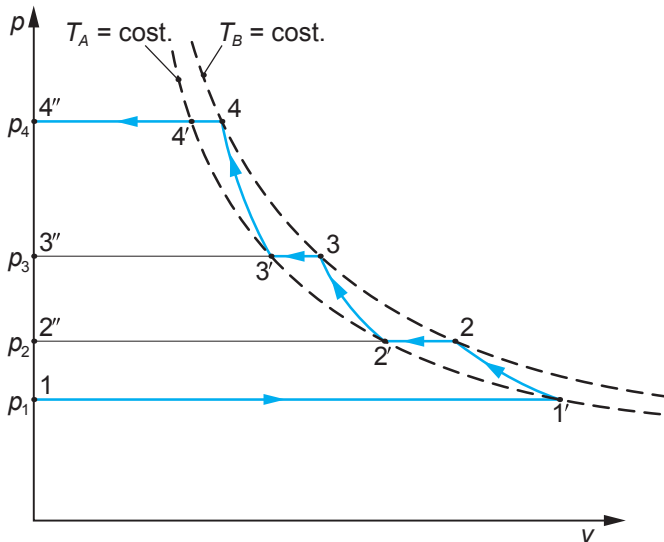


## 1.2

## Dimostrazione della formula:

$$\beta_{1 \text{ stadio}} = \sqrt[N]{\frac{p_{\text{finale}}}{p_1}}$$



**Figura 1**  
Ciclo teorico di un compressore a tre stadi con interrefrigerazione completa. Questo compressore è usato soprattutto quando è  $\beta > 30$ .

Ipotizziamo di considerare un compressore volumetrico alternativo a tre stadi (**Figura 1**).  
Indichiamo con:

$$\beta_1 = \frac{p_2}{p_1}; \beta_2 = \frac{p_3}{p_2}; \beta_3 = \frac{p_4}{p_3}$$

i rapporti di compressione relativi rispettivamente al primo, al secondo e al terzo stadio del compressore.

Il rapporto complessivo  $\beta_{\text{totale}}$  del compressore vale:

$$\beta_{\text{totale}} = \frac{p_4}{p_1} \quad (1)$$

Come è facilmente osservabile, risulta:

$$\frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_3}{p_2} \cdot \frac{p_4}{p_3} = \frac{p_4}{p_1} = \beta_{\text{totale}}$$

Possiamo allora scrivere:

$$\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 = \beta_{\text{totale}}$$

Se poniamo:

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_{1 \text{ stadio}}$$

dove  $\beta_{1 \text{ stadio}}$  è il rapporto di compressione da attribuire a ogni stadio, otteniamo:

$$\beta_{\text{totale}} = (\beta_{1 \text{ stadio}})^3$$

da cui:

$$\beta_{1 \text{ stadio}} = \sqrt[3]{\beta_{\text{totale}}}$$

In generale è:

$$\beta_{1 \text{ stadio}} = \sqrt[N]{\beta_{\text{totale}}}$$

dove con  $N$  si è indicato il numero degli stadi.

Detta  $\beta_{\text{finale}}$  la pressione in uscita dall'ultimo stadio e  $p_1$  la pressione iniziale del gas all'ingresso del primo stadio, l'espressione (1) può anche scriversi:

$$\beta_{1 \text{ stadio}} = \sqrt[N]{\beta_{\text{totale}}} = \sqrt[N]{\frac{p_{\text{finale}}}{p_1}}$$