

1 Baricentri di linee e di figure piane

Nel Paragrafo 4.5 del testo a stampa si è visto che per la determinazione del baricentro di una figura complessa o irregolare è necessario suddividerla in figure semplici e regolari di cui occorre però conoscere la posizione dei rispettivi baricentri. La ricerca del baricentro di una figura è agevolata, come indicato anche nel Paragrafo 4.4, quando la figura è dotata di uno o due assi di simmetria. Nel primo caso il baricentro si trova su questo asse, mentre nel secondo caso il baricentro della figura coincide con il punto d'intersezione dei due assi. Se poi la figura presenta un centro, il baricentro coincide con il centro stesso. Di seguito sono indicate le posizioni dei baricentri di alcune linee piane e delle principali figure piane geometriche regolari.

1. Baricentri di linee piane

Segmento rettilineo: il baricentro coincide con il punto medio del segmento.

Arco di circonferenza: l'arco di circonferenza AB di **Figura 1** ha il centro nel punto O, il raggio r e l'angolo al centro 2α . Il baricentro dell'arco è situato sulla bisettrice y dell'angolo 2α poiché essa è asse di simmetria. La posizione del baricentro G si trova analiticamente calcolando la coordinata y_G mediante la relazione:

$$y_G = \overline{OG} = \frac{r \cdot \sin \alpha}{\alpha} \quad \text{con } \alpha \text{ misurato in radianti}$$

CASI PARTICOLARI

a) *Semicirconferenza* ($\alpha = \pi/2$) (**Figura 2**):

$$y_G = \frac{r \cdot \sin \pi/2}{\pi/2} = \frac{r}{\pi/2} = \frac{2r}{\pi}$$

b) *Arco piano qualsiasi con freccia f nota* (**Figura 3**):

$$y_G = \overline{OG} = \frac{2}{3} f$$

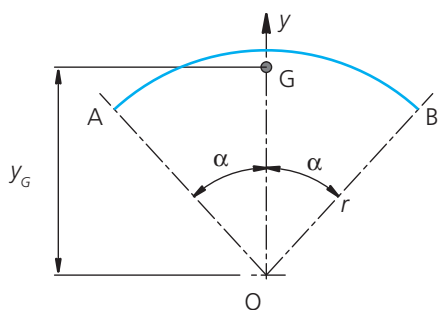


Figura 1

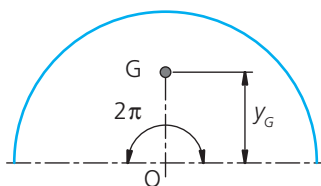


Figura 2

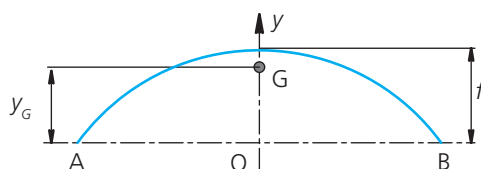
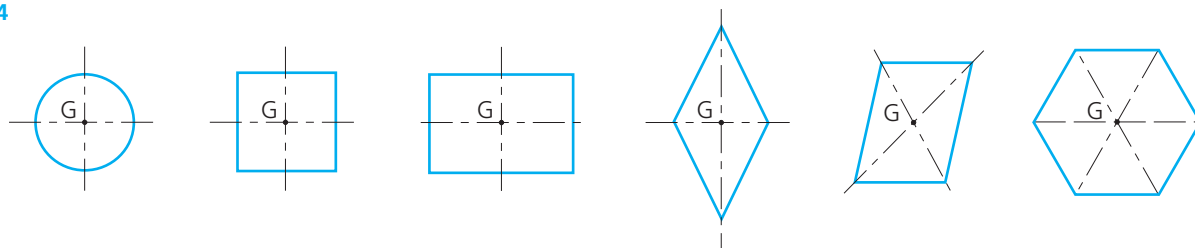


Figura 3

2. Baricentri di figure piane geometriche regolari

Cerchio-Quadrato-Rettangolo-Rombo-Parallelogramma-Poligono regolare: il baricentro G coincide con il loro centro geometrico, punto d'intersezione degli assi di simmetria o delle diagonali (**Figura 4**).

Figura 4



Triangolo: il baricentro si trova nel punto d'intersezione delle tre mediane e divide ogni mediana in due parti di cui quella situata vicino al vertice è doppia dell'altra. La distanza del baricentro da un lato, considerato come base, è pari a $1/3$ della rispettiva altezza (Figura 5).

Trapezio: il baricentro si trova *graficamente* nel punto d'intersezione della mediana MN con il segmento AB congiungente i punti estremi ottenuti trasferendo da parti opposte ciascuna base sul prolungamento dell'altra (Figura 6).

Per calcolare *analiticamente* l'ordinata del baricentro rispetto alla base maggiore si utilizza la relazione:

$$y_G = \frac{h}{3} \cdot \frac{2a + b}{a + b}$$

in cui a , b , h indicano rispettivamente la base minore, la base maggiore e l'altezza del trapezio.

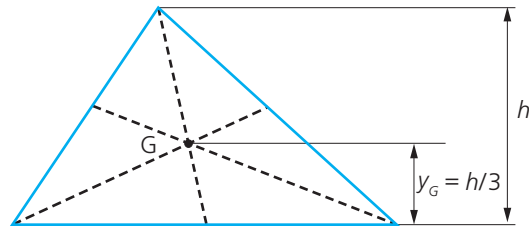


Figura 5

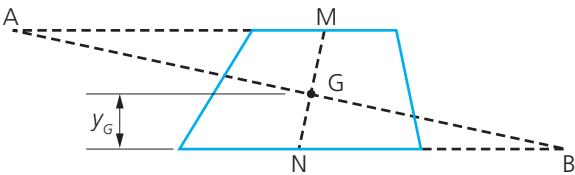


Figura 6

Settore circolare: il baricentro del settore circolare ABO (Figura 7) di raggio r è situato sull'asse di simmetria y , bisettrice dell'angolo al centro 2α , a una distanza dal centro O che vale:

$$y_G = \overline{OG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot \sin \alpha}{\alpha}$$

con α espresso in radianti.

Questa relazione può essere utilizzata per calcolare la posizione del baricentro di un semicerchio di raggio r . Sostituendo ad α il valore $\pi/2$, si ottiene:

$$y_G = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot \sin \pi/2}{\pi/2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r}{\pi/2} = \frac{4r}{3\pi} \approx 0,424 \, r$$

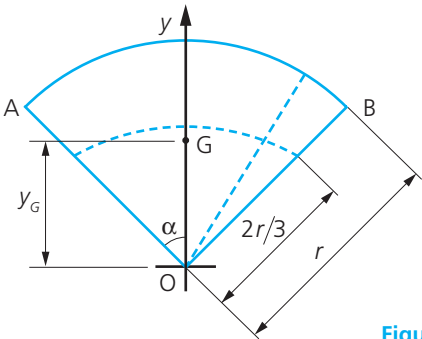


Figura 7

2 Baricentri di corpi solidi

Come è stato già detto nel Paragrafo 4.4 del testo a stampa, il baricentro di un corpo solido è costituito da un punto in cui è applicata la forza-peso del corpo. Immaginando di suddividere il corpo in un numero molto elevato di masse

elementari, il baricentro del corpo è il punto di applicazione della risultante di un sistema di forze parallele e verticali ognuna delle quali rappresenta la forza-peso di ciascuna massa elementare. Dopo avere scomposto un corpo solido in un certo numero di solidi geometrici semplici di cui sia nota la posizione del baricentro, la ricerca del baricentro del corpo può essere effettuata *graficamente* mediante la doppia costruzione del poligono funicolare, oppure *analiticamente* con il teorema di Varignon.

Elenchiamo ora alcuni solidi geometrici indicando per ciascuno di essi la posizione del baricentro.

- *Sfera*: il baricentro è coincidente con il centro geometrico del solido.
- *Prisma e cilindro* a basi regolari e parallele: il baricentro coincide con il punto medio del segmento compreso tra i baricentri delle due basi (**Figura 8**).
- *Piramide e cono*: il baricentro si trova sul segmento che congiunge il vertice con il baricentro della base, a una distanza dalla base pari a $1/4$ della lunghezza di tale segmento (**Figura 9**).
- *Semisfera*: il baricentro è situato sul raggio r perpendicolare al cerchio di base, a una distanza dalla base pari a $3r/8$ (**Figura 10**).

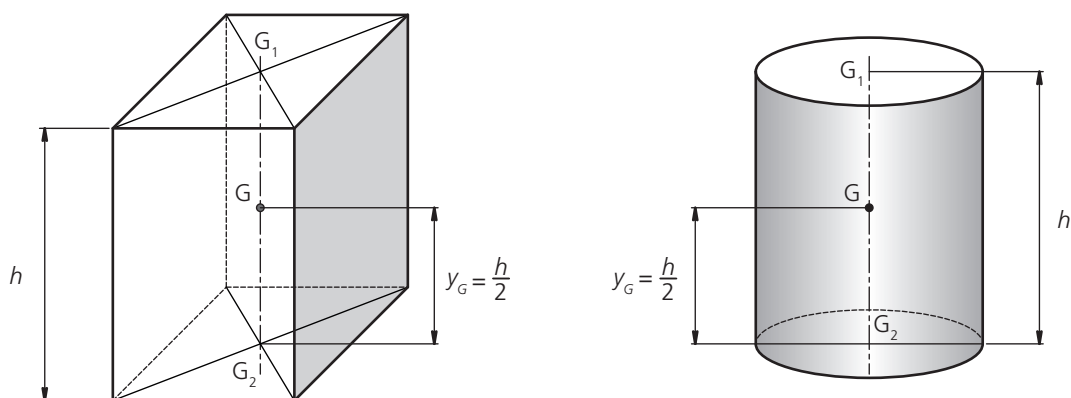


Figura 8

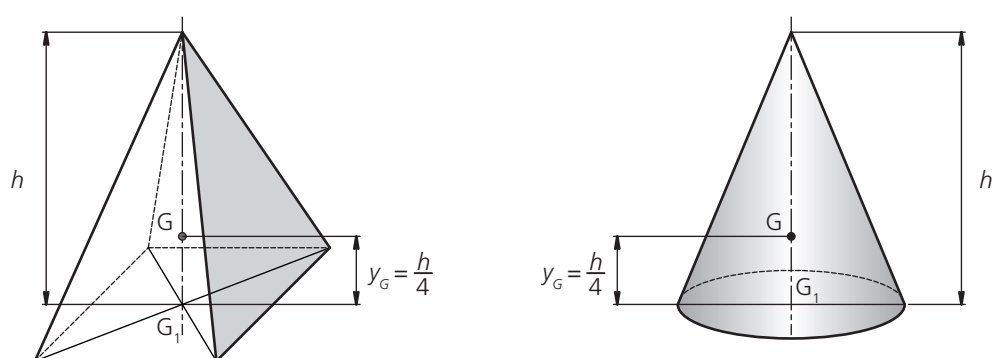


Figura 9

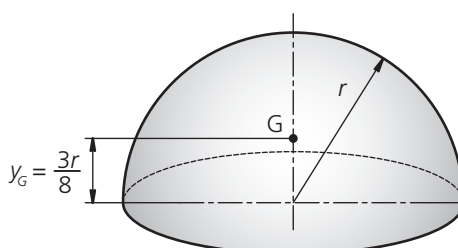
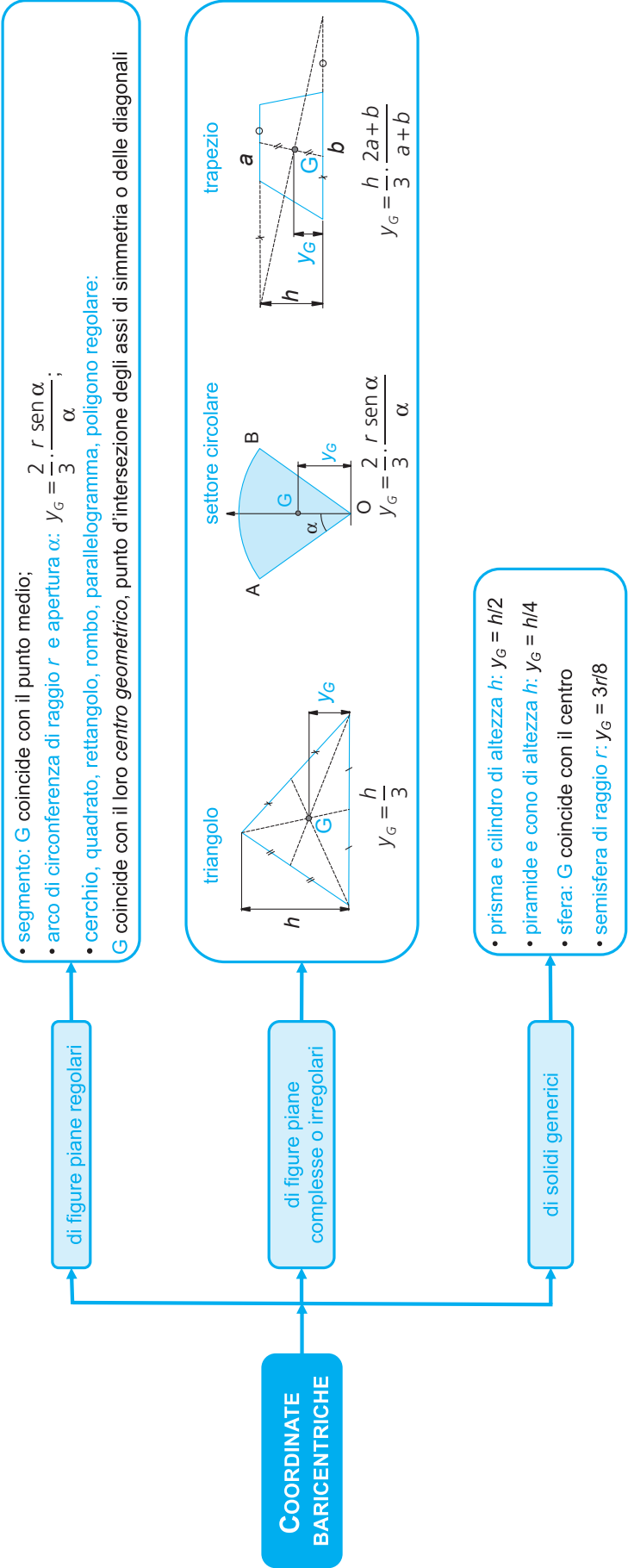


Figura 10

FACCIAMO IL PUNTO



N.B.: nelle rappresentazioni grafiche, a fianco delle frecce che rappresentano i vettori in direzione e verso, è indicata la lettera corsiva che ne rappresenta il modulo.

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Riconoscere se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F).

1. La distanza del baricentro di una semicirconferenza di diametro d dal centro della circonferenza è data dalla formula $y_G = d/\pi$.
2. La distanza del baricentro di un semicerchio di diametro d dal centro del cerchio è data dalla formula $y_G = 2d/3\pi$.

☐ V ☐ F

☐ V ☐ F

QUESITI

Individuare la risposta esatta ai seguenti quesiti a risposta multipla.

1. Per calcolare la posizione del baricentro G di un semicerchio si usa la formula:

☐ a $y_G = 3r/4\pi$

☐ b $y_G = 4r/3\pi$

☐ c $y_G = 4\rho/3\pi$