \cdot \frac{l_{\text{perno}}}{2}}{\sigma_{\text{adm a fatica}}} \cdot \frac{32}{\pi} \quad \text{da cui:} \quad d_{\text{perno}}^3 = \frac{16 \cdot F \cdot l_{\text{perno}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}} \quad (5)$$

Con l'estrazione della radice cubica da entrambi i membri della (5) si ha:

$$d_{\text{perno}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot F \cdot l_{\text{perno}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}}} \quad (6)$$

Se moltiplichiamo e dividiamo l'espressione (6) per $\sqrt[3]{d_{\text{perno}}}$ otteniamo:

$$d_{\text{perno}} = \frac{\sqrt[3]{d_{\text{perno}}}}{\sqrt[3]{d_{\text{perno}}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{16 \cdot F \cdot l_{\text{perno}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot F \cdot d_{\text{perno}} \cdot l_{\text{perno}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}} \cdot d_{\text{perno}}}}$$

Posto:

$$\chi = \frac{l_{\text{perno}}}{d_{\text{perno}}}$$

l'espressione precedente diviene:

$$d_{\text{perno}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot F \cdot \chi \cdot d_{\text{perno}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}}} \quad (7)$$

Dall'elevamento alla terza potenza di entrambi i membri della (7) si ha:

$$d_{\text{perno}}^3 = \frac{16 \cdot F \cdot \chi \cdot d_{\text{perno}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}} \quad (8)$$

Dividiamo entrambi i membri della (8) per d_{perno} ; ricaviamo:

$$d_{\text{perno}}^2 = \frac{16 \cdot F \cdot \chi}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}} \quad (9)$$

Con l'estrazione della radice quadrata da entrambi i membri della (9) risulta:

$$d_{\text{min perno}} = \sqrt{\frac{16 \cdot F \cdot \chi}{\pi \cdot \sigma_{\text{adm a fatica}}}}$$