

### Dimostrazione della formula della velocità di un moto

**elicoidale:**  $v = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \sqrt{4\pi^2 \cdot r^2 + p^2}$

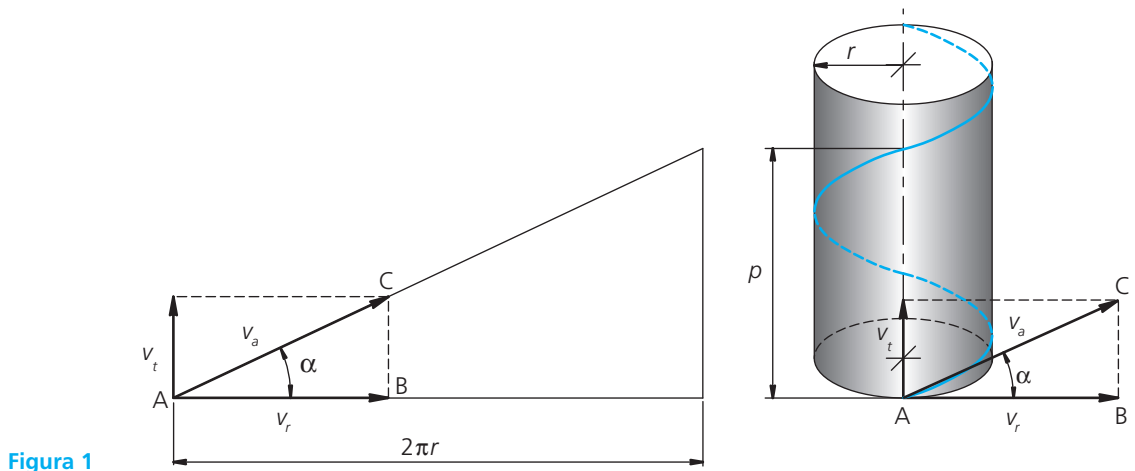
La velocità  $v_a$  di un punto che si muove di moto elicoidale è rappresentata da un vettore che è tangente all'elica e ha intensità:

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} \quad (1)$$

dal momento che le due velocità componenti  $v_t$  e  $v_r$  sono perpendicolari tra loro.

Dall'esame del triangolo rettangolo ABC di **Figura 1** si ricava:

$$v_t = v_r \cdot \operatorname{tg} \alpha$$



**Figura 1**

D'altra parte, in base alla formula:

$$v_r = \omega \cdot r \quad (1')$$

della velocità periferica del punto P che si muove con moto circolare uniforme sulla circonferenza di raggio  $r$ , l'espressione

$$v_t = v_r \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

può scriversi:

$$v_t = \omega \cdot r \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Dato che è:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p}{2\pi \cdot r}$$

si ha:

$$v_t = \omega \cdot r \cdot \operatorname{tg} \alpha = \omega \cdot r \cdot \frac{p}{2\pi r} = \omega \cdot \frac{p}{2\pi} \quad (1'')$$

Se si sostituiscono nell'espressione (1) le relazioni (1') e (1'') si ricava:

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} = \sqrt{\omega^2 \cdot r^2 + \omega^2 \cdot \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2} = \sqrt{\omega^2 \cdot r^2 + \omega^2 \cdot \frac{p^2}{4\pi^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \omega^2 \cdot r^2 + \omega^2 \cdot p^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

e, infine:

$$v = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \sqrt{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2 + p^2}$$

che è l'espressione della velocità che ci eravamo proposti di dimostrare.