

UDA 9

Cinematica dei sistemi rigidi

Prerequisiti

- Nozioni fondamentali di cinematica relative ai moti di un punto.
- Capacità di risoluzione dei triangoli per via trigonometrica.
- Capacità di effettuare costruzioni grafiche anche complesse.

9.1 Generalità

Per *sistema rigido* si intende un qualsiasi corpo solido costituito da un insieme di punti le cui distanze reciproche si mantengono costanti.

Lo studio del moto di un sistema rigido risulta notevolmente complesso in quanto non può essere realizzato utilizzando le leggi del moto di un punto, dal momento che i punti di un sistema rigido, generalmente, non compiono traiettorie uguali. Si consideri, ad esempio, il moto nello spazio di un generico solido geometrico come la piramide di **Figura 9.1**: mentre questo solido si muove nello spazio, le traiettorie descritte dai punti che lo compongono sono sicuramente diverse tra loro.

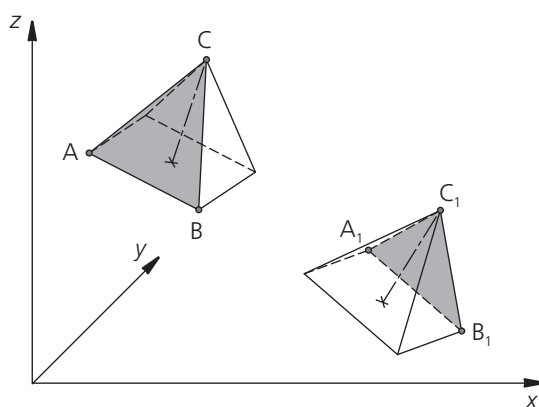


Figura 9.1

Lo studio del moto di un sistema rigido che si sposta nello spazio può essere comunque realizzato conoscendo le traiettorie di almeno tre suoi punti non allineati; essi formano il cosiddetto *triangolo di riferimento* (nell'esempio precedente, potrebbe essere utilizzato come triangolo di riferimento il triangolo ABC).

Se invece il sistema rigido si sposta parallelamente a un piano, che viene assunto come piano di riferimento, tutti i suoi punti descrivono traiettorie che giacciono su piani paralleli al suddetto piano. Si parla allora di *moto piano di un sistema rigido*. In questo caso lo studio del moto può essere realizzato esaminando le traiettorie di due soli punti, generici, del sistema rigido, appartenenti a uno stesso piano parallelo al piano di riferimento. Questi due punti costituiscono gli estremi del cosiddetto *segmento di riferimento*. Il moto di tale segmento sarà lo stesso di quello del sistema rigido; ad esempio, potrebbe essere assunto come segmento di riferimento il segmento AB di **Figura 9.2**.

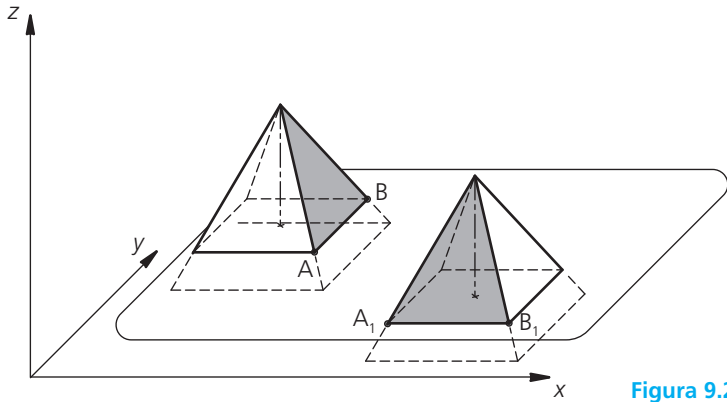


Figura 9.2

Si è soliti distinguere i moti piani in *moti di traslazione* e *moti di rotazione*. Nei primi, tutti i punti appartenenti al sistema rigido compiono traiettorie rettilinee, parallele al piano di riferimento e aventi la stessa lunghezza; nei moti di rotazione invece le traiettorie sono circolari, avvengono su piani paralleli a quello di riferimento e hanno come centro di rotazione l'asse di rotazione (se i punti appartengono a più piani, ovviamente tra loro paralleli) o l'intersezione dell'asse di rotazione con il piano (se i punti giacciono tutti sullo stesso piano).

Qui di seguito verranno esaminati solamente i moti piani (di traslazione e di rotazione) dei sistemi rigidi; tra l'altro, rientrano in questa categoria molti moti di organi di macchine: ruote dentate, bielle, manovelle, volani, pulegge ecc.

9.2 Centro di istantanea rotazione

Si può facilmente verificare che un generico moto piano di un sistema rigido può essere considerato come una successione di moti elementari di rotazione che avvengono, istante dopo istante, ciascuno attorno a un proprio centro, chiamato *centro di istantanea rotazione*.

Consideriamo ad esempio il moto di un generico segmento AB, che assumiamo come segmento di riferimento, appartenente a un sistema rigido che si muove di moto piano (ovvero che si sposta parallelamente a un piano di riferimento).

Per la determinazione grafica della posizione del centro di istantanea rotazione si può utilizzare, a seconda delle informazioni di cui disponiamo, uno dei procedimenti che seguono:

- Se sono note due successive posizioni del segmento, ad esempio la posizione AB e la posizione immediatamente successiva A_1B_1 (**Figura 9.3**), si tracciano gli assi dei segmenti AA_1 e BB_1 : il loro punto d'intersezione (C) è il centro di istantanea rotazione cercato.

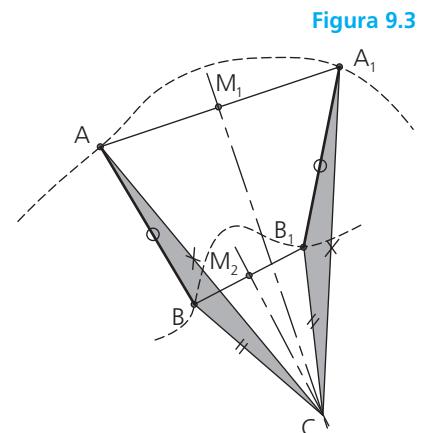


Figura 9.3

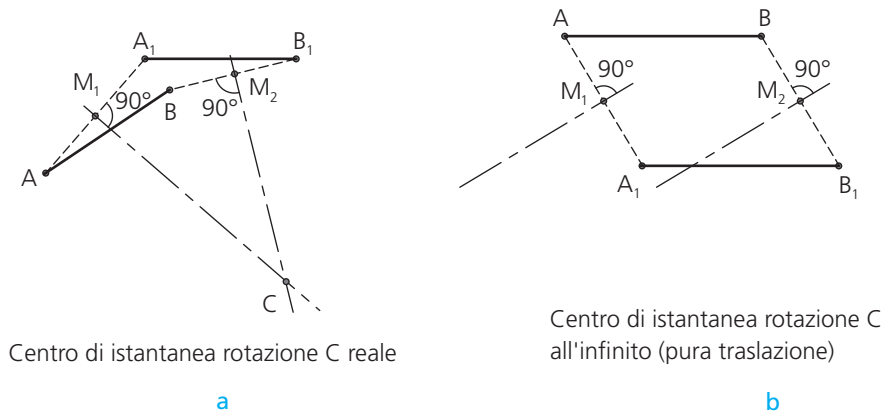
Infatti, ricordando che l'asse di un segmento è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti dagli estremi del segmento, risulta:

$CA = CA_1$ in quanto C appartiene all'asse del segmento AA_1 ;
 $CB = CB_1$ in quanto C appartiene anche all'asse del segmento BB_1 .

Pertanto, essendo $AB = A_1B_1$ per costruzione, i triangoli ABC e A_1B_1C sono congruenti, avendo i tre lati ordinatamente uguali.

Lo spostamento del segmento AB consiste quindi, realmente, in una rotazione attorno al punto C . Infatti il triangolo ABC (di cui AB è un lato), spostandosi dalla sua posizione iniziale alla posizione immediatamente successiva A_1B_1C , ruota attorno a C ; di conseguenza, ruota attorno a C anche il segmento AB .

Se il sistema rigido si spostasse con un moto di pura traslazione, gli assi dei segmenti AA_1 e BB_1 risulterebbero paralleli. Il centro di istantanea rotazione, di conseguenza, sarebbe un punto all'infinito (ovvero un punto "improprio") (Figura 9.4b).



- b) Se sono note le traiettorie, in un dato istante, dei due estremi (A e B) del segmento di riferimento, il centro di istantanea rotazione può essere ricavato come intersezione della retta passante per A e perpendicolare alla traiettoria di A , con la retta passante per B e perpendicolare alla traiettoria di B (Figura 9.5).

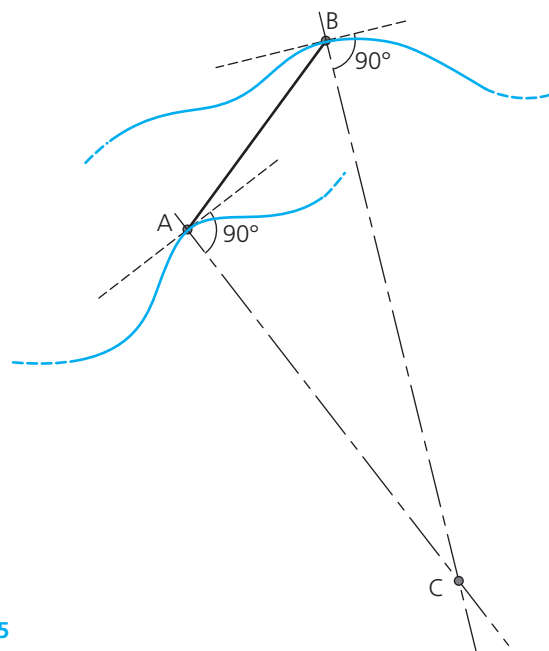


Figura 9.5

Nota bene**A) Confronto tra costruzioni grafiche**

Se le due posizioni occupate successivamente dal segmento di riferimento sono molto vicine (ovvero se i punti A e B sono molto vicini rispettivamente ai punti A_1 e B_1) (Figura 9.6), le rette AA_1 e BB_1 , al tendere di A ad A_1 e di B a B_1 (ovvero al tendere a zero dei segmenti AA_1 e BB_1) anziché essere rette secanti alle traiettorie (rispettivamente nei punti A e A_1 per la traiettoria di A; nei punti B e B_1 per quella di B), ne diventano tangenti. Di conseguenza, gli assi dei segmenti AA_1 e BB_1 diventano le due perpendicolari condotte, una da A e l'altra da B, alle traiettorie stesse (come già visto nella Figura 9.5).

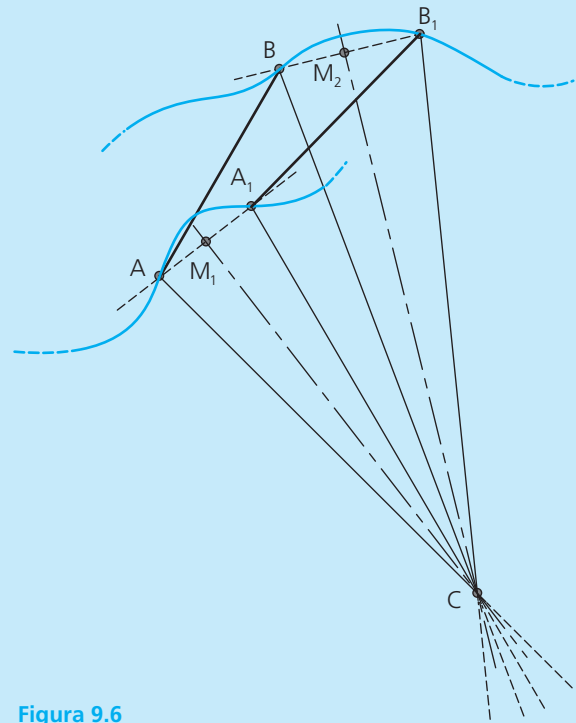


Figura 9.6

B) Velocità dei punti estremi di un segmento

Quando è nota la posizione del centro di istantanea rotazione, se si conosce la velocità con la quale si sposta un estremo del segmento di riferimento (ad esempio, la velocità v_A dell'estremo A) (Figura 9.7), è possibile determinare la velocità dell'altro estremo (nel nostro caso, la velocità v_B dell'estremo B). Infatti, come sappiamo, nella rotazione istantanea del sistema rigido attorno al centro di istantanea rotazione la velocità angolare ω resta costante per tutti i punti del sistema. Avremo pertanto:

$$v_A = \omega_A \cdot AC$$

$$v_B = \omega_B \cdot BC$$

da cui:

$$\omega_A = \frac{v_A}{AC}$$

$$\omega_B = \frac{v_B}{BC}$$

ed essendo, per quanto s'è detto:

$$\omega_A = \omega_B$$

è pure:

$$\frac{v_A}{AC} = \frac{v_B}{BC}$$

Perciò, in definitiva, risulta:

$$v_B = v_A \cdot \frac{BC}{AC}$$

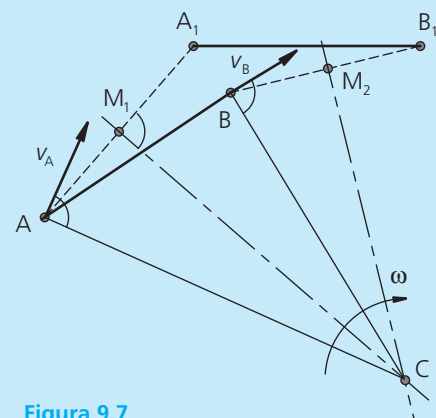


Figura 9.7

9.3 Curve polari

Se si ripete la determinazione grafica del centro di istantanea rotazione per le diverse posizioni assunte in successione dal segmento di riferimento, a ogni spostamento di tale segmento corrisponde generalmente una diversa posizio-

ne del centro di istantanea rotazione. Quest'ultimo non cambierebbe posizione solo nel caso di una rotazione pura (Figura 9.8a) o di una traslazione pura; in quest'ultimo caso, come s'è detto, andrebbe all'infinito, ovvero sarebbe un punto "improprio" (Figura 9.8b).

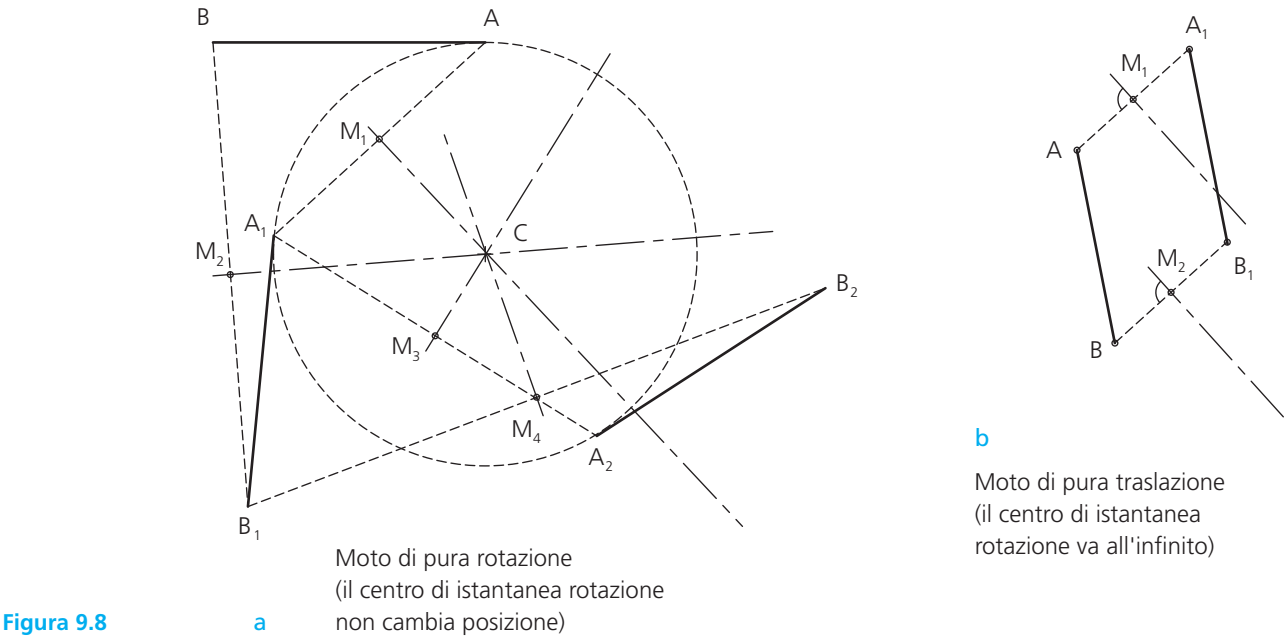


Figura 9.8

Dunque, un generico moto piano di un sistema rigido, ad eccezione di un moto di pura rotazione o di pura traslazione, è riconducibile a una serie di rotazioni attorno ai successivi centri di istantanea rotazione. L'insieme di tutte le successive posizioni occupate dai centri di istantanea rotazione relativi ai vari spostamenti istantanei del segmento di riferimento, ovvero, in altre parole, il luogo geometrico dei centri di istantanea rotazione così ottenuti, è chiamato *curva polare fissa* (o *base*) (Figura 9.9).

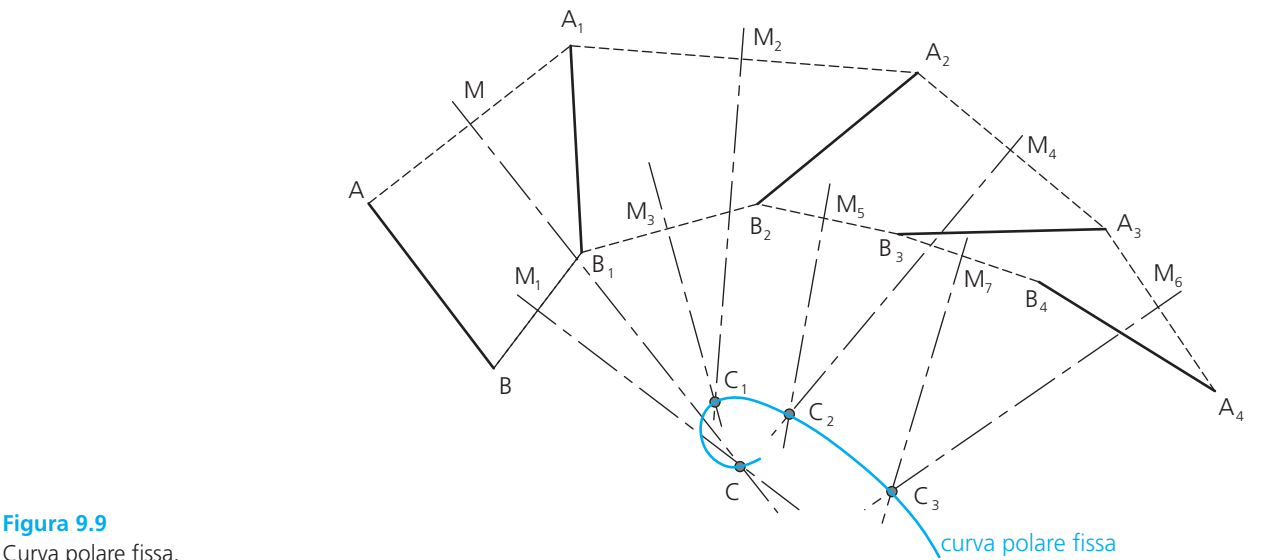


Figura 9.9
Curva polare fissa.

Supponiamo che siano note le traiettorie degli estremi del segmento di riferimento AB di Figura 9.10; siano C e C₁ i centri di istantanea rotazione determinati nei due istanti generici relativi alle posizioni AB e A₁B₁ del segmento stesso. Collegando C₁ con A₁ e B₁ si determini il triangolo C₁A₁B₁. Si trasporti

quindi detto triangolo in modo da far coincidere A_1 con A e B_1 con B . Osserviamo che il centro di istantanea rotazione C_1 occupa una posizione C'_1 che è distinta da quella occupata da C e non appartiene alla curva polare fissa.

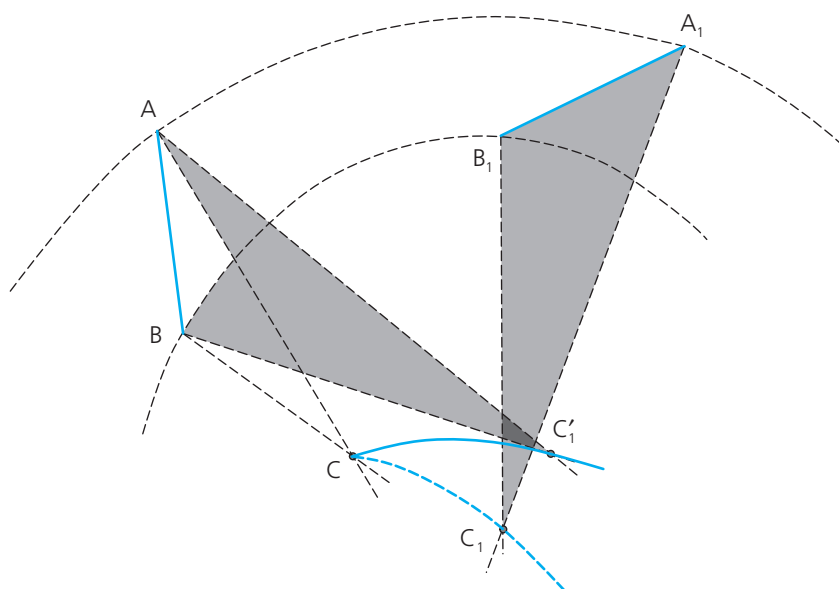


Figura 9.10
Curva polare fissa.

Ripetendo lo stesso procedimento per qualsivoglia posizione assunta dal segmento AB , i successivi centri di istantanea rotazione danno luogo a una serie di punti che fanno parte di una curva piana chiamata *curva polare mobile* o *rulletta* (o *rolletta*) (**Figura 9.11**). Come si vedrà meglio in seguito, la rulletta è una curva che rotola rigidamente, senza strisciare, sulla curva polare fissa.

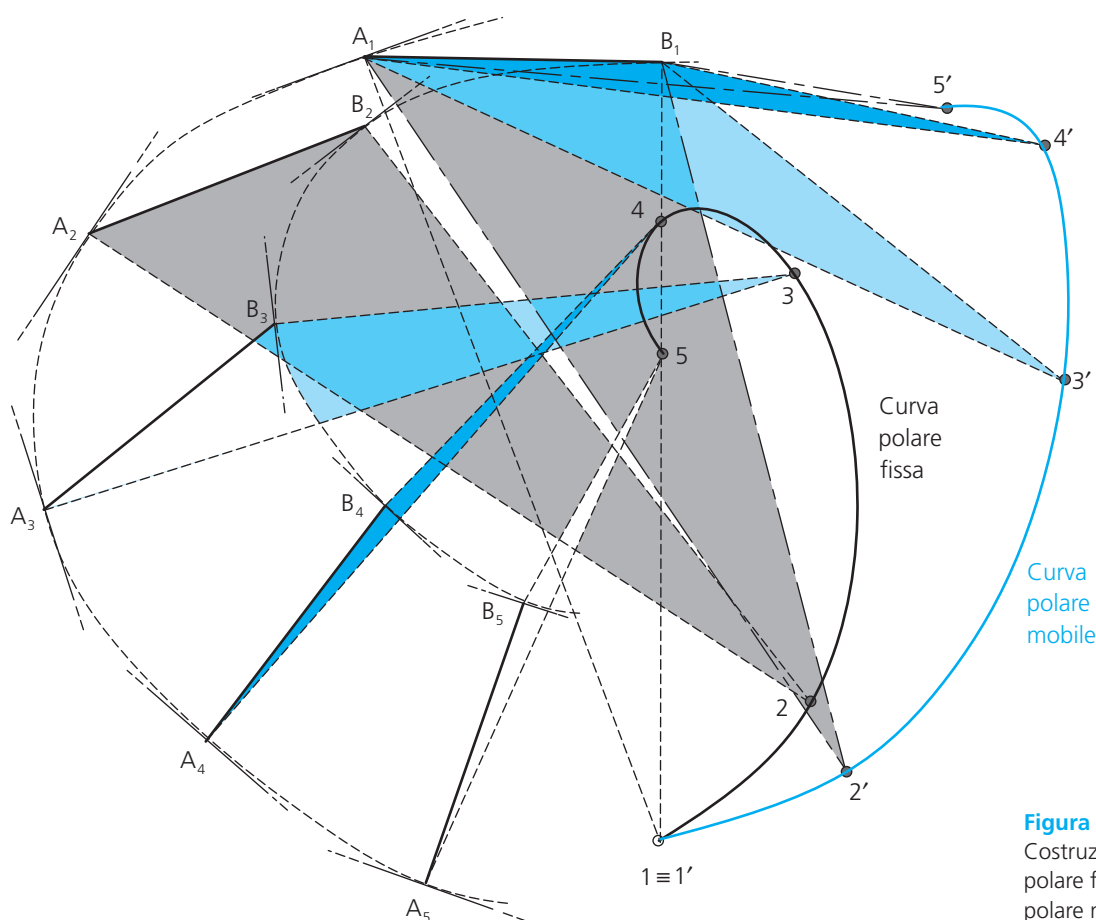


Figura 9.11
Costruzione delle curva polare fissa e della curva polare mobile.

9.3.1 Applicazione

Moto di un’asta su guide tra loro perpendicolari

Ci proponiamo ora di determinare graficamente la curva polare fissa e la curva polare mobile relative al moto di un’asta rigida avente gli estremi A e B che scorrono all’interno di due guide tra loro perpendicolari (Figura 9.12a). Per loro stessa natura, le due guide ortogonali costituiscono quindi le traiettorie degli estremi A e B del segmento.

Sia A_1B_1 una generica posizione assunta dall’asta AB; tracciando da A_1 e da B_1 le perpendicolari alle rispettive traiettorie si individua il centro di istantanea rotazione C_1 . Ripetendo la stessa costruzione grafica per una successiva posizione A_2B_2 dell’asta viene determinato un secondo centro di istantanea rotazione (C_2). Possiamo osservare, a questo punto, che la diagonale A_1B_1 del rettangolo $A_1OB_1C_1$ è manifestamente uguale alla diagonale A_2B_2 del rettangolo $A_2OB_2C_2$ in quanto entrambe rappresentano due diverse posizioni della stessa asta AB. Sono allora uguali tra loro anche le altre diagonali, C_1O e C_2O . Dunque, i centri di istantanea rotazione C_1 e C_2 hanno la stessa distanza da O, punto di confluenza delle due guide ortogonali.

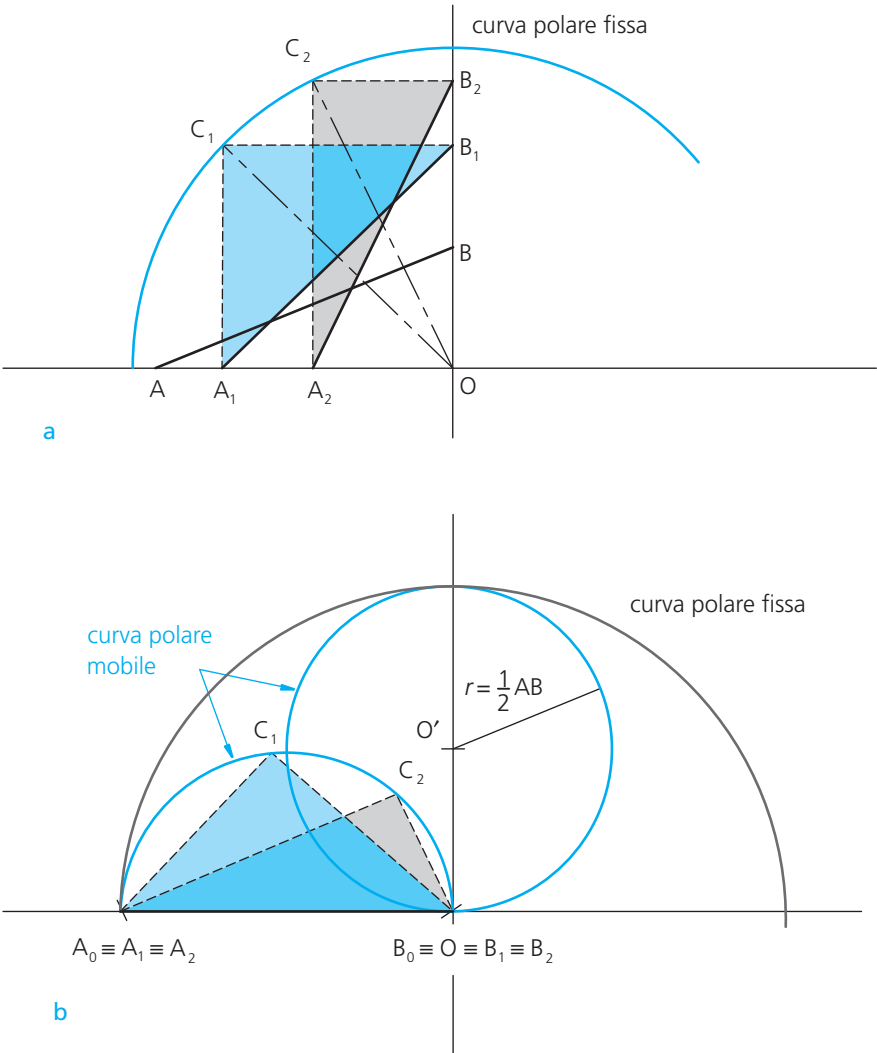


Figura 9.12
Moto di un’asta scorrevole su due guide ortogonali.
a Costruzione delle curva polare fissa.
b Costruzione della curva polare mobile.

Ricordando che la costruzione grafica è stata realizzata ipotizzando che le posizioni A_1B_1 e A_2B_2 dell’asta fossero generiche, potremo estendere la conclusione cui siamo giunti, anche a tutti i centri di istantanea rotazione ricavabili come C_1 e C_2 da posizioni altrettanto generiche dell’asta stessa. Possiamo cioè generaliz-

zare dicendo che tutti i centri di istantanea rotazione del moto di un'asta rigida avente gli estremi A e B che si muovono all'interno di due guide tra loro perpendicolari hanno la stessa distanza dal punto O, punto d'intersezione delle due guide e, quindi, che la curva polare fissa è una circonferenza avente centro in O e raggio pari alla lunghezza AB dell'asta.

Per tracciare la curva polare mobile si trasportino i triangoli $A_1B_1C_1$ e $A_2B_2C_2$, o comunque tutti i triangoli che avremmo realizzato con la costruzione vista precedentemente per qualsivoglia posizione dell'asta AB, in modo che i lati A_1B_1 e A_2B_2 assumano la posizione iniziale A_0B_0 dell'asta (Figura 9.12b). Dal momento che tutti questi triangoli sono rettangoli, in quanto l'angolo opposto alla loro base comune (A_0B_0) è, per costruzione, un angolo retto, i loro vertici (ovvero i centri di istantanea rotazione C_1, C_2 ecc.) giacciono su una circonferenza il cui diametro è pari al segmento A_0B_0 . Questa circonferenza, dunque, costituisce la curva polare mobile del sistema.

Nota bene

Curve polari

La curva polare mobile, quindi, rotola senza strisciare all'interno della curva polare fissa. Infatti, nel nostro caso, la circonferenza di diametro pari ad AB (ovvero: la curva polare mobile) rotola all'interno della circonferenza di raggio pari ad AB (che è la curva polare fissa). Viceversa, si può considerare il moto dell'asta AB come moto prodotto dalla rotazione della polare mobile (cioè della circonferenza di diametro pari ad AB) all'interno della polare fissa (cioè all'interno della circonferenza di raggio pari ad AB).

9.4 Curve cicliche

Cicloide

Un punto appartenente a una circonferenza che rotola senza strisciare su una retta, che, per semplicità di trattazione, supporremo orizzontale, genera una curva piana chiamata *cicloide* (Figura 9.13, nella quale si danno anche indicazioni grafiche su come costruire questa curva). È una *curva ciclica* in quanto la traiettoria di questo punto si ripete continuamente, a intervalli regolari, al rotolare della circonferenza sulla retta. In pratica potremmo vedere la realizzazione di una cicloide fissando una lampadina alla ruota di una bicicletta, preferibilmente al buio, e facendo rotolare la ruota, a contatto con il terreno.

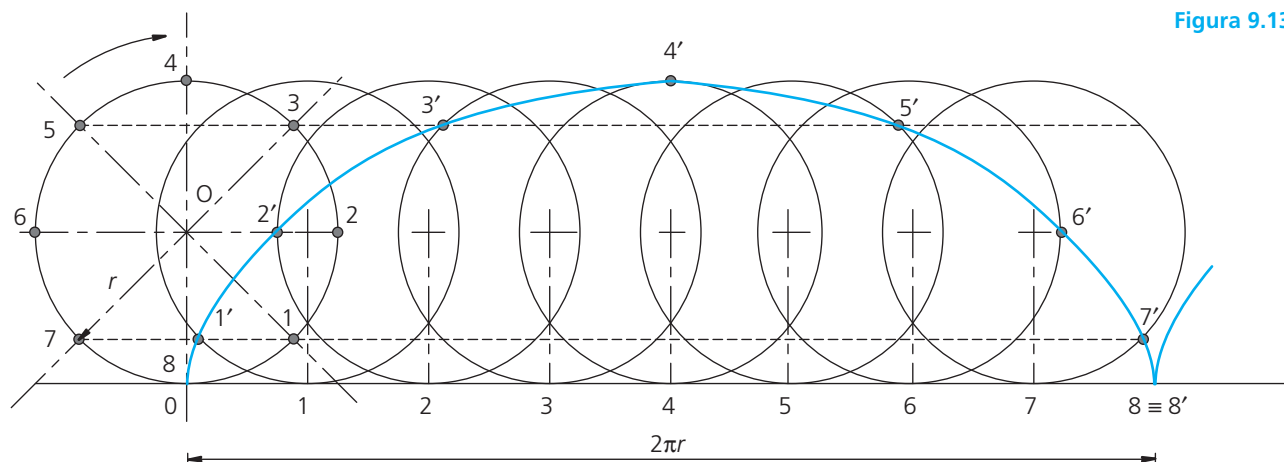


Figura 9.13

Il punto di contatto tra la circonferenza e la retta è il centro di istantanea rotazione. Ci si può render conto di ciò pensando che la circonferenza, essendo

nulli sia i movimenti verticali (perché altrimenti essa si alzerebbe dalla retta o la penetrerebbe), sia i movimenti orizzontali (perché altrimenti striscerebbe), ha un'unica possibilità di movimento e cioè una rotazione istantanea attorno al punto di tangenza con la retta.

Tale punto, cambiando continuamente posizione, descrive la retta stessa, che diventa così il luogo geometrico dei centri di istantanea rotazione, cioè la curva polare fissa.

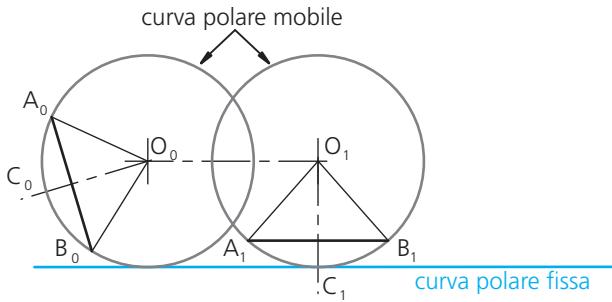


Figura 9.14

Ricerca della curva polare mobile di una circonferenza che rotola senza strisciare su una retta.

Per quanto riguarda la ricerca della curva polare mobile, si assuma come segmento di riferimento la corda A_1B_1 e si supponga che il centro di istantanea rotazione C_1 sia rigidamente collegato a questa corda (Figura 9.14).

Se trasferiamo il settore circolare $A_1B_1O_1$, cui appartiene la corda, nella posizione iniziale ($A_0B_0O_0$), notiamo che il punto C_0 , corrispondente al precedente punto C_1 , giace sulla circonferenza di centro O_0 . Eseguito la stessa operazione con

i successivi centri di istantanea rotazione, osserviamo che anch'essi giacciono sulla stessa circonferenza. Pertanto possiamo concludere che la polare mobile del sistema è proprio questa circonferenza. Dunque, anche in questo caso, la curva polare mobile (la circonferenza) ruota senza strisciare sulla curva polare fissa (la retta). Si può pertanto dedurre, arrivati a questo punto, che questa conclusione è generalizzabile per tutti i sistemi rigidi in moto piano.

Quando la circonferenza, nella sua rotazione senza strisciamenti sulla retta, ha compiuto un giro completo, il centro O (e con questo l'intera circonferenza) è traslato orizzontalmente di una distanza s che vale:

$$s = 2\pi \cdot r$$

cioè di una distanza pari allo sviluppo sulla retta dell'intera lunghezza della circonferenza.

La velocità v_{centro} con la quale il centro di tale circonferenza ha compiuto lo spostamento, detto T il periodo, ovvero il tempo impiegato dalla circonferenza per fare un giro completo, vale:

$$v_{\text{centro}} = \frac{s}{T} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Tale velocità corrisponde ovviamente a quella di traslazione dell'intera circonferenza, in quanto rigidamente collegata con il centro (o di un generico punto P appartenente alla circonferenza stessa).

D'altra parte la circonferenza, contemporaneamente alla traslazione che le ha fatto compiere la distanza s , ha anche compiuto un giro completo. La sua velocità angolare ω è stata:

$$\omega = \frac{\alpha}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

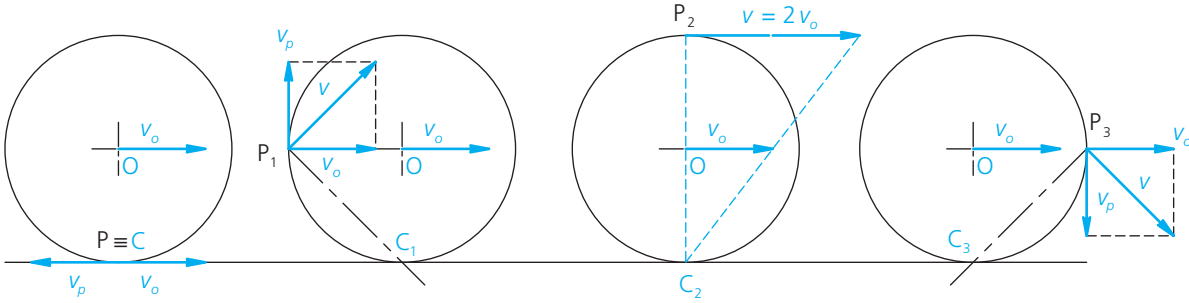
Di conseguenza, un generico punto P appartenente alla circonferenza è stato soggetto anche a un moto circolare e pertanto ha avuto anche una velocità periferica v_{perif} che vale:

$$v_{\text{perif}} = \omega \cdot r = \frac{2\pi}{T} \cdot r$$

velocità, quest'ultima, che coincide con la velocità di traslazione orizzontale del centro O (o dell'intera circonferenza, rigidamente collegata con il centro stesso, o del generico punto P giacente sulla suddetta circonferenza).

La velocità complessiva con la quale si sposta il punto P dipende dalla posizione da questo assunta, nel tempo, sulla circonferenza e vale la somma vettoriale delle velocità v_{centro} e v_{perif} calcolate precedentemente.

Ricordiamo, a questo proposito, che mentre la velocità v_{centro} del moto di traslazione orizzontale si mantiene costante sia in intensità sia in direzione, la velocità periferica v_{perif} del moto di rotazione, dovendo restare tangente alla circonferenza, cambia continuamente direzione.



In **Figura 9.15** è stata rappresentata la composizione della velocità periferica v_p , dovuta alla rotazione, con la velocità v_o , dovuta alla traslazione, nei punti più caratteristici della traiettoria descritta dal punto P. In particolare:

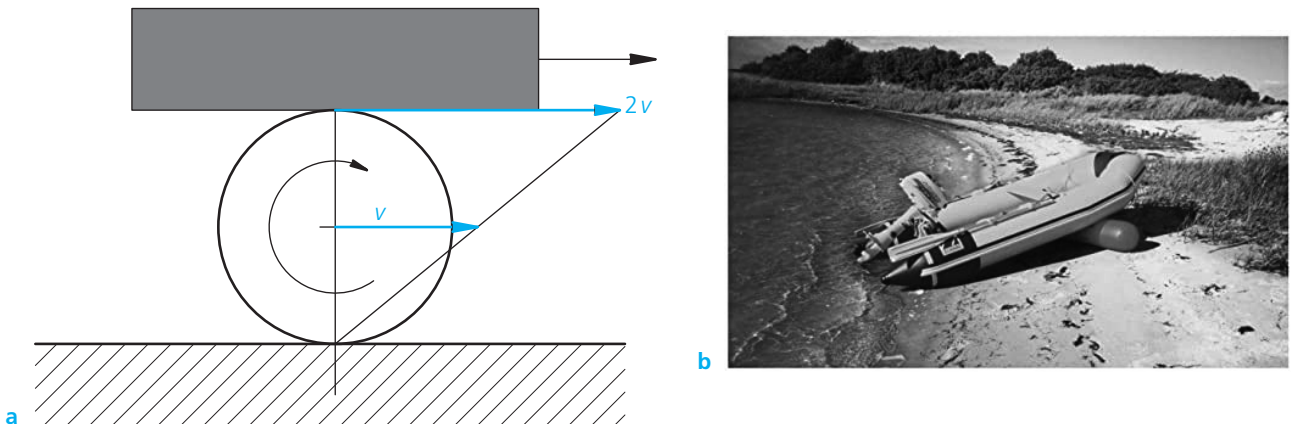
- Nella posizione iniziale, la velocità di P è nulla in quanto i due vettori v_p e v_o sono uguali e opposti.
- Quando P occupa la posizione P_2 la sua velocità risultante v risulta doppia della velocità v_o del centro del cerchio; si ha pertanto:

$$v = v_o + v_p = 2 \cdot \omega \cdot r = \frac{4\pi \cdot r}{T}$$

Figura 9.15
Velocità istantanee del punto P.

Ne consegue, ad esempio, che, nel trasporto su rulli, una piastra piana poggiante su rulli trasla a velocità doppia rispetto alla velocità di traslazione dei rulli stessi (**Figura 9.16a**). La stessa cosa avviene nell'alaggio di piccole imbarcazioni realizzato con rulli gonfiati d'aria (**Figura 9.16b**).

Figura 9.16
a Trasporto su rullo.
b Impiego di un rullo per l'alaggio (cioè il traino in secco) di una piccola imbarcazione.



- Sia quando P occupa la posizione P_1 sia quando occupa la posizione P_3 i vettori v_p e v_o risultano ortogonali tra loro, pertanto la velocità complessiva v sarà la somma vettoriale di v_p e v_o . Riesce cioè:

$$v = \sqrt{v_o^2 + v_p^2} = \sqrt{2 \cdot (\omega \cdot r)^2} = \omega \cdot r \cdot \sqrt{2} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \cdot \sqrt{2}$$

Epicicloide e ipocicloide

Se una circonferenza, come la circonferenza di centro A e raggio r di **Figura 9.17**, rotola senza strisciare su un'altra circonferenza, detta *circonferenza deferente* (questa seconda circonferenza, nella figura richiamata, è la circonferenza di centro O e raggio R) ed esternamente a essa, un punto P appartenente alla prima circonferenza descrive, nelle successive posizioni, una curva detta *epicicloide*. La circonferenza di raggio r costituisce la polare mobile, mentre la circonferenza di raggio R è la polare fissa.

Se invece una circonferenza, come la circonferenza di centro A e raggio r di **Figura 9.18**, rotola senza strisciare su un'altra circonferenza (questa seconda circonferenza è la circonferenza di centro O e raggio R della figura citata) e internamente a essa, un punto P appartenente alla prima circonferenza descrive, nelle successive posizioni, una curva chiamata *ipocicloide*. Come nel caso precedente, anche per l'ipocicloide la circonferenza di raggio r costituisce la polare mobile, mentre la circonferenza di raggio R è la polare fissa.

Epicicloide e ipocicloide assumono forme diverse a seconda del valore del rapporto K tra il raggio R della polare fissa e quello r della polare mobile, con: $K = R/r$.

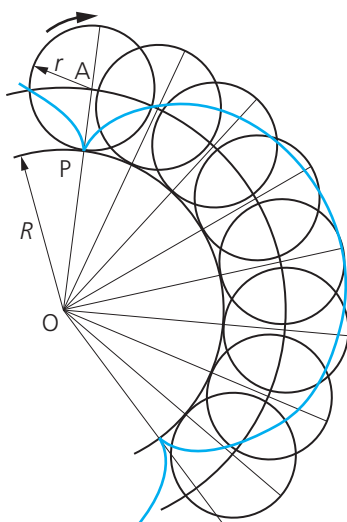


Figura 9.17

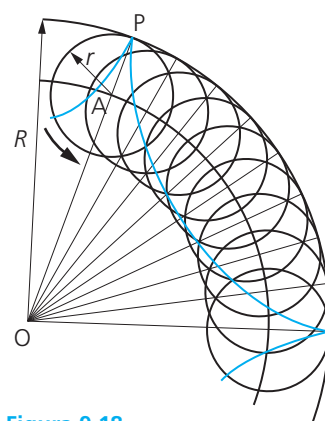


Figura 9.18

Hanno profilo in parte ipocicloidale e in parte epicicloidale, ad esempio, i lobi dei compressori Roots; i compressori Roots (**Figura 9.19**) sono usati nell'industria tessile, nei motori a c.i. e nelle misurazioni della portata dei fluidi.



Figura 9.19
Compressore Roots.

Evolvente

L'*evolvente* è la curva descritta da un punto che appartiene a una retta che si sposta senza strisciare su una circonferenza mantenendosi sempre tangente a essa (Figura 9.20, nella quale si danno anche indicazioni grafiche su come costruire questa curva).

La polare fissa, ovvero il luogo geometrico dei centri di istantanea rotazione, è rappresentata dalla circonferenza (detta *circonferenza di base*); la polare mobile è la retta.

Come vedremo più diffusamente nel secondo volume di questo Corso, l'evolvente è una curva ciclica utilizzata molto frequentemente nel tracciamento dei profili dei denti degli ingranaggi.

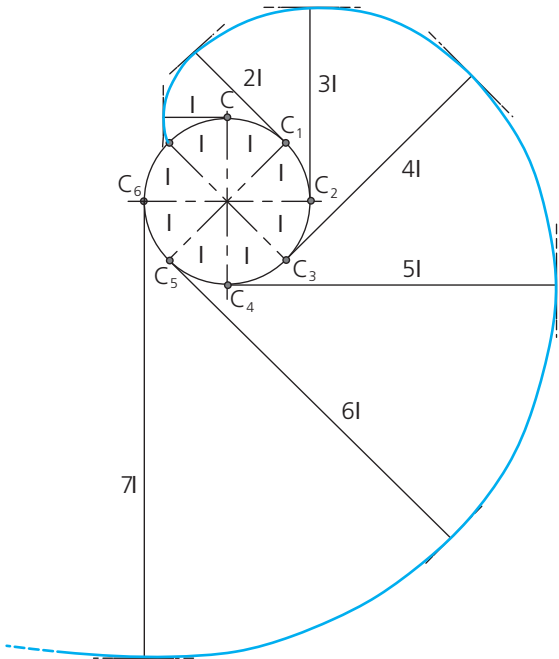
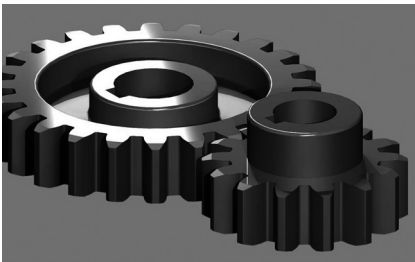


Figura 9.20



Ruote dentate con denti avente profilo a evolvente.

9.5 Meccanismo biella-manovella

Il *meccanismo biella-manovella* (o *manovellismo di spinta rotativa*) permette di trasformare un moto rettilineo alternativo in un moto rotatorio e viceversa. Si tratta di un manovellismo ampiamente utilizzato nella meccanica e in particolare nelle macchine, motrici o operatrici, dotate di un moto alternativo (ad esempio, nei motori alternativi a combustione interna – Figura 9.21).

Questo meccanismo è composto da un'asta (la *biella*) incernierata agli estremi: un estremo, detto *occhio di biella* o *piede di biella*, tramite lo *spinotto* è collegato al pistone e con esso si muove di moto rettilineo alternativo; l'altro estremo, detto *testa di biella*, è collegato tramite un perno (il *bottone di manovella*) a una *manovella* e con essa ruota con moto circolare attorno all'asse dell'albero.

- S = stantuffo
- P = piede di biella
- B = bottone di manovella
- G = albero motore
- A = manovella contrappesata

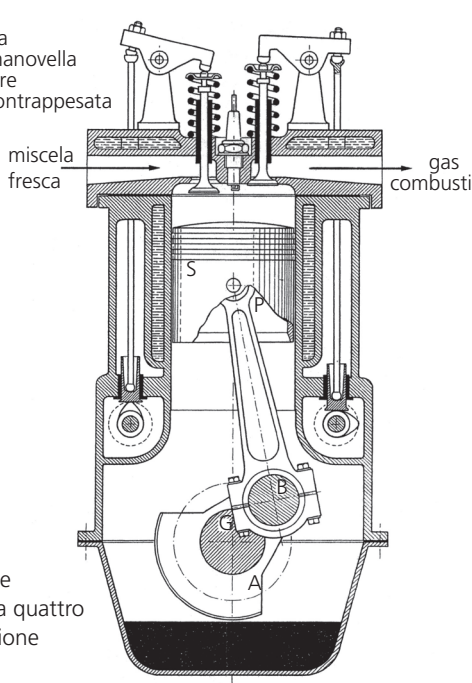


Figura 9.21
Schema di motore alternativo a c.i. a quattro tempi, ad accensione comandata.

Schematicamente, potremmo considerare la biella come un'asta rigida (l'asta AB di **Figura 9.22**) di lunghezza l il cui estremo A si sposta con moto rettilineo alternativo lungo la retta AO, mentre l'altro estremo (B) descrive una traiettoria circolare con centro O e raggio r , dove r è assunto come lunghezza della manovella OB.

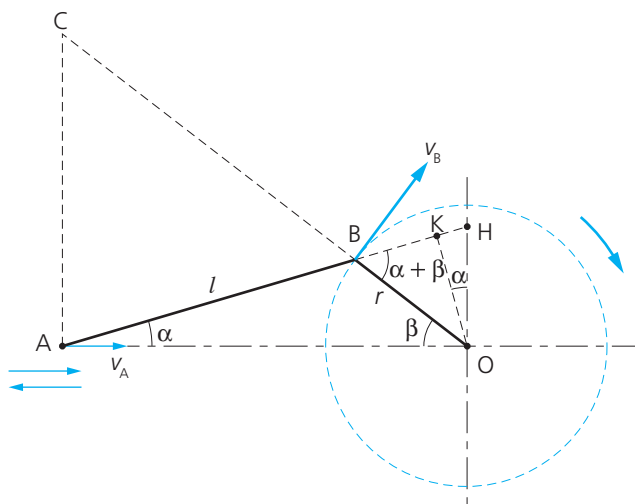


Figura 9.22

Determinazione grafica della posizione del centro di istantanea rotazione e delle velocità del piede di biella e del bottone di manovella.



RISORSE DIGITALI

- Determinazione della velocità del piede di biella

Si può dimostrare che l'espressione della velocità del piede di biella in funzione degli angoli di biella (α) e di manovella (β) e della velocità v_B del bottone di manovella è la seguente:

$$v_A = v_B \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha}$$

Nota bene

Variazione della velocità del piede di biella

Nei motori alternativi a combustione interna la velocità v_A del piede di biella varia al variare della posizione dello stantuffo. Essa assume il valore massimo quando biella e manovella formano tra loro un angolo di 90° (si dice allora che il manovellismo è in posizione "di quadratura") ed è nulla in corrispondenza dei cosiddetti *punti morti*, cioè in corrispondenza delle posizioni estreme occupate dallo stantuffo nel suo moto rettilineo alternativo, posizioni nelle quali esso inverte il senso del moto. Detta c la corsa dello stantuffo, cioè la distanza tra i due punti morti, risulta:

$$c = 2r$$

dove con r si è indicata la lunghezza della manovella OB (il cosiddetto *raggio di manovella*).

Per le applicazioni nel settore motoristico è importante calcolare la *velocità media* v_m dello stantuffo relativa a una certa velocità di rotazione n della manovella (con n misurato in giri al minuto).

Risulta:

$$v_m = \frac{2 \cdot c}{T} \quad [\text{m/s}]$$

dove T è il periodo.

Se indichiamo con f la frequenza, è: $f = \frac{1}{T} = \frac{n}{60}$ per cui si ha:

$$v_m = \frac{2 \cdot c \cdot n}{60} \quad [\text{m/s}]$$

essendo $2c$ la cosiddetta *doppia corsa*, ovvero lo spazio percorso dal pistone per ogni giro completo della manovella.

ESERCIZI SVOLTI

Argomenti:

A Curve cicliche

B Meccanismo biella-manovella

A Esercizio 1

Calcolare la velocità di un veicolo e la velocità di rotazione in giri al minuto delle ruote aventi diametro $d = 50$ cm e la cui velocità angolare è $\omega = 48$ rad/s.

SOLUZIONE

Dalla relazione:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60}$$

si ricava:

$$n = \frac{\omega \cdot 60}{2\pi} = \frac{48 \cdot 60}{2\pi} \approx 458,6 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

La velocità del veicolo è coincidente con la velocità di spostamento del centro delle ruote che è uguale a sua volta alla loro velocità periferica.

La velocità del veicolo vale quindi:

$$v = \frac{2\pi \cdot r \cdot n}{60} = \frac{2\pi \cdot 0,25 \cdot 458,6}{60} \approx 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow 43,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



Ruota di autoveicolo.

B Esercizio 2

In un motore alternativo a combustione interna l'alesaggio, cioè il diametro del cilindro, è $D = 95$ mm e il rapporto $m = \text{corsa}/\text{alesaggio}$ vale 1,1. La velocità di rotazione dell'albero motore, a regime, è $n = 75$ giri/s. Calcolare la velocità media dello stantuffo.

SOLUZIONE

Dal rapporto $m = c/D$ si ricava la corsa:

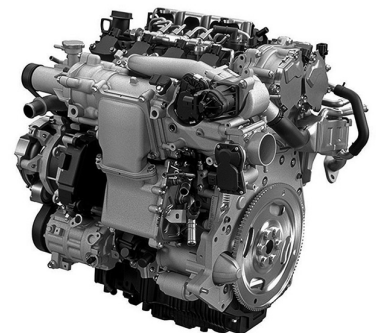
$$\begin{aligned} c &= m \cdot D = 1,1 \cdot 0,095 = 0,1045 \text{ m} = \\ &= 104,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

Velocità di rotazione dell'albero motore, in giri/min:

$$n = 75 \cdot 60 = 4500 \text{ giri/min}$$

Velocità media dello stantuffo:

$$v_m = \frac{2 \cdot c \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 0,1045 \cdot 4500}{60} = 15,675 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Motore a combustione interna o "motore a scoppio".

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

Riconoscere se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F).

1. Il moto di un corpo rigido è di semplice traslazione se, note due generiche posizioni successive del segmento di riferimento, gli assi di simmetria di tali segmenti sono paralleli. ☐ V ☐ F
2. In un moto piano di un sistema rigido le velocità v_A e v_B dei due estremi (A e B) del segmento di riferimento sono inversamente proporzionali alle distanze di A e di B dal centro C di istantanea rotazione. ☐ V ☐ F
3. Nel moto piano di un sistema rigido, la curva polare fissa è il luogo geometrico dei centri di istantanea rotazione. ☐ V ☐ F
4. La curva polare mobile relativa al moto di un'asta rigida avente gli estremi A e B scorrevoli su due guide ortogonali è una circonferenza di raggio AB. ☐ V ☐ F
5. Quando un cilindro rotola senza strisciare su un piano d'appoggio, la velocità periferica del cilindro e la velocità di spostamento del suo asse sono di uguale entità. ☐ V ☐ F
6. La curva descritta da un punto di una circonferenza che rotola senza strisciare all'esterno di un'altra circonferenza è detta ipocicloide. ☐ V ☐ F
7. La curva descritta da un punto di una circonferenza che rotola senza strisciare all'interno di un'altra circonferenza è detta epicicloide. ☐ V ☐ F
8. La curva descritta da un punto di una retta che rotola senza strisciare su una circonferenza è detta evolvente. ☐ V ☐ F
9. Nel meccanismo biella-manovella la velocità della testa di biella è massima quando il manovellismo è "in quadratura". ☐ V ☐ F
10. La velocità del piede di biella di un meccanismo biella-manovella è nulla quando la biella e la manovella sono allineate. ☐ V ☐ F

QUESITI

Individuare la risposta esatta ai seguenti quesiti a risposta multipla.

1. Date le traiettorie degli estremi A e B del segmento di riferimento e la posizione del centro C di istantanea rotazione, tra le velocità v_A e v_B dei due estremi vale la relazione:

☐ a $v_B = v_A \cdot \frac{AC}{BC}$

☐ b $v_B = v_A \cdot \frac{BC}{AC}$

☐ c $v_A = v_B \cdot \frac{BC}{AC}$

2. Rispetto alla velocità periferica, la velocità di traslazione del centro di una circonferenza che rotola senza strisciare su una retta è:

☐ a maggiore

☐ b minore

☐ c uguale

3. La velocità di traslazione del centro di una circonferenza che ruota senza strisciare su una retta è data dalla formula:

☐ a $v_t = \frac{2\pi T}{r}$

☐ b $v_t = \frac{2\pi r}{T}$

☐ c $v_t = \frac{\pi r}{T}$

4. La velocità di una piastra traslante su rulli, rispetto alla velocità di traslazione dei rulli, è:

☐ a doppia

☐ b la metà

☐ c uguale

5. Nel meccanismo biella-manovella la velocità v_A del piede di biella è massima quando l'angolo formato da biella e manovella vale:

☐ a 90°

☐ b 45°

☐ c 180°