

Dimostrazione della formula del rendimento di una vite a filetto quadrato: $\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi)}$

Se si indica con Q_2 la componente del peso Q perpendicolare al piano inclinato e con Q_1 la componente parallela al piano, risulta:

$$Q_2 = Q \cos \alpha \quad Q_1 = Q \sin \alpha$$

Analogamente, se si indica con F_1 la componente della forza motrice F parallela al piano e con F_2 quella perpendicolare al piano, si ha:

$$F_1 = F \cos \alpha \quad F_2 = F \sin \alpha$$

Nella **Figura 1** si nota che la forza motrice F deve equilibrare sia la componente Q_1 del carico sia la resistenza di attrito R . Quest'ultima vale:

$$R = f \cdot (Q_2 + F_2) = f \cdot (Q \cos \alpha + F \sin \alpha)$$

ed è costituita dalle componenti Q_2 e F_2 che premono perpendicolarmente sul piano inclinato.

La condizione di equilibrio delle forze risulta quindi:

$$F_1 = Q_1 + f \cdot (Q_2 + F_2)$$

che diventa:

$$F \cos \alpha = Q \sin \alpha + f \cdot (Q_2 + F_2)$$

o anche:

$$F \cdot (\cos \alpha - f \sin \alpha) = Q (\sin \alpha + f \cos \alpha)$$

Da quest'ultima relazione si ricava la forza motrice reale:

$$F = Q \cdot \frac{\sin \alpha + f \cos \alpha}{\cos \alpha - f \sin \alpha} \quad \text{da cui:} \quad F = Q \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi}$$

dato che è: $f = \operatorname{tg} \varphi$

Se applichiamo la formula trigonometrica della tangente della somma di due angoli, cioè l'espressione:

$$\operatorname{tg} (\alpha + \varphi) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi}, \quad \text{la forza motrice *reale* diventa:}$$

$$F = Q \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \varphi)$$

mentre la forza motrice *ideale*, cioè senza attrito, risulta:

$$F_o = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Il *rendimento della vite* a filetto quadrato è dato quindi dalla formula:

$$\eta = \frac{F_o}{F} = \frac{Q \operatorname{tg} \alpha}{Q \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \varphi)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi)}$$

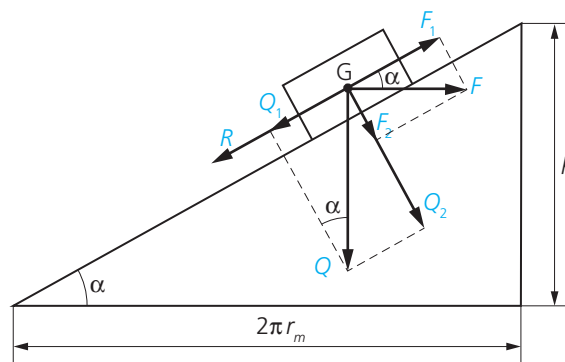


Figura 1