

Considerazioni sul vantaggio K di una macchina semplice

Trascurando gli attriti, possiamo affermare che, dette W_P e W_R le potenze sviluppate rispettivamente dalla forza motrice P e dalla forza resistente R , possiamo scrivere la relazione:

$$W_P = W_R \quad (1)$$

Ora, essendo:

$$W_P = P \cdot v_P$$

e:

$$W_R = R \cdot v_R$$

dove v_P e v_R sono le velocità con cui si spostano i punti di applicazione rispettivamente delle forze P e R , l'espressione (1) diviene:

$$P \cdot v_P = R \cdot v_R$$

da cui, dividendo ambo i membri per $P \cdot v_R$, si ricava:

$$\frac{R}{P} = \frac{v_P}{v_R} \quad (2)$$

Ricordando che, per definizione, il vantaggio K di una macchina semplice è:

$$K = \frac{R}{P}$$

dalla (2) sarà anche:

$$K = \frac{v_P}{v_R}$$

Avremo quindi:

$$v_R = \frac{v_P}{K}$$

Si può allora osservare che se una macchina è vantaggiosa (e pertanto è $K > 1$), è anche

$$K = \frac{v_P}{v_R} > 1 \quad (3)$$

ovvero:

$$v_R < v_P$$

In una macchina vantaggiosa, quindi, la forza motrice P risulta ridotta di K volte rispetto alla forza resistente R , ma, contemporaneamente, la velocità con cui si sposta il punto d'applicazione della resistenza R risulta K volte inferiore a quella della forza motrice P .

In altre parole, se, ad esempio, prendiamo in esame un paranco semplice, il quale, come è noto, è una macchina vantaggiosa in quanto il suo vantaggio vale 2, il carico verrà sollevato con una velocità pari alla metà della velocità con cui viene fatta scorrere la fune all'estremità nella quale agisce la forza motrice P . Ovvero:

$$\text{per } K = 2 \rightarrow v_R = \frac{1}{2} v_P$$

Essendo inoltre:

$$v_R = \frac{S_R}{t_R}$$

e:

$$v_P = \frac{S_P}{t_P}$$

dove:

S_R e S_P sono le distanze percorse dai punti di applicazione rispettivamente delle forze R e P ;

t_R e t_P i tempi impiegati da questi punti a percorrere le rispettive distanze, si può anche concludere che:

$$K = \frac{v_P}{v_R} = \frac{\frac{S_P}{t_P}}{\frac{S_R}{t_R}}$$

ovvero:

$$\frac{S_R}{t_R} = \frac{1}{K} \frac{S_P}{t_P}$$

Di conseguenza, per:

$$S_P = S_R$$

risulta:

$$t_R = K \cdot t_P$$

O, anche, per:

$$t_P = t_R$$

risulta:

$$S_R = \frac{S_P}{K}$$

Ciò significa che, se prendiamo in esame il paranco semplice dell'esempio precedente, mentre l'estremità della fune dove agisce la forza motrice P è stata fatta scorrere per una lunghezza S_P , il carico R è stato sollevato di una quantità S_R che vale la metà di S_P . In altre parole: il carico R , per poter essere sollevato di una quantità pari alla lunghezza di fune che è stata fatta scorrere all'altra estremità, dove è applicata la forza motrice P , ha dovuto impiegare un tempo doppio rispetto a quello impiegato da P .