

# 1 Controllo e regolazione



**Figura 1**  
Stufetta elettrica.

## Generalità

Ipotizziamo, ad esempio, di trovarci d'inverno in una stanza fredda e di avere a disposizione una stufetta elettrica (**Figura 1**). Se sentiamo freddo, accendiamo la stufetta e ruotiamo la manopola di regolazione della temperatura a un valore alto. Dopo un po' l'ambiente si riscalda; ce ne accorgiamo e regoliamo nuovamente la manopola a un livello di temperatura inferiore. Il calore prodotto nell'unità di tempo dalla stufetta diminuisce.

In questo processo sono presenti tutti gli elementi di un *sistema di controllo*, in particolare di un sistema di controllo *a circuito chiuso*. La temperatura ambiente della stanza è la *variabile regolata*; la stufa è il *sistema da controllare*; la manopola di regolazione della temperatura rappresenta l'*organo di regolazione*. La persona presente nella stanza realizza le funzioni di *elemento sensibile* e di *regolatore*. Questa persona misura la variabile regolata e la confronta

con un *valore di riferimento* (o *valore prefissato* o *predeterminato*) – che in questo caso è la sensazione personale di benessere – e interviene di conseguenza sull'organo di regolazione.

## 1.1 Sistemi di controllo



**Figura 2**  
Forno a microonde.

Attualmente i sistemi di controllo vengono impiegati sempre più diffusamente non soltanto in ambito industriale, dove sono utilizzati nei più svariati settori, da quello della produzione dell'energia elettrica a quello dell'astronautica, ma anche in ambito civile e domestico, come ad esempio nella regolazione della temperatura nei forni a microonde (**Figura 2**), nei frigoriferi ecc.

Nell'ambito della teoria dei sistemi, per *sistema di controllo* si intende un apparato o un oggetto, anche astratto – come ad esempio un modello matematico che schematizza il sistema reale – che permette di modificare il comportamento di un dispositivo per ottenerne il funzionamento desiderato.

Il risultato che si vuole conseguire è un determinato andamento nel tempo di una *variabile di uscita* del sistema, detta *variabile controllata*.

L'andamento desiderato della variabile controllata è stabilito da un'altra variabile, detta *segnale di riferimento*.

Il controllo prende il nome di *regolazione* se nel corso del tempo riesce a mantenere la variabile controllata a un valore stabilito in precedenza (*valore predeterminato*), ovvero se la variabile controllata tende a uguagliare il segnale di riferimento.

Si parla di controllo *automatico* se la manipolazione della variabile controllata avviene senza l'intervento dell'uomo; *manuale* in caso contrario.

Un esempio di controllo *manuale* è l'apertura e la chiusura manuale di un miscelatore; la grandezza fisica da manipolare è la portata d'acqua. La variabile di ingresso è il grado di apertura del rubinetto, ovvero la posizione angolare assunta dalla leva del miscelatore (**Figura 3a**).

Il sistema di controllo è *automatico* nei miscelatori elettronici con sensori a raggi infrarossi, dove cioè è presente un opportuno *controllore*, che in questo caso è la fotocellula, che provvede automaticamente ad aprire e chiudere il rubinetto (**Figura 3b**).



**Figura 3**  
Miscelatore: **a** ad apertura e chiusura manuale;  
**b** ad apertura e chiusura automatica.

## 1.2 Sistemi di controllo ad anello aperto (o a catena aperta o ad azione diretta) e ad anello chiuso (o a catena chiusa o in retroazione o con feedback)

Consideriamo ad esempio un sistema di controllo che può essere applicato all'impianto di riscaldamento centralizzato di un edificio. Il compito di questo sistema è quello di fornire la quantità di calore necessaria per mantenere al valore prestabilito la temperatura all'interno delle singole abitazioni. A questo scopo la temperatura dell'acqua introdotta nei radiatori deve essere tale da compensare le perdite di calore che si hanno attraverso pareti e finestre, perdite che variano al variare della temperatura all'esterno degli ambienti da scaldare. I sistemi di controllo relativi a questo caso possono prevedere le seguenti due soluzioni, a seconda della tecnologia adottata:



**Figura 4**  
Termostato per caldaia.

1. Utilizzazione di un *termostato* (**Figura 4**) per mantenere la temperatura dell'acqua della caldaia entro un campo di valori prefissati, indipendentemente dalle variazioni delle condizioni climatiche e ambientali esterne.

Questa soluzione può avere effetti spiacevoli, come un inutile consumo di energia nelle giornate calde o una temperatura insufficiente, all'interno delle abitazioni, nelle giornate più fredde.

Appare evidente che l'efficienza dell'impianto aumenta se il termostato della caldaia viene tarato frequentemente in funzione delle continue variazioni delle temperature esterna e interna.



**Figura 5**  
Centralina climatica.

2. Questa considerazione trova attuazione pratica in un diverso tipo di sistema di controllo che prevede l'utilizzazione di una *centralina climatica* o *con compensazione climatica* (**Figura 5**); si tratta di un regolatore elettronico che modifica la temperatura di mandata dell'impianto di riscaldamento in base alle variazioni della temperatura esterna e alle dispersioni termiche dell'edificio.

All'esterno dell'edificio è posta una sonda che rileva la temperatura esterna; una seconda sonda, installata sulla tubazione di mandata, rileva la temperatura di riferimento. Una valvola miscelatrice motorizzata è posizionata sulla tubazione di mandata. La centralina climatica:

- confronta istante per istante il valore della temperatura esterna con quello della temperatura di riferimento;
- comanda la valvola miscelatrice e in tal modo regola l'afflusso dell'acqua calda ai radiatori. In questo modo il valore della temperatura interna è mantenuto il più possibile vicino a quello di riferimento.

Le soluzioni sopra descritte ci consentono di introdurre due tipologie di sistema di controllo:

- **ad anello aperto** (o **a catena aperta** o **ad azione diretta**), come quello attuato nel primo caso (utilizzo di un *termostato*);
- **ad anello chiuso** (o **a catena chiusa** o **in retroazione** o **con feedback**), come quello del secondo caso (utilizzo di una *centralina climatica*).

Nel seguito vengono descritte le caratteristiche principali di questi tipi di sistemi di controllo.

Un sistema di controllo può essere rappresentato con uno *schema a blocchi*, dove ogni blocco (o *scatola nera*, *black box*) costituisce un elemento fisico, concreto, del sistema; su di esso si interviene con una o più grandezze in ingresso (*variabili di ingresso*) per ricavare l'andamento desiderato di una o più grandezze in uscita (*variabili di uscita*).

## I disturbi esterni

L'andamento della variabile controllata dipende da molte variabili, non tutte manipolabili dal sistema. Alcune variabili (dette *disturbi*) sono grandezze sconosciute oppure che non sono prese in considerazione perché in genere si verificano raramente. Sono grandezze in ingresso il cui valore, comunque, non è modificabile.

I *disturbi* si suddividono in:

- *parametrici*, se intervengono sulle caratteristiche intrinseche del sistema, cioè sui parametri caratterizzanti il sistema;
- *additivi*, se si sommano alla risposta del sistema senza intervenire sui parametri caratterizzanti il sistema stesso.

In ogni caso, i disturbi interferiscono sulla variabile in uscita e tendono a farne deviare il comportamento rispetto a quello prevedibile in loro assenza. Di seguito se ne fanno alcuni esempi nei vari casi presi in considerazione.

## Sistemi di controllo a catena aperta

Un generico schema a blocchi di un *sistema di controllo a catena aperta* è proposto in **Figura 6**, in cui si è evidenziato che sia le variabili sia i disturbi variano nel tempo e si sono indicati con:

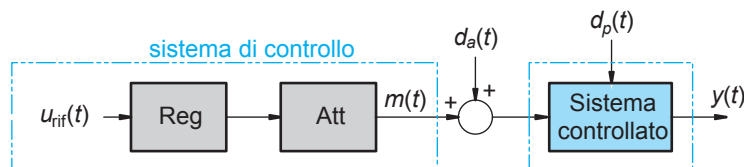
- $m(t)$  = *variabile manipolabile*: è in grado di modificare la variabile controllata  $y(t)$ ;
- $y(t)$  = *variabile controllata*: variabile di uscita del sistema di controllo; viene modificata nel tempo tramite la variabile manipolabile  $m(t)$ ;
- $d_a(t)$  = *disturbo additivo*;
- $d_p(t)$  = *disturbo parametrico*;
- $u_{rif}(t)$  = *segnale di riferimento* (o *set point*): grandezza fisica che indica quale valore deve assumere la variabile controllata; questo segnale è prodotto dal sistema di controllo e, generalmente, è un segnale elettrico (tensione);
- il cerchietto  $\bigcirc$  = *nodo di confronto*: dispositivo che somma algebricamente i segnali in ingresso e invia in uscita il segnale somma.

Figurano inoltre le seguenti abbreviazioni:

- Reg = *regolatore*: elabora i segnali di ingresso e li invia all'attuatore Att;
- Att = *attuatore*: riceve i segnali del regolatore e li trasforma nella variabile manipolabile  $m(t)$  che ha la possibilità di interagire con il sistema controllato.

**Figura 6**

Schema a blocchi di un sistema di controllo a catena aperta.



**Figura 7**

Termocoperta elettrica.



In un sistema di controllo a catena aperta il regolatore, oltre al segnale di riferimento, utilizza solamente le informazioni che riguardano ingressi del sistema controllato. Manca cioè un qualsiasi confronto tra il segnale di riferimento e la variabile di uscita del sistema (variabile controllata).

Nei sistemi a catena aperta, quindi, non si ha a disposizione alcun feedback: cioè non si è messi a conoscenza di ciò che accade all'uscita e di conseguenza non è possibile modificare tempestivamente l'ingresso.

Un esempio di questo tipo di sistema è la termocoperta elettrica, in cui il termostato rileva la temperatura della stanza e non quella della coperta (**Figura 7**).

## Approfondimento

### Analisi delle variabili e dei disturbi dei sistemi di controllo a catena aperta

Analizziamo le variabili e i disturbi di un sistema di controllo relativo al riscaldamento di un locale. Si tratta di un sistema di controllo a *catena aperta*.

Le variabili e i disturbi presenti in questo sistema di controllo sono:

- la variabile controllata: è la temperatura del locale;
- la variabile di controllo: è la posizione assunta dal termostato;
- la variabile di riferimento: è la temperatura desiderata. Nei sistemi di controllo a catena aperta il segnale di riferimento è generalmente determinato in precedenza mediante un dispositivo di controllo tarato nel corso della fabbricazione del sistema;
- i disturbi additivi: sono le variazioni climatiche esterne o l'apertura di una finestra;
- i disturbi parametrici: sono il deterioramento dell'isolamento termico delle pareti, l'invecchiamento dei componenti del sistema di controllo o eventuali difetti del meccanismo di regolazione.

I disturbi agenti sul sistema provocano uno scostamento tra la temperatura misurata nella stanza e quella fissata preventivamente con il meccanismo di regolazione.

Per ottenere la temperatura desiderata si rende allora necessario:

- l'intervento di un operatore che deve agire manualmente sul meccanismo di regolazione;

oppure:

- il ricorso alla regolazione automatica, ovvero a un sistema di controllo a catena chiusa.

## Sistemi di controllo a catena chiusa

Un sistema di controllo a catena chiusa si regola da sé (è *autoregolante*) quando alcune caratteristiche del sistema e, di conseguenza, la grandezza d'uscita, subiscono variazioni dovute ai disturbi. Se confrontato con quello a catena aperta, il sistema di controllo a catena chiusa è meno sensibile alle variazioni del carico e ai disturbi.

Un generico schema a blocchi di un *sistema di controllo a catena chiusa* può essere quello rappresentato in **Figura 8**, dove:

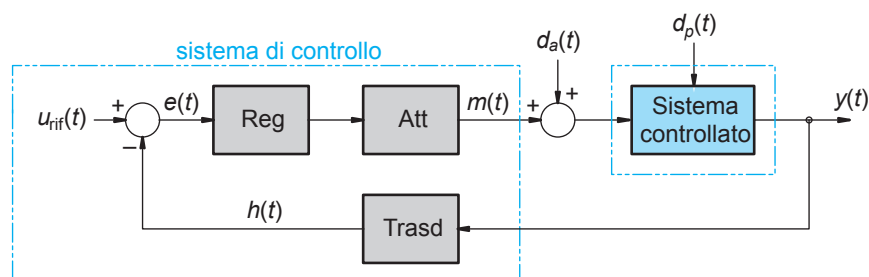
- $e(t)$  = segnale *errore*: differenza tra il segnale di riferimento  $u_{\text{rif}}(t)$  e la variabile controllata  $y(t)$ ;
- i significati dei restanti simboli sono stati descritti in precedenza.

Le abbreviazioni hanno i seguenti significati:

- Trasd = *trasduttore*: meccanismo che trasforma il segnale della variabile controllata  $y(t)$  in un segnale  $h(t)$  (*segnale di reazione*) coerente con il segnale di riferimento  $u_{\text{rif}}(t)$ ;
- i significati delle restanti abbreviazioni sono stati descritti in precedenza.

**Figura 8**

Schema a blocchi di un sistema di controllo a catena chiusa.



Funzionamento:

1. una volta definito un segnale di riferimento  $u_{rif}(t)$ , il regolatore Reg elabora il segnale *errore*  $e(t)$  e lo invia all'attuatore Att;
2. il segnale in uscita dell'attuatore, cioè la *variabile manipolabile*  $m(t)$ , è in grado di modificare la *variabile controllata*  $y(t)$ ;
3. quest'ultima, elaborata dal trasduttore Trasd, viene messa a confronto con il segnale di riferimento  $u_{rif}(t)$ ;
4. se la differenza tra il segnale di riferimento  $u_{rif}(t)$  e la variabile controllata  $y(t)$ , cioè l'errore  $e(t)$ , si mantiene entro un intervallo prefissato, il controllo risulta accettabile.

I *disturbi* che operano sul sistema di controllo sono ritenuti variabili di ingresso non manipolabili.

## Approfondimento

### Analisi delle variabili e dei disturbi di sistemi di controllo a *catena chiusa*

Esaminiamo le caratteristiche di alcuni sistemi di controllo a *catena chiusa* molto diffusi. Prendiamo in considerazione, ad esempio, il sistema costituito da un forno elettrico e quello costituito da un radioricevitore.

#### 1. Sistema costituito da un forno elettrico (sistema controllato, **Figura 9**)

Possiamo individuare i seguenti parametri:

- la grandezza controllata: è la temperatura all'interno del forno;
- la grandezza di controllo: è la posizione assunta dalla manopola di regolazione di un potenziometro;
- i disturbi additivi: sono costituiti dalle fluttuazioni dell'alimentazione elettrica: se la tensione della rete varia, varia anche l'intensità della corrente che passa nelle resistenze. Di conseguenza la temperatura non raggiunge il valore desiderato ma segue fluttuazioni analoghe a quelle dell'alimentazione elettrica;
- i disturbi parametrici: sono dovuti al diverso diametro assunto dalle resistenze. Se sono presenti incrostazioni, lo spessore delle resistenze aumenta: si ha una minore produzione di potenza termica e in definitiva una minore temperatura all'interno del forno.



**Figura 9**  
Forno elettrico.

#### 2. Sistema costituito da un radioricevitore

Il radioricevitore (**Figura 10**) è un apparecchio di ricezione dei segnali inviati da un radiotrasmettitore. Possiamo individuare i seguenti parametri:

- la grandezza controllata: è il volume audio;
- la grandezza di controllo: è la posizione assunta dal potenziometro;
- i disturbi additivi: sono costituiti dagli ostacoli alla propagazione delle onde elettromagnetiche, con le conseguenti ripercussioni sull'altoparlante;
- i disturbi parametrici: consistono nelle modificazioni dei componenti del sistema per effetto dell'invecchiamento o delle variazioni della temperatura di esercizio.



**Figura 10**  
Radioricevitore.

Altri sistemi di controllo

- *Sistemi di controllo a previsione o feedforward*: il controllore agisce in modo da prevenire gli effetti dovuti all'azione dei disturbi, che in questi casi è possibile misurare. Ad esempio: un controllore previene le variazioni della temperatura interna di un forno (grandezza controllata) dovute alle variazioni della temperatura ambiente (disturbo).
- *Sistemi on-off*: utilizzati di solito quando non è necessario un controllo preciso. Applicazioni: ad esempio, nei sistemi che non possono avere frequenti interruzioni dell'alimentazione o in cui le temperature variano molto lentamente.
- *Sistemi a microprocessori*: utilizzano un elaboratore che esegue operazioni estremamente complesse. Applicazioni: nei processi di lavorazione industriale, nel controllo del traffico aereo (**Figura 11**) e autostradale, nei processi di produzione dell'energia elettrica ecc.



**Figura 11**  
Controllo del traffico aereo.



### 1.3 Modalità di attuazione della regolazione di un sistema

La regolazione di un sistema può realizzarsi mediante le seguenti modalità: proporzionale, integrale, derivativa.

#### a) *Regolazione Proporzionale (P)*

È il metodo più semplice, usato nella maggior parte dei sistemi di regolazione pneumatici e in alcuni tipi di sistemi elettrici per impianti HVAC (*Heating, Ventilation and Air Conditioning* – Riscaldamento, ventilazione e condizionamento dell'aria).

La variabile controllata può solo avvicinarsi al valore prestabilito; è un sistema di controllo poco preciso.

#### b) *Regolazione Proporzionale e Integrale (PI)*

L'uscita del regolatore continua a cambiare finché è presente un errore; questo errore, a regime, viene eliminato.

Alcuni regolatori pneumatici e la maggior parte di quelli elettronici usano il modo *PI*.

#### c) *Regolazione Proporzionale Integrale Derivativa (PID)*

Dal punto di vista matematico, il regolatore *PID* è un sistema dinamico che elabora il segnale di errore  $e(t) = u_{\text{rif}}(t) - y(t)$ , differenza tra il segnale di riferimento e la variabile controllata, e genera il segnale di controllo. Il sistema di controllo *PID* è il più usato nelle applicazioni industriali, soprattutto nei sistemi caratterizzati da elevata rapidità di risposta.

Vantaggi:

- utilizzabile efficacemente per moltissimi impianti;
- componenti standardizzati;
- affidabilità;
- economicità;
- semplicità della taratura dei parametri.

### Sistemi di controllo: a valore fisso (o regolatori), a valore asservito, a valore programmato

La classificazione dei sistemi di controllo prevede le seguenti tipologie:

- a valore fisso;
- a valore asservito;
- a valore programmato.

• **Sistemi di controllo a valore fisso (o regolatori):** il valore della grandezza di riferimento è costante; quello della grandezza controllata è proporzionale a quella di riferimento, perciò resta costante fino a quando resta costante anche quella di riferimento, indipendentemente dai disturbi agenti sul sistema.

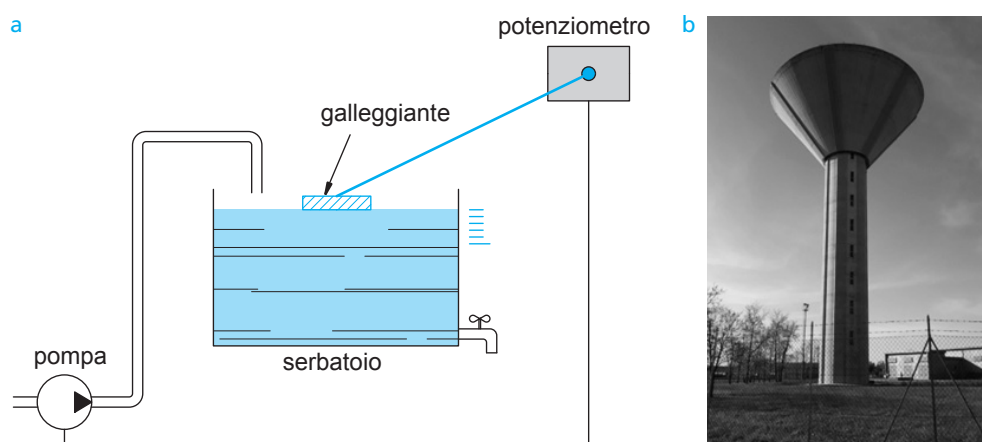
*Applicazioni:* sistemi di controllo del livello dell'acqua contenuta nel serbatoio posto su una torre piezometrica (Figure 12a, b). La grandezza di riferimento, modificabile, è rappresentata dal massimo livello dell'acqua; ha un valore fisso. Quando questo valore è stato raggiunto, un interruttore di livello a galleggiante fa spegnere la pompa di alimentazione del serbatoio.

Sono detti *regolatori* perché devono mantenere costante, al variare del carico, il valore della grandezza d'uscita che, nell'esempio precedente, è il livello dell'acqua.

• **Sistemi di controllo a valore asservito:** la grandezza controllata segue le variazioni di quella di riferimento che, a sua volta, è funzione del tempo.

**Figura 12**

**a** Sistema di controllo del livello dell'acqua contenuta in una torre piezometrica (schema);  
**b** torre piezometrica.



• **Sistemi di controllo a valore programmato:** la variabile controllata  $y(t)$  assume nel tempo valori che variano secondo un programma predeterminato.

*Applicazioni:* macchine utensili a controllo numerico (CNC, *Computerized Numerical Control*), in cui le operazioni compiute dalla macchina sono controllate da un programma gestito da un calcolatore (Figura 13).

**Figura 13**

Tornio a controllo numerico (tornio CNC).



## I regolatori tachimetrici

Di seguito è svolta un'ampia trattazione sui *regolatori di Watt, di Porter, di Hartung*, impiegati per la regolazione della velocità angolare degli alberi motori. Sono chiamati *regolatori tachimetrici* (o *tachimetri a masse centrifughe* o *regolatori centrifughi*) in quanto in prevalenza utilizzano per la regolazione l'azione della forza centrifuga  $F_c$ , la cui formula, com'è noto è:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

dove  $m$  è la massa del corpo posto a distanza  $r$  da un asse  $y-y$  di rotazione e  $\omega$  la velocità angolare assunta dal corpo.

Se è:

$$m \cdot r = \text{cost.}$$

$F_c$  è proporzionale al quadrato di  $\omega$ . Pertanto, anche se la velocità angolare subisce variazioni di entità ridotta, la forza centrifuga che ne deriva ha un valore sufficiente per sensibilizzare il sistema di regolazione. Il regolatore, cioè, entra in funzione anche in seguito a piccole variazioni del regime della velocità angolare.

# FACCIAMO IL PUNTO

## I SISTEMI DI CONTROLLO

insieme di blocchi, ciascuno dei quali costituisce un elemento fisico del sistema. Sul sistema di controllo si interviene con una o più grandezze in ingresso (*variabili di ingresso*) per ricavare l'andamento desiderato di una o più grandezze in uscita (*variabili di uscita*)

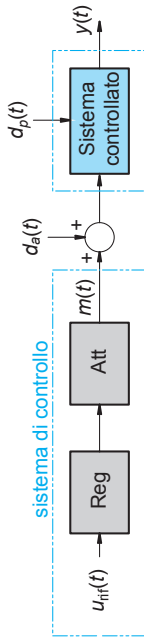
### disturbi esterni

grandezze non gestibili, che entrano in un sistema controllato, interferiscono sulla variabile in uscita e tendono a farne deviare il comportamento rispetto a quello prevedibile in loro assenza. Si suddividono in:

- **parametrici:**  $d_p(t)$  se intervengono sui parametri caratterizzanti il sistema;
- **additivi:**  $d_a(t)$  se si sommano alla risposta del sistema senza intervenire sui parametri che caratterizzano il sistema stesso

## Sistemi di controllo a catena aperta

dispositivi in cui il regolatore segue il segnale di riferimento, senza verifiche sulla grandezza d'uscita del sistema controllato. Il regolatore, dato che non conosce ciò che accade all'uscita, non può modificare tempestivamente l'ingresso



- $m(t)$  = *variabile manipolabile*: può modificare la variabile controllata  $y(t)$ ;
- $y(t)$  = *variabile controllata*: variabile di uscita del sistema di controllo;
- $d_a(t)$  = *disturbo additivo*;
- $d_p(t)$  = *disturbo parametrico*;
- $u_{ref}(t)$  = *segnale di riferimento* (o *set point*): grandezza fisica che indica quale valore deve assumere la variabile controllata

## Modalità di regolazione

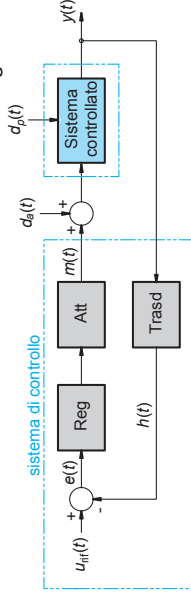
- Proporzionale (P)**: la variabile controllata può solo avvicinarsi al valore prestabilito;
- Proporzionale e Integrale (PI)**: l'uscita del regolatore si modifica finché è presente un errore che, a regime, viene eliminato;
- Proporzionale Integrale Derivativa (PID)**: il PID è un sistema dinamico che elabora il segnale di errore  $e(t) = u_{ref}(t) - y(t)$  e genera il segnale di controllo. Si utilizza nei sistemi caratterizzati da elevata rapidità di risposta

## Sistemi di controllo a catena chiusa

sistemi capaci di regolarsi autonomamente quando alcune caratteristiche del sistema subiscono variazioni dovute ai disturbi. Funzionamento:

1. dato il segnale di riferimento  $u_{ref}(t)$ , il regolatore Reg elabora il segnale errore  $e(t)$  e lo invia all'attuatore Att;
2. il segnale in uscita dell'attuatore  $m(t)$  è in grado di modificare la *variabile controllata*  $y(t)$ ;
3. quest'ultima, attraverso il trasduttore Trasd, viene confrontata con il segnale di riferimento  $u_{ref}(t)$ ;
4. se l'errore  $e(t) = u_{ref}(t) - y(t)$  si mantiene entro un intervallo prefissato, il controllo risulta accettabile.

I **disturbi** che operano sul sistema di controllo sono ritenuti variabili di ingresso non manipolabili



## Tipi di sistemi di controllo

- **a valore fisso** (o *regolatori*): il valore della grandezza di riferimento è costante; quello della grandezza controllata è proporzionale a quella di riferimento. Non intervengono sugli effetti dei disturbi agenti sul sistema;
- **a valore asservito**: la grandezza controllata segue le variazioni di quella di riferimento che, a sua volta, è funzione del tempo;
- **a valore programmato**: la variabile controllata  $y(t)$  assume nel tempo valori che variano secondo un programma predeterminato



## 2 I regolatori tachimetrici di Watt, di Porter, di Hartung

I *regolatori tachimetrici*, detti anche *regolatori centrifughi* o *tachimetri a masse centrifughe* in quanto utilizzano per la regolazione gli effetti prodotti dalla forza centrifuga, sono sistemi meccanici di regolazione della velocità angolare di un albero motore.

Di seguito vengono descritti i *regolatori tachimetrici di Watt, di Porter, di Hartung*.

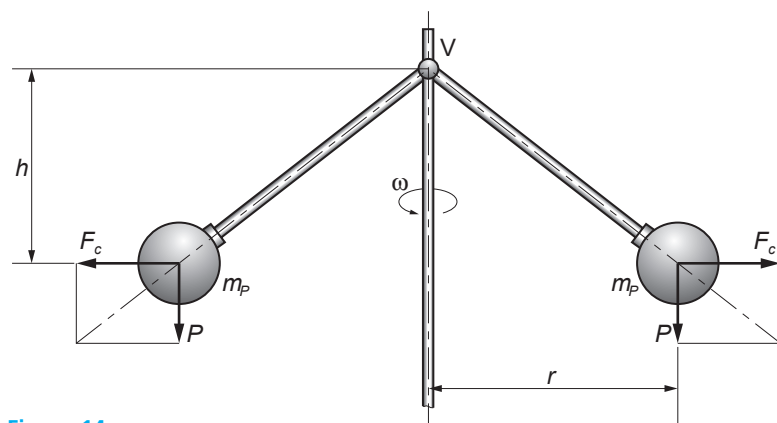
### 2.1 Il regolatore tachimetrico di Watt

Il *regolatore tachimetrico di Watt* è costituito da:

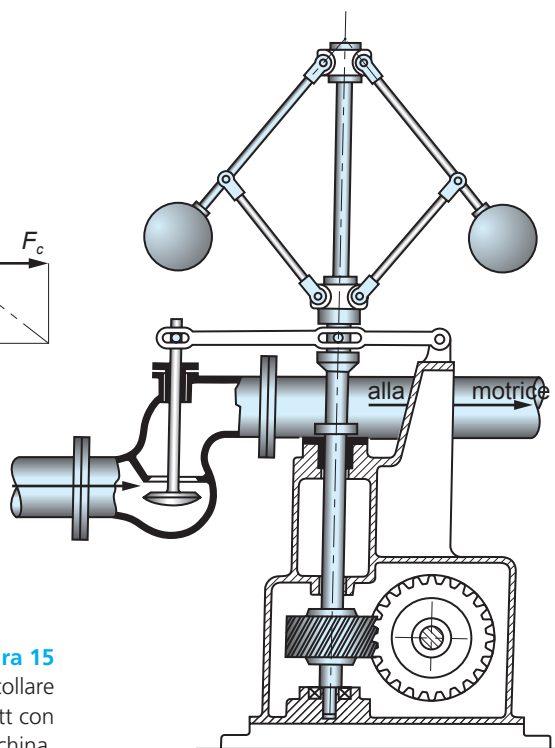
- un alberino verticale collegato all'albero motore tramite una coppia di ruote dentate; la sua velocità di rotazione è quindi proporzionale a quella dell'albero motore;
- due bracci incernierati sulla sommità dell'alberino in due punti diametralmente opposti;
- due sfere, ciascuna delle quali è fissata all'estremità di ogni braccio (questi elementi fondamentali sono schematizzati in [Figura 14](#));
- un collare scorrevole lungo l'alberino verticale;
- altri due bracci mobili che hanno la funzione di collegare al collare i due bracci precedenti ([Figura 15](#)).



James Watt (1736-1819).



**Figura 14**  
Determinazione di  $h$ :  
schema didattico.



**Figura 15**  
Schema che illustra il collegamento del collare  
del regolatore tachimetrico di Watt con  
gli organi di comando della macchina.

### Dipendenza di $h$ da $\omega$

Indichiamo con  $h$  la distanza, misurata verticalmente, tra i baricentri delle sfere e il punto V di collegamento dell'alberino verticale con i due bracci superiori (Figura 14 già citata). Si può dimostrare che  $h$  non è influenzata né dalle masse delle due sfere né dalle lunghezze dei bracci, ma dipende unicamente dalla velocità angolare  $\omega$ , o dalla velocità di rotazione  $n$ , dell'alberino verticale e quindi dalla velocità dell'albero motore.

Risulta infatti:

$$h = \frac{g}{\omega^2} \quad (1)$$

ovvero:

$$h = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot n^2} \quad (1')$$

o anche:

$$n^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot h} \quad (2)$$

dove  $h$  è misurato in metri in quanto  $g$  è normalmente misurato in  $\text{m/s}^2$ .

Dato che gli spostamenti del collare lungo l'alberino dipendono da  $h$ , possiamo concludere che la posizione del collare sull'alberino varia proporzionalmente alla velocità angolare  $\omega$ , o alla velocità di rotazione  $n$ , dell'alberino stesso. Pertanto se si collega in modo opportuno il collare con una valvola di regolazione della portata del fluido motore, si può intervenire direttamente sul funzionamento del motore stesso.

### Funzionamento del regolatore di Watt

Prendiamo in considerazione ciò che accade quando viene meno l'equilibrio tra il momento motore e il momento resistente, cioè quando, a parità di momento motore, il momento resistente varia. Ad esempio se, a parità di momento motore, il momento resistente cresce:

- la velocità di rotazione dell'albero motore, e quindi dell'alberino a esso collegato, diminuisce; quindi:
- diminuisce anche la forza centrifuga esercitata sulle due sfere;
- per effetto di tale diminuzione il collare si abbassa;
- l'abbassamento del collare fa aumentare, tramite una leva, la luce di passaggio della valvola di ammissione del fluido motore;
- la portata di fluido motore aumenta, di conseguenza:
- il momento motore aumenta e così pure la velocità di rotazione dell'albero motore. In questo modo viene raggiunta una nuova condizione di equilibrio tra il momento motore e il momento resistente e la velocità di rotazione torna a essere uniforme.

Accade l'opposto quando, a parità di momento motore, il momento resistente diminuisce.

#### Approfondimento

Dimostrazione delle formule:

$$h = \frac{g}{\omega^2} \quad (1); \quad h = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot n^2} \quad (1'); \quad n^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot h} \quad (2)$$

Consideriamo trascurabili la resistenza d'attrito che tende a ostacolare lo scorrimento del collare sull'alberino e l'inerzia al moto del sistema di leve che agisce sulla valvola di alimentazione del fluido motore. Possiamo allora dire, in prima approssimazione, che in condizione di equilibrio il momento dovuto alla forza centrifuga, calcolato rispetto al punto V, deve essere bilanciato dal momento, calcolato rispetto allo stesso punto, della forza peso  $P = m_p \cdot g$ , dove  $m_p$  è la massa di ciascuna sfera. Con le notazioni di Figura 14 deve cioè risultare per ciascun braccio:

$$F_c \cdot h - P \cdot r = 0 \quad (3)$$

&gt;&gt; segue

ovvero:

$$F_c \cdot h = P \cdot r \quad (4)$$

Dato che è:

$$F_c = m_p \cdot \omega^2 \cdot r$$

e:

$$P = m_p \cdot g$$

l'espressione (4) diviene:

$$m_p \cdot \omega^2 \cdot r \cdot h = m_p \cdot g \cdot r$$

da cui, dopo opportune semplificazioni, si ricava:

$$h = \frac{g}{\omega^2} \quad [\text{m}] \quad (5 \text{ ovvero } 1)$$

Dal momento che è:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

la (5) può scriversi:

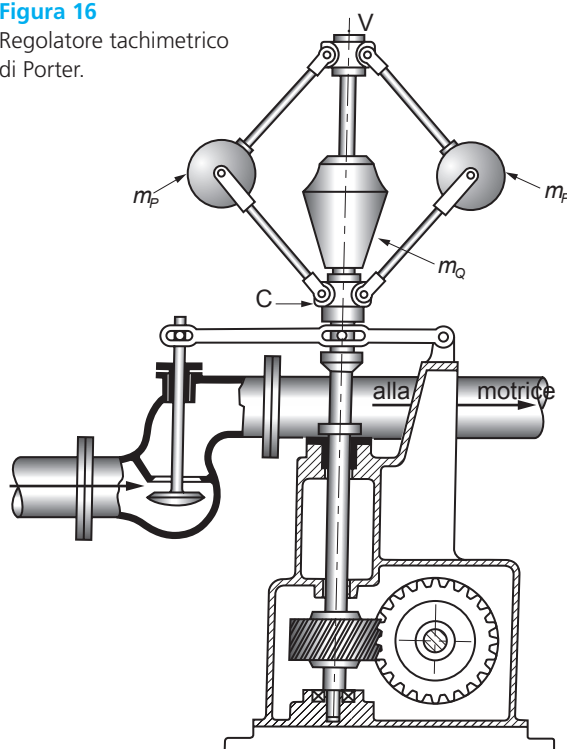
$$h = \frac{g}{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}\right)^2} = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot n^2} \quad [\text{m}] \quad (5' \text{ ovvero } 1')$$

o anche:

$$n^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot h} \quad (6 \text{ ovvero } 2)$$

**Figura 16**

Regolatore tachimetrico di Porter.



Questo tipo di regolatore, costruttivamente molto semplice, non è applicabile ai moderni tipi di macchine i cui regimi di rotazione sono molto elevati. Infatti anche per piccole frequenze di rotazione  $n$ , i bracci si dispongono rapidamente già in posizione quasi orizzontale. Perciò non sono più in grado di subire spostamenti apprezzabili verso l'alto, anche se la macchina è sottoposta a forti accelerazioni. Per tale motivo il regolatore tachimetrico di Watt è da tempo in disuso.

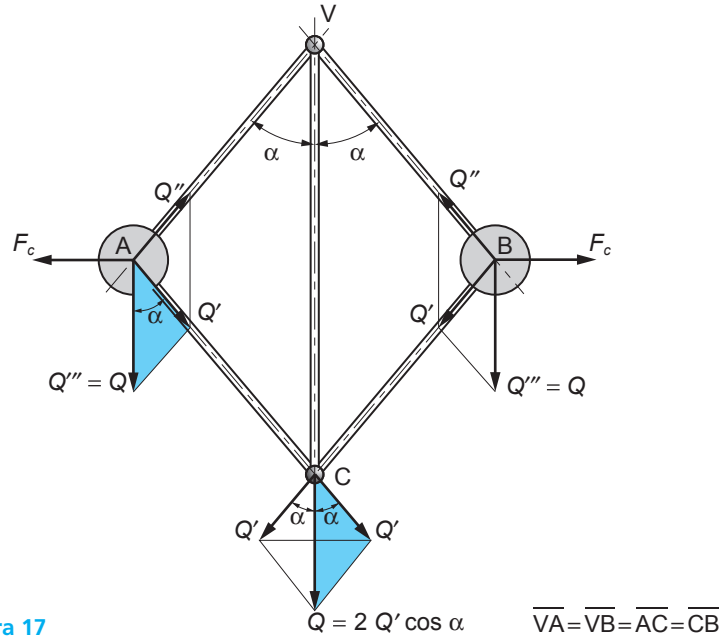
## 2.2 Il regolatore tachimetrico di Porter

Il *regolatore tachimetrico di Porter*, rappresentato schematicamente in **Figura 16**, è caratterizzato, a differenza di quello di Watt, da una massa aggiuntiva  $m_Q$  applicata al collare C, che ha lo scopo di contrastare l'effetto delle forze centrifughe e di limitare l'innalzamento delle sfere in presenza di elevati regimi di rotazione;

in tal modo il regolatore di Porter acquista una maggiore sensibilità rispetto a quello di Watt.

Inoltre, come nel regolatore di Watt, anche in quello di Porter sono presenti due coppie di bracci articolati che collegano le sfere all'alberino verticale. Nel regolatore di Porter questi bracci hanno tutti uguale lunghezza, sia i due posti superiormente sia i due posti inferiormente. Per questo, in una generica posizione del regolatore le due sfere vengono a trovarsi collocate su vertici opposti di un rombo. Questa configurazione è evidenziata nello schema del regolatore di Porter di **Figura 17**, dove risulta:

$$\overline{VA} = \overline{VB} = \overline{AC} = \overline{CB}$$



**Figura 17**

### Determinazione del grado di insensibilità del regolatore di Porter

Per calcolare il grado di insensibilità del regolatore di Porter si prende in esame la configurazione che lo strumento assume in seguito a una variazione della velocità di rotazione dell'albero motore. In questa situazione si considera l'azione dovuta:

- alle forze centrifughe  $F_c$ ;
- al peso  $P$  di ciascuna sfera;
- al peso  $Q$  della massa aggiuntiva  $m_Q$  applicata al collare;
- alla resistenza d'attrito  $F_{attr}$  che tende a ostacolare la traslazione del collare lungo l'alberino;
- alla forza d'inerzia  $F_{in}$  che si oppone al moto del sistema di leve dell'elemento attuatore collegato al collare stesso.

Queste ultime due resistenze, cioè  $F_{attr}$  e  $F_{in}$ , possono essere rappresentate da un'unica forza risultante  $F_{res}$ . Questa forza ha retta d'azione coincidente con l'asse dell'alberino e senso discorde rispetto al verso di spostamento del collare. Il comportamento del regolatore di Porter è analogo a quello del regolatore di Watt; ma, mentre nel baricentro di ogni sfera del regolatore di Watt è applicata la sola forza  $P$ , nel baricentro di ogni sfera del regolatore di Porter si devono considerare applicate contemporaneamente non solo la forza  $P$  ma anche le forze  $F_{res}$  e  $Q$ .

### Approfondimento

#### Analogie tra il regolatore di Watt e il regolatore di Porter

Scomponiamo la forza  $Q$  lungo le direzioni dei bracci AC e CB (Figura 17).

Risulta:

$$Q = 2 \cdot Q' \cdot \cos \alpha$$

ovvero:

$$Q' = \frac{Q}{2 \cdot \cos \alpha} \quad (7)$$

Trasliamo ciascuna delle due componenti  $Q'$  lungo la sua retta d'azione fino a far coincidere il punto di applicazione di tale forza con A per la componente avente direzione AC, o con B, per la componente con direzione BC.

Si considera per ora la sola componente  $Q'$  applicata in A; essa può essere ulteriormente scomposta nella direzione del braccio AV e in direzione verticale e dare origine rispettivamente alle componenti  $Q''$  e  $Q'''$ :

- $Q''$ , in quanto è la componente di  $Q'$  diretta secondo il braccio AV, ha momento nullo rispetto alla cerniera V. In altre parole,  $Q''$  non ha alcuna influenza sulla posizione di equilibrio assunta dal braccio AV in seguito alla rotazione dell'alberino;
- $Q'''$ , componente verticale di  $Q'$ , risulta uguale a  $Q$ , come è facilmente dimostrabile, in base alla congruenza dei due triangoli isosceli evidenziati con il colore in figura. A differenza di  $Q''$ ,  $Q'''$ , che ora è la forza  $Q$  non più applicata in C ma pensata applicata in A, ha un momento non nullo calcolato rispetto alla cerniera V.

Se si applica alla componente  $Q'$  teoricamente agente in B lo stesso procedimento di scomposizione visto in precedenza per la componente  $Q'$  agente teoricamente in A, si giunge ovviamente a conclusioni analoghe anche per la parte di destra del regolatore.

In definitiva il peso aggiuntivo  $Q$  può ora essere considerato applicato non più in C ma contemporaneamente sia in A sia in B.

Inoltre anche la resistenza  $F_{\text{res}}$ , che come  $Q$  è una forza verticale applicata al collare C, può essere scomposta con lo stesso procedimento seguito per la forza  $Q$ . E come  $Q$ , essa può essere considerata applicata non più in C ma in A e in B. In definitiva d'ora in avanti possiamo studiare l'equilibrio del regolatore nell'ipotesi di peso aggiuntivo  $Q$  e resistenza  $F_{\text{res}}$  applicati non più in C ma in A e in B.

Per calcolare il grado di insensibilità del regolatore di Porter è necessario determinare i valori:

- delle velocità di rotazione  $n_1$  e  $n_2$  che limitano l'intervallo all'interno del quale il regolatore è insensibile;
- della velocità  $n$  di regime normale.

A questo scopo prendiamo in esame i seguenti casi:

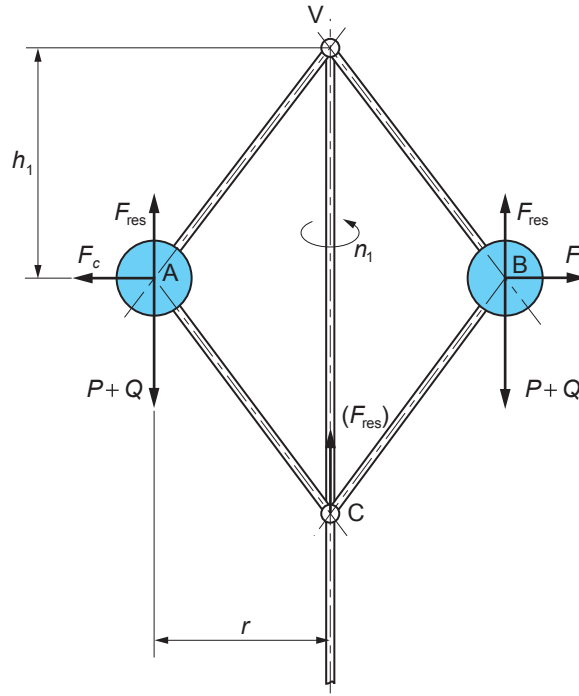
- aumento del regime di rotazione da  $n$  a  $n_2$ , con  $n_2 > n$ ;
- diminuzione del regime di rotazione da  $n$  a  $n_1$ , con  $n_1 < n$ ;
- macchina funzionante al regime normale  $n$ .

a) La macchina ha aumentato il suo regime di rotazione. Esso è variato dal valore  $n$  al valore  $n_2$  che si suppone sufficiente a provocare l'intervento del regolatore; l'equilibrio alla rotazione di ogni sfera rispetto alla cerniera V (Figura 18) è espresso dalla relazione:

$$(P + Q + F_{\text{res}}) \cdot r = F_c \cdot h_2 \quad (8)$$





**Figura 19**

Intervento del regolatore di Porter: caso in cui è diminuita la velocità di rotazione  $n_1$ .

In questa circostanza  $F_{res}$  ha verso opposto a quello di  $P$  e  $Q$ ; infatti, in questo caso, il movimento del collare C è in senso discendente: la resistenza  $F_{res}$  è pertanto orientata verso l'alto. Analogamente a quanto s'è visto nel caso precedente, anche in questo caso l'espressione della forza centrifuga:

$$F_c = m \cdot \omega_1^2 \cdot r$$

diviene:

$$F_c = \frac{P \cdot \pi^2 \cdot n_1^2 \cdot r}{900 \cdot g} \quad (9')$$

Se si sostituisce l'espressione (9') nella (11) si ricava:

$$(P + Q - F_{res}) \cdot r = \frac{P \cdot \pi^2 \cdot n_1^2 \cdot r}{900 \cdot g} \cdot h_1$$

da cui, se si isola  $n_1^2$ , dopo opportune semplificazioni si ottiene:

$$n_1^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot h_1} \cdot \frac{P + Q - F_{res}}{P}$$

c) Al regime normale  $n$  di funzionamento, l'equilibrio alla rotazione di ogni sfera attorno alla cerniera V è:

$$(P + Q) \cdot r = F_c \cdot h_0 \quad (12)$$

In questo caso l'espressione della forza centrifuga diviene:

$$F_c = \frac{P \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot r}{900 \cdot g} \quad (9'')$$

Se si sostituisce l'espressione (9'') nella (12) si ricava:

$$(P+Q) \cdot r = \frac{P \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot r}{900 \cdot g} \cdot h_0$$

da cui, se si isola  $n^2$ , dopo opportune semplificazioni si ottiene:

$$n^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot h_0} \cdot \frac{P+Q}{P} \quad (13)$$

È ora possibile calcolare il grado di insensibilità  $\gamma$  del regolatore. Dalla formula (3) del testo a stampa:

$$\gamma = \frac{n_2^2 - n_1^2}{2 \cdot n^2},$$

si ricava:

$$\gamma = \frac{n_2^2 - n_1^2}{2 \cdot n^2} = \frac{900 \cdot g}{\pi^2} \cdot \left( \frac{P+Q+F_{\text{res}}}{P \cdot h_2} - \frac{P+Q-F_{\text{res}}}{P \cdot h_1} \right) \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot h_0} \cdot \left( \frac{P+Q}{P} \right)}$$

Se si assume  $h_0 \approx h_1 \approx h_2$  e si semplifica, si ha infine:

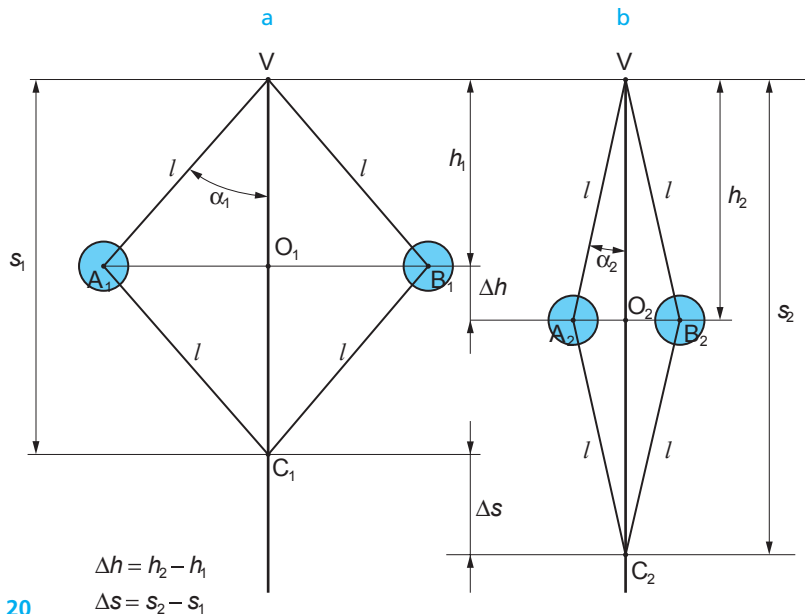
$$\gamma = \frac{F_{\text{res}}}{P+Q} \quad (14)$$

Con riferimento alla **Figura 20** indichiamo con:

- $\Delta s$  lo spostamento del collare C tra due generiche posizioni di equilibrio del regolatore;
- $\Delta h$  lo spostamento delle due sfere in seguito alla variazione del regime di rotazione dell'albero. Sia  $\Delta s$  sia  $\Delta h$  sono misurati in direzione verticale.

Per effetto della configurazione a rombo assunta dai bracci del regolatore di Porter risulta:

$$\Delta s = 2 \cdot \Delta h \quad (15)$$



**Figura 20**

### Approfondimento

#### Relazione tra $\Delta s$ e $\Delta h$

In una generica posizione di equilibrio del regolatore, posizione caratterizzata dall'angolo  $\alpha_1$  di semiapertura del pantografo, dato che il quadrilatero  $VA_1B_1C_1$  è un rombo, risulta (Figura 20a):

$$s_1 = \overline{VC_1} = 2 \cdot \overline{VO_1} = 2 \cdot h_1$$

D'altra parte, in un'ulteriore, generica posizione di equilibrio del regolatore, diversa dalla precedente, e caratterizzata dall'angolo  $\alpha_2$  di semiapertura del pantografo, dal momento che anche in questa, come in qualsiasi altra posizione il quadrilatero  $VA_2B_2C_2$  è un rombo, si ha (Figura 20b):

$$s_2 = \overline{VC_2} = 2 \cdot \overline{VO_2} = 2 \cdot h_2$$

Se si sottraggono membro a membro le due precedenti espressioni si ottiene:

$$s_2 - s_1 = 2 \cdot h_2 - 2 \cdot h_1$$

ovvero, posto:

$$s_2 - s_1 = \Delta s$$

e

$$h_2 - h_1 = \Delta h$$

si ricava:

$$\Delta s = 2 \cdot \Delta h$$

cioè la (15). Dunque, il collare del regolatore compie spostamenti doppi di quelli compiuti verticalmente dalle due sfere.

### Dimensionamento del regolatore di Porter

Gli elementi noti a priori, utili per il dimensionamento di massima di un regolatore di Porter sono generalmente i seguenti:

- $l$  = lunghezza di ciascun braccio;
- $\alpha_0$  = inclinazione di ogni braccio rispetto all'asse verticale dell'alberino, in corrispondenza del regime normale di funzionamento  $n$ ;
- $F_{\text{res}}$  = forza applicata al collare, che contrasta lo spostamento dello stesso;
- $\delta$  = grado di irregolarità del regime caratteristico della macchina;
- $\gamma$  = grado di insensibilità del regolatore;
- $n$  = frequenza di rotazione corrispondente alle condizioni di normale regime di funzionamento.

Si richiede in genere di determinare la massa  $m_p$  di ciascuna sfera, il peso addizionale  $Q$  e la corsa  $\Delta s$  del collare.

A tale scopo si considera l'espressione (13):

$$n^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot h_0} \cdot \frac{P + Q}{P}$$

che può essere scritta:

$$P = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot h_0 \cdot n^2} \cdot (P + Q) \quad (16)$$

Il termine  $(P + Q)$  che compare nella (16) viene determinato mediante la relazione (14):

$$\gamma = \frac{F_{\text{res}}}{P + Q}$$

dalla quale si ricava:

$$(P + Q) = \frac{F_{\text{res}}}{\gamma} \quad (17)$$

D'altra parte è anche:

$$h_0 = l \cdot \cos \alpha_0 \quad (18)$$

Se si inseriscono le espressioni (17) e (18) nella (16) è possibile calcolare il valore di  $P$ .

La massa  $m_p$  di ciascuna sfera vale:

$$m_p = \frac{P}{g}$$

Il peso addizionale  $Q$  si ricava direttamente dalla (17), una volta determinato il valore di  $P$ .

La corsa  $\Delta s$  del collare è ottenibile dall'espressione (15):

$$\Delta s = 2 \cdot \Delta h_{\text{max}}$$

dove si pone:

$$\Delta h_{\text{max}} = h_{\text{max}} - h_{\text{min}}$$

con:

$h_{\text{max}}$  e  $h_{\text{min}}$  = dislivelli rispettivamente massimo e minimo delle sfere, calcolati rispetto al piano orizzontale passante per V;  $h_{\text{max}}$  è raggiunto in corrispondenza della velocità di rotazione minima ammissibile  $n_{\text{min}}$ ,  $h_{\text{min}}$  in corrispondenza della velocità di rotazione massima ammissibile  $n_{\text{max}}$ .

I valori di  $n_{\text{min}}$  e  $n_{\text{max}}$  possono essere ricavati dal sistema composto dalle espressioni (4) e (5) del testo a stampa:

$$\begin{cases} \delta = \frac{n_{\text{max}} - n_{\text{min}}}{n} \\ n = \frac{n_{\text{max}} + n_{\text{min}}}{2} \end{cases}$$

Dalla prima equazione si ottiene:

$$n_{\text{max}} = \delta \cdot n + n_{\text{min}}$$

dalla seconda:

$$n_{\text{max}} = 2 \cdot n - n_{\text{min}}$$

Se si uguagliano tra loro le ultime due relazioni, si ha:

$$\delta \cdot n + n_{\text{min}} = 2 \cdot n - n_{\text{min}}$$

da cui:

$$2 \cdot n_{\text{min}} = 2 \cdot n - \delta \cdot n$$



ovvero:

$$n_{\min} = \frac{2 \cdot n - \delta \cdot n}{2} = n \cdot \left(1 - \frac{\delta}{2}\right) \quad (19)$$

Ne consegue:

$$n_{\max} = 2 \cdot n - \frac{2 \cdot n - \delta \cdot n}{2} = \frac{2 \cdot n + \delta \cdot n}{2} = n \cdot \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \quad (20)$$

A loro volta  $h_{\max}$  e  $h_{\min}$  vengono calcolate tramite le relazioni:

$$h_{\max} = \frac{900 \cdot g}{n_{\min}^2 \cdot \pi^2} \cdot \left(\frac{P+Q}{P}\right) \quad (21)$$

$$h_{\min} = \frac{900 \cdot g}{n_{\max}^2 \cdot \pi^2} \cdot \left(\frac{P+Q}{P}\right) \quad (22)$$

La differenza:

$$\Delta h_{\max} = h_{\max} - h_{\min}$$

rappresenta la massima escursione compiuta dalle sfere quando il regolatore funziona alle frequenze limite ( $n_{\min}$  e  $n_{\max}$ ) di rotazione.

La corsa  $\Delta s$  del collare vale perciò, in base alla (15):

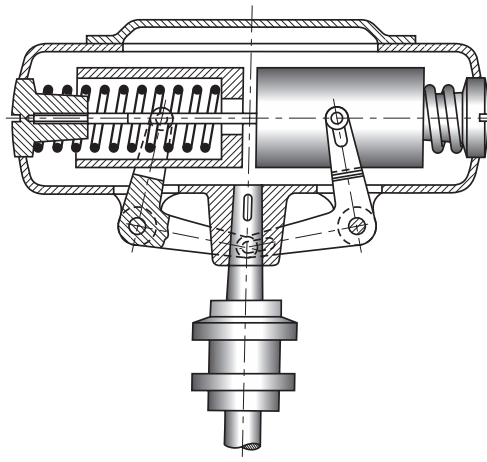
$$\Delta s = 2 \cdot \Delta h_{\max}$$

## 2.3 Il regolatore tachimetrico di Hartung

Il regolatore di Porter, diversamente dal regolatore di Watt, può essere utilizzato anche a regimi di rotazione moderatamente elevati grazie all'aggiunta della massa addizionale  $m_0$ . Risulta però eccessivamente pesante se impiegato ad alti regimi di rotazione. Per questi casi si ricorre al *regolatore tachimetrico di Hartung* (Figura 21), più leggero e meno ingombrante.

Esso è composto da un involucro cilindrico ad asse orizzontale che ruota solidalmente con un alberino ad asse verticale; all'interno di tale involucro è alloggiato un tirante, filettato alle estremità per permettere l'avvitamento di due tappi. Questi mantengono in compressione una coppia di molle elicoidali poste internamente a due masse libere di scorrere lungo il tirante. Le molle hanno lo scopo di contrastare, durante il funzionamento del regolatore, lo spostamento delle masse stesse verso l'esterno per effetto della forza centrifuga.

L'alberino verticale è a sua volta collegato con l'albero motore: la sua velocità di rotazione  $n$  è perciò proporzionale a quella dell'albero motore.



**Figura 21**  
Il regolatore tachimetrico di Hartung.

## Funzionamento del regolatore di Hartung

Prendiamo in considerazione, ad esempio, un'improvvisa diminuzione del momento resistente. In questo caso la velocità di rotazione subisce un altrettanto improvviso aumento. Di conseguenza la forza centrifuga diviene maggiore della forza antagonista delle molle e allontana le masse dall'asse di rotazione. Il movimento delle masse provoca la rotazione di due leve a squadra che a loro volta sollevano un collare.

Lo spostamento del collare viene trasmesso, tramite un leveraggio o un circuito oleodinamico, agli organi di comando della macchina, che provvedono a ridurre il regime di rotazione fino al raggiungimento di un nuovo equilibrio tra il momento motore e quello resistente.

L'azione antagonista alla forza centrifuga, svolta nel regolatore di Porter dai pesi addizionali, è ora affidata alle molle; la presenza del tirante filettato consente invece di adattare con estrema facilità il regolatore ai differenti regimi di funzionamento normale della macchina. Infatti è sufficiente avvitare o svitare i due tappi filettati posti alle estremità del tirante per far variare il campo di applicazione del regolatore. In particolare:

- nel caso dell'avvitamento, le molle risultano più compresse ed esercitano quindi una forza maggiore sulle due masse centrifughe. Di conseguenza l'equilibrio del regolatore viene raggiunto a un regime di rotazione più alto;
- nel caso dello svitamento, accade l'opposto e l'equilibrio del regolatore viene raggiunto a un regime di rotazione più basso.

Il grado di irregolarità  $\delta$  del regime può essere variato con la sostituzione delle molle e l'adozione di altre molle simili alle precedenti, ma con caratteristiche più adatte al tipo di macchina sulla quale il regolatore deve essere montato.

## Determinazione del grado di insensibilità del regolatore di Hartung

Sia la forza centrifuga  $F_c$  sia la forza antagonista  $T$  delle molle sono applicate al baricentro delle masse mobili. La condizione di equilibrio alla rotazione delle leve a L rispetto al fulcro O, detto  $b$  il braccio delle due forze (Figura 22), è:

$$T \cdot b - F_c \cdot b = 0 \quad (23)$$

da cui, dopo le opportune semplificazioni, si ricava:

$$T = F_c$$

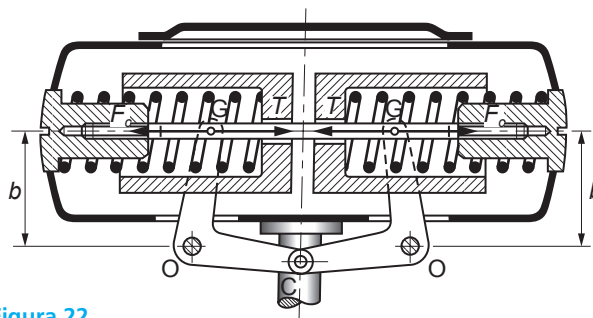


Figura 22

Dato che è:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

$$m = \frac{P}{g}$$

la relazione  $T = F_c$  diventa:

$$T = F_c = m \cdot \omega^2 \cdot r = \frac{P}{g} \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \right)^2 \cdot r = \frac{P}{g} \cdot \frac{\pi^2 \cdot n^2}{900} \cdot r = \frac{P \cdot \pi^2 \cdot n^2 \cdot r}{900 \cdot g}$$

ovvero:

$$T = \frac{P}{g} \cdot \frac{\pi^2 \cdot n^2}{900} \cdot r$$

da cui si ricava:

$$n^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot r} \cdot \frac{T}{P} \quad (24)$$

Analogamente a quanto s'è fatto per la determinazione del grado d'insensibilità  $\gamma$  del regolatore di Porter, anche nel calcolo di  $\gamma$  del regolatore di Hartung si studia il comportamento del sistema in corrispondenza di una variazione della velocità angolare tale da indurre il regolatore a entrare in funzione.

Detta  $F_{\text{res}}$  la resistenza d'attrito che si oppone allo spostamento del collare, questa forza può essere considerata operante per una metà su una leva e per l'altra metà sull'altra leva; ovvero: su ogni leva si considera applicata una forza resistente di entità pari a  $F_{\text{res}}/2$ .

Nel caso di un improvviso aumento della velocità di regime, le masse tendono ad allontanarsi dall'asse di rotazione. Se si ipotizzano uguali tra di loro i bracci delle leve a  $L$  (Figura 23), la condizione di equilibrio alla rotazione di ciascuna leva rispetto al proprio fulcro  $O$  è la seguente:

$$F_c \cdot b - T \cdot b - \frac{F_{\text{res}}}{2} \cdot b = 0 \quad (25)$$

in quanto, dato che in questo caso il collare tende a salire, la forza resistente  $F_{\text{res}}/2$  è rivolta verso il basso.

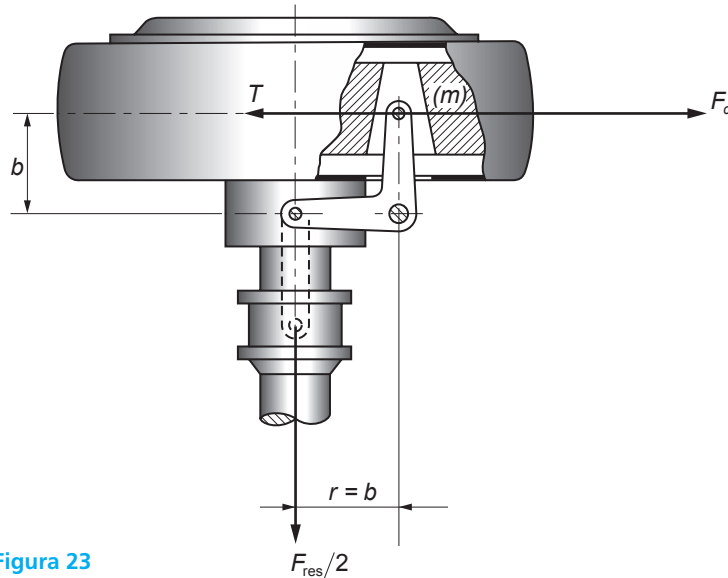


Figura 23

Dopo le opportune semplificazioni, la (25) diventa:

$$F_c = T + \frac{F_{\text{res}}}{2} \quad (26)$$

Dato che è:

$$m = \frac{P}{g}$$

$$\omega_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60}$$

e:

$$F_c = m \cdot \omega_2^2 \cdot r$$

risulta:

$$F_c = \frac{P}{g} \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} \right)^2 \cdot r = \frac{P}{g} \cdot \frac{\pi^2 \cdot n_2^2}{900} \cdot r = \frac{P \cdot \pi^2 \cdot n_2^2 \cdot r}{900 \cdot g}$$

Di conseguenza la (26) viene scritta:

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{\pi^2 \cdot n_2^2}{900} \cdot r = T + \frac{F_{\text{res}}}{2}$$

da cui si ricava:

$$n_2^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot r} \cdot \frac{T + \frac{F_{\text{res}}}{2}}{P} \quad (27)$$

dove è:  $n_2 > n$ .

Se si manifesta una diminuzione della velocità di rotazione, di entità sufficiente comunque a far intervenire il regolatore, l'equazione di equilibrio alla rotazione di ciascuna leva rispetto al proprio fulcro O diviene, dato che ora  $F_{\text{res}}/2$  è rivolta verso l'alto:

$$F_c \cdot b - T \cdot b + \frac{F_{\text{res}}}{2} \cdot b = 0$$

da cui si ricava:

$$F_c = T - \frac{F_{\text{res}}}{2}$$

Dato che è:

$$m = \frac{P}{g}$$

$$\omega_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60}$$

e:

$$F_c = m \cdot \omega_1^2 \cdot r$$

risulta:

$$F_c = \frac{P}{g} \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{60} \right)^2 \cdot r = \frac{P}{g} \cdot \frac{\pi^2 \cdot n_1^2}{900} \cdot r = \frac{P \cdot \pi^2 \cdot n_1^2 \cdot r}{900 \cdot g}$$

Di conseguenza si ha:

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{\pi^2 \cdot n_1^2}{900} \cdot r = T - \frac{F_{\text{res}}}{2}$$

e quindi:

$$n_1^2 = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot r} \cdot \frac{T - \frac{F_{\text{res}}}{2}}{P} \quad (28)$$

dove è:  $n_1 < n$ .

Se si sostituiscono le formule (24), (27) e (28) nell'espressione (3) del testo a stampa  $\gamma = \frac{n_2^2 - n_1^2}{2 \cdot n^2}$  e si semplifica, si ricava:

$$\gamma = \frac{n_2^2 - n_1^2}{2 \cdot n^2} = \frac{\frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot r} \cdot \left( \frac{T + \frac{F_{\text{res}}}{2}}{P} - \frac{T - \frac{F_{\text{res}}}{2}}{P} \right)}{2 \cdot \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot r} \cdot \left( \frac{T}{P} \right)} = \frac{F_{\text{res}}}{2 \cdot T} \quad (29)$$

Dunque, il grado di insensibilità del regolatore di Hartung diminuisce al ridursi della resistenza  $F_{\text{res}}$ , forza d'attrito che contrasta lo spostamento del collare, e all'aumentare di  $T$ , reazione delle molle.

### Dimensionamento del regolatore di Hartung

Il procedimento di calcolo relativo al dimensionamento del regolatore di Hartung è analogo a quello precedentemente indicato per il regolatore di Porter. In genere sono assegnati:

- il grado di insensibilità  $\gamma$  del regolatore;
- il grado di irregolarità  $\delta$  del regime caratteristico della macchina;
- la resistenza  $F_{\text{res}}$  che, applicata al collare, ne contrasta lo spostamento;
- la frequenza di rotazione  $n$  corrispondente alle condizioni di normale regime di funzionamento.

Restano quindi da determinare:

- le dimensioni di massima del regolatore, reperibili su tabelle riportate sui manuali tecnici;
  - l'entità delle masse centrifughe  $m$ ;
  - i parametri che caratterizzano le molle, cioè:
    - diametro del tondino metallico,
    - numero di spire,
- dopo aver ipotizzato un opportuno diametro di avvolgimento.

La spinta  $T$  esercitata da ciascuna molla quando il regime di funzionamento è quello normale può essere determinata in base all'espressione (29):

$$\gamma = \frac{F_{\text{res}}}{2 \cdot T}$$

si ricava:

$$T = \frac{F_{\text{res}}}{2 \cdot \gamma}$$



Scelto poi un opportuno valore di  $b$  dalle tabelle riportate sui manuali tecnici, la relazione (24):

$$n^2 = \frac{900 \cdot g \cdot T}{\pi^2 \cdot r \cdot P}$$

diviene, se si ricava  $P$  e si pone  $b = r$ :

$$P = \frac{900 \cdot g}{\pi^2 \cdot b} \cdot \frac{T}{n^2}$$

Di conseguenza è:

$$m = \frac{P}{g} = \frac{900}{\pi^2 \cdot b} \cdot \frac{T}{n^2}$$

Dal sistema costituito dalle equazioni (4) e (5) del testo a stampa:

$$\begin{cases} \delta = \frac{n_{\max} - n_{\min}}{n} \\ n = \frac{n_{\max} + n_{\min}}{2} \end{cases}$$

si ricavano, analogamente a quanto s'è fatto nel caso del regolatore di Porter, le relazioni (19) e (20):

$$n_{\min} = n \cdot \left(1 - \frac{\delta}{2}\right) \quad (19)$$

$$n_{\max} = n \cdot \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \quad (20)$$

A questo punto, fissato un opportuno valore per la corsa  $\Delta s$  del collare, si possono calcolare sia la forza centrifuga massima  $F_{c \max}$  sia quella minima  $F_{c \min}$ , entrambe necessarie ai fini del dimensionamento delle molle.

Le relative espressioni sono:

$$F_{c \max} = m \cdot \omega_{\max}^2 \cdot r_{\max} \quad (30)$$

dove:

$$\omega_{\max} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{\max}}{60} \quad (31)$$

$$r_{\max} = b + \frac{\Delta s}{2} \quad (32)$$

Infatti, se per l'ipotesi fatta le leve a L hanno bracci  $b$  uguali, quando le masse, per effetto di  $F_{c \max}$ , si trovano nella posizione più lontana dall'asse di rotazione, la distanza  $r$  tra il baricentro di ogni massa e l'asse di rotazione è quella massima (Figura 24).

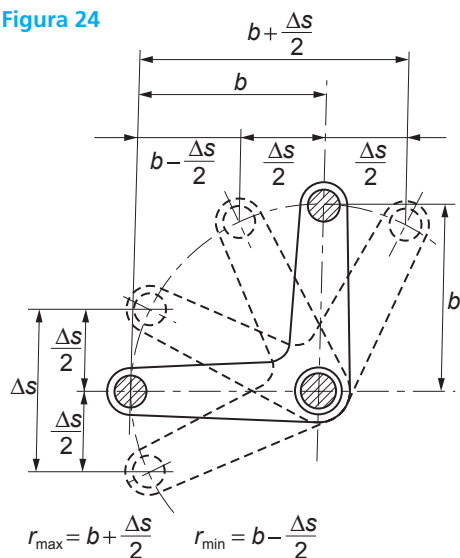
Analogamente si ha:

$$F_{c \min} = m \cdot \omega_{\min}^2 \cdot r_{\min} \quad (33)$$

dove:

$$\omega_{\min} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{\min}}{60} \quad (34)$$

Figura 24



$$r_{\min} = b - \frac{\Delta s}{2} \quad (35)$$

Infatti ora, per effetto di  $F_{c \min}$ , le masse si trovano nella posizione più vicina all'asse di rotazione e la distanza tra il baricentro di ogni massa e l'asse di rotazione è quella minima.

Si procede quindi al calcolo del *diametro del filo*, cioè del diametro del tondino della molla elicoidale, dopo aver ipotizzato un opportuno valore del *diametro di avvolgimento*  $D$ , cioè del diametro medio delle spire che costituiscono la molla elicoidale.

Dall'espressione (26) della UDA 9, che ora assume la forma:

$$d_{\min \text{ filo}} = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot F_{c \max} \cdot D}{\pi \cdot \tau_{\text{adm a fatica}}}}$$

dove si è posto:

$$F = F_{c \max}$$

si determina il diametro minimo del tondino e lo si arrotonda al diametro commerciale immediatamente superiore.

Il numero di spire utili è ricavato tramite l'espressione (27) della UDA 9 così modificata:

$$z_{\text{spire}} = \frac{\Delta s \cdot G \cdot d_{\text{filo}}^4}{64 \cdot (T_{\max} - T_{\min}) \cdot R^3}$$

dove si è posto:

$$f = \Delta s$$

in quanto la corsa  $\Delta s$  del collare coincide con la massima escursione compiuta dalle masse e quindi con la freccia  $f$  che ciascuna molla deve poter realizzare e:

$$F = (T_{\max} - T_{\min})$$

in quanto la freccia  $f$  è stata determinata dalla differenza tra i valori massimo e minimo della forza  $T$  che comprime ciascuna molla.

È inoltre:

$$R = \frac{D}{2} = \text{raggio di avvolgimento}$$

Il numero di spire totali  $z_{\text{tot}}$  è quindi, in base all'espressione (28) dell'UDA 9:

$$z_{\text{tot}} = z_{\text{spire}} + 2$$

È infine necessario eseguire il calcolo di verifica della resistenza a torsione delle molle; cioè, in base all'espressione (23) dell'UDA 9, deve essere soddisfatta la condizione:

$$\tau_{\text{int}} = \chi \cdot \frac{8 \cdot F_{c \max} \cdot D}{\pi \cdot d_{\text{filo}}^3} \leq \tau_{\text{adm a fatica}}$$

con:

$$\chi = \frac{4 \cdot \left( \frac{D}{d_{\text{filo}}} \right) - 1}{4 \cdot \left( \frac{D}{d_{\text{filo}}} \right) - 4} + \frac{0,615}{\left( \frac{D}{d_{\text{filo}}} \right)}$$

(relazione 21 dell'UDA 9).

Per quanto riguarda la rigidezza  $K_r$  delle molle, dal momento che esse devono provocare un'escursione massima  $f$  pari a  $\Delta s$  in corrispondenza di una variazione di carico:

$$F = (T_{\max} - T_{\min})$$

si ha:

$$K_r = \frac{F}{f} = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{\Delta s} \quad (36)$$

$T_{\max}$  viene ricavata in base all'equazione di equilibrio alla rotazione di ciascuna leva a squadra attorno al proprio fulcro nella configurazione di massimo regime di funzionamento (**Figura 25a**), ovvero in base all'equazione:

$$F_{c \max} \cdot b' + P \cdot b'' - T_{\max} \cdot b' = 0$$

Da questa espressione si ottiene:

$$T_{\max} = \frac{F_{c \max} \cdot b' + P \cdot b''}{b'} = F_{c \max} + P \cdot \frac{b''}{b'} \quad (37)$$

Se si pone nella (37):

$$b' \approx b''$$

e:

$$b'' \approx \frac{\Delta s}{2}$$

risulta:

$$T_{\max} = F_{c \max} + P \cdot \frac{\Delta s}{2 \cdot b} \quad (38)$$

Analogamente (**Figura 25b**)  $T_{\min}$  viene ricavata in base all'equazione di equilibrio alla rotazione di ciascuna leva a squadra attorno al proprio fulcro nella configurazione di minimo regime di funzionamento, ovvero in base all'espressione:

$$F_{c \min} \cdot b' - P \cdot b'' - T_{\min} \cdot b' = 0$$

Da questa espressione si ottiene, con le precedenti sostituzioni:

$$T_{\min} = F_{c \min} - P \cdot \frac{\Delta s}{2 \cdot b} \quad (39)$$

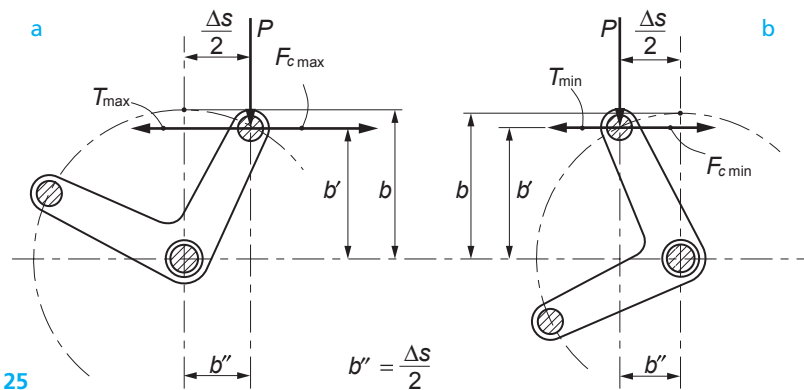


Figura 25

### Nota bene

Se  $\left( P \cdot \frac{b''}{b'} \right)$  ovvero  $P \cdot \frac{\Delta s}{2 \cdot b}$  sono considerati trascurabili rispetto sia a  $F_{c \max}$  sia a  $F_{c \min}$ , le espressioni (38) e (39) possono essere scritte, in prima approssimazione, rispettivamente:

$$T_{\max} \approx F_{c \max} \quad (38 \text{ bis})$$

$$T_{\min} \approx F_{c \min} \quad (39 \text{ bis})$$