

11.16

1 Applicazioni relative alla forza centrifuga

Studio della stabilità di un veicolo in curva

Consideriamo un veicolo a quattro ruote che percorre con velocità  $v$  una curva piana. Esso è soggetto sia al proprio peso, agente verticalmente e diretto verso il suolo, sia alla forza centrifuga, agente orizzontalmente e diretta verso l'esterno della curva. Entrambe queste forze sono applicate nel baricentro  $G$  dell'autovettura (Figura 1).

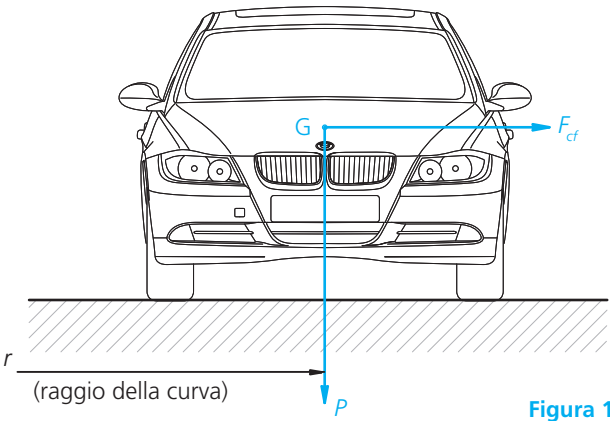
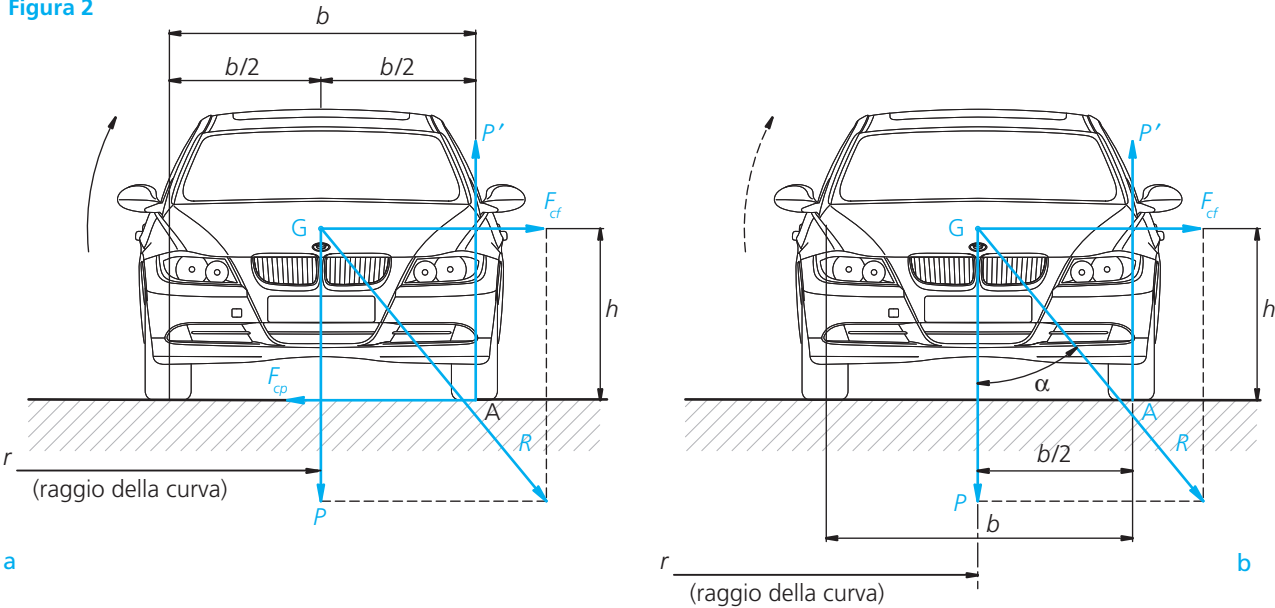


Figura 1

Si originano in tal modo due coppie: la prima coppia è composta dalla forza centrifuga  $F_{cf}$  e dalla sua reazione centripeta  $F_{cp}$ ; questa coppia ha braccio pari all'altezza  $h$  del baricentro  $G$  della vettura rispetto al manto stradale. La seconda coppia è composta dal peso  $P$  dell'autovettura e dalla reazione  $P'$  della superficie stradale, reazione ripartita sulle due ruote esterne; questa coppia ha braccio pari alla metà della *carreggiata* ( $b$ ), ovvero alla metà della distanza che intercorre tra le mezzerie delle due ruote situate sullo stesso asse (Figura 2a).

Figura 2



La prima coppia, che possiamo chiamare *coppia ribaltante*, ha momento  $M_{rib}$  pari a:

$$M_{rib} = F_{cf} \cdot h$$

La seconda coppia, che chiameremo *coppia equilibrante*, ha momento  $M_{\text{equil}}$  che vale:

$$M_{\text{equil}} = P \cdot \frac{b}{2}$$

La vettura non corre il pericolo di ribaltarsi lateralmente finché risulta:

$$M_{\text{equil}} > M_{\text{rib}}$$

La velocità massima  $v_{\text{max}}$  con la quale il veicolo può affrontare la curva senza che si verifichi un inizio di ribaltamento verso l'esterno può essere calcolata dalla condizione di equilibrio:

$$M_{\text{equil}} = M_{\text{rib}}$$

Si ha:

$$P \cdot \frac{b}{2} = F_{\text{cf}} \cdot h \quad (1)$$

Se sostituiamo nella (1) le espressioni:

$$P = m \cdot g$$

e

$$F_{\text{cf}} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

dove  $r$  rappresenta, nel nostro caso, il raggio di curvatura della traiettoria descritta dall'automezzo, la (1) diviene:

$$m \cdot g \cdot \frac{b}{2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \cdot h$$

da cui, dopo opportune semplificazioni, si ottiene:

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot b \cdot r}{2 \cdot h}} \quad (2)$$

Da tale relazione si può concludere che la velocità massima che la vettura può raggiungere nell'affrontare una traiettoria curvilinea senza ribaltarsi verso l'esterno è tanto maggiore quanto maggiore è la sua carreggiata, quanto maggiore è il raggio della curva e quanto minore è l'altezza del suo baricentro dal piano stradale.

### Nota bene

L'ampia carreggiata e il baricentro basso sono caratteristiche particolarmente evidenti nelle automobili da competizione.

Con riferimento alla **Figura 2b**, la vettura raggiunge la velocità limite oltre la quale si ribalta se la retta d'azione di  $R$ , risultante delle forze  $P$  e  $F_{\text{cf}}$ , passa per il punto A. In altre parole, la vettura non si ribalta finché la retta d'azione di  $R$  cade all'interno del poligono di appoggio del veicolo, cioè del poligono che ha per vertici i punti, come il punto A, di appoggio delle ruote sul terreno.

Detto  $\alpha$  l'angolo compreso tra  $R$  e  $P$ , la condizione al limite del ribaltamento si ha per  $\alpha = \alpha_{\text{limite}}$ , cioè quando risulta:

$$\text{tg } \alpha_{\text{limite}} = \frac{\frac{b}{2}}{h} = \frac{b}{2h}$$

Se sostituiamo questo valore nella (2) ricaviamo la velocità al limite del ribaltamento  $v_{\text{limite}}$ :

$$v_{\text{limite}} = \sqrt{g \cdot r \cdot \text{tg } \alpha_{\text{limite}}}$$

Per consentire alle vetture, specie a quelle da competizione, di affrontare certe curve con velocità elevata senza incorrere nel pericolo del ribaltamento, si è talvolta ricorsi alla sopraelevazione esterna delle curve stesse; si vedano, ad esempio, le due curve sopraelevate del nuovo circuito di Zandvoort, in Olanda. In campo ferroviario si ricorre talvolta alla sopraelevazione del binario esterno in modo tale che, se il convoglio procede a una certa velocità, che chiameremo *ottimale*,  $v_{\text{ottimale}}$ , il passeggero non risenta degli effetti della forza centrifuga.

Una delle due curve sopraelevate del circuito di Zandvoort.



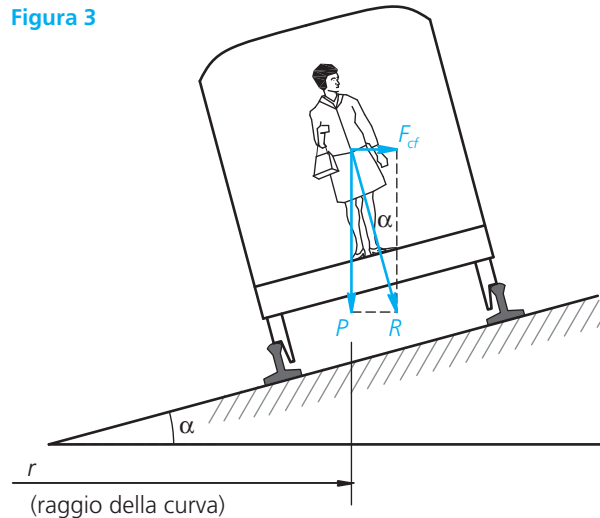
Il valore ottimale della velocità, espresso dalla formula:

$$v_{\text{ottimale}} = \sqrt{g \cdot r \cdot \text{tg } \alpha}$$

dipende dal raggio di curvatura  $r$  e dall'angolo  $\alpha$ , cioè dalla sopraelevazione data alla curva.

In corrispondenza di tale velocità la risultante  $R$  delle forze agenti (peso  $P$  e forza centrifuga  $F_{cf}$ ) è perpendicolare alla superficie della curva sopraelevata (Figura 3).

Figura 3



A tale scopo la pendenza della sopraelevazione deve essere:

$$\text{tg } \alpha = \frac{F_{cf}}{P} = \frac{z}{c} \quad (3)$$

dove con  $c$  e  $z$  si sono indicati rispettivamente la base e l'altezza del piano stradale (o ferroviario) inclinato per effetto della sopraelevazione (Figura 4).

Anche nel caso di veicoli a due ruote (Figura 5), l'equilibrio in curva viene realizzato se è verificata l'uguaglianza tra il momento ribaltante  $M_{rib}$  e quello equilibrante  $M_{equil}$ .

Figura 4

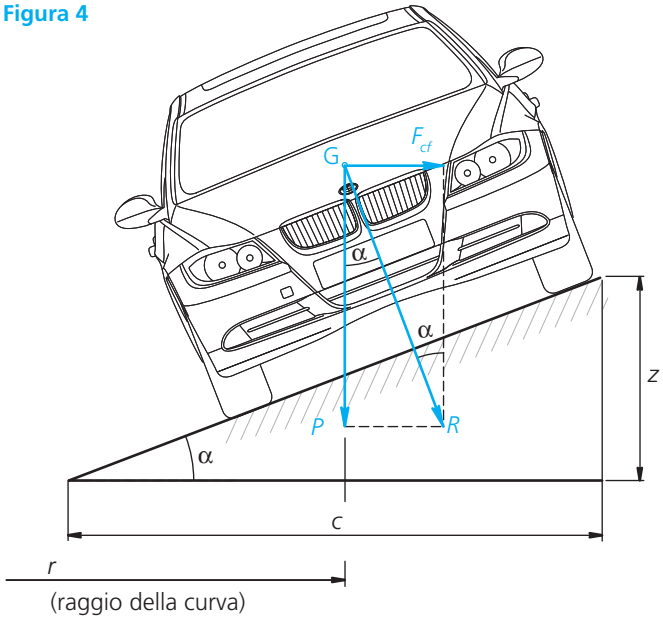
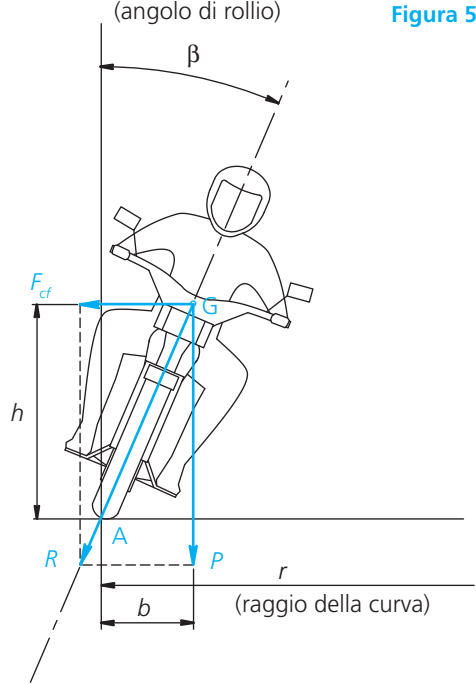


Figura 5



La condizione di equilibrio è:

$$M_{rib} = M_{equil}$$

ovvero:

$$F_{cf} \cdot h = P \cdot b$$

cioè:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} \cdot h = m \cdot g \cdot b$$

Da questa relazione si ricava:

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot b \cdot r}{h}} \quad (4)$$

Risulta inoltre:

$$\frac{b}{h} = \frac{GA \cdot \sin \beta}{GA \cdot \cos \beta} = \tan \beta \quad (5)$$

dove  $\beta$  (angolo di rollio) è l'angolo di cui si inclina sulla verticale il veicolo a due ruote che percorre in un certo istante una curva di raggio  $r$  con velocità  $v$ . Se si inserisce la (5) nella (4) si ricava:

$$v = \sqrt{g \cdot r \cdot \tan \beta} \quad (6)$$

La (6) rappresenta l'espressione della velocità di tale veicolo.