15.7 Esempio di flusso stazionario

Si consideri un tipico esempio di **flusso stazionario** di un liquido ideale, cioè non viscoso, che uscendo da un serbatoio attraverso un tubo costituito da tratti aventi sezione diversa arrivi all'ugello di *Figura 15.12*. Al pelo libero del liquido nel serbatoio, la pressione è nulla (la pressione è quella atmosferica) e pure la velocità del liquido può essere considerata nulla, in quanto la superficie è molto grande in confronto alla sezione trasversale del condotto: la linea del carico totale passa per il pelo libero e coincide con la linea piezometrica. La linea del carico totale di tutto il sistema è orizzontale in quanto il liquido è ideale e quindi senza perdite per attrito dovuto alla viscosità.

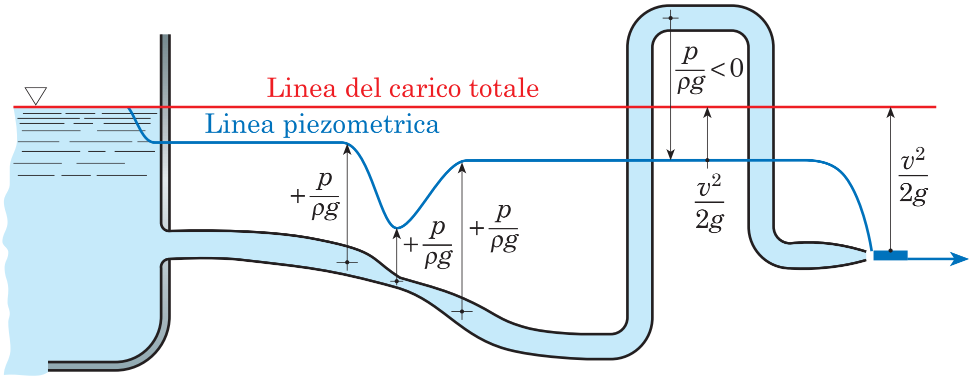

Fig. 15.12 - Linea del carico totale e linea piezometrica per un liquido ideale in moto stazionario in un tubo.

Il flusso nelle varie sezioni del tubo segue l'equazione di continuità **15-3**, più volte citata; ad esempio, nei tratti di tubo dove la sezione si restringe, la velocità del liquido aumenta: ciò è ben visualizzato dalla linea piezometrica blu, che si trova al di sotto del carico totale H di un valore corrispondente al carico cinetico $v^2/(2g)$. La distanza tra la linea piezometrica e la linea che congiunge i centri delle sezioni trasversali del tubo rappresenta, in una data sezione, il carico di pressione $p/(\rho g)$. Se la linea piezometrica si trova *al di sopra* della linea congiungente i centri, il carico di pressione è *positivo*. Al contrario, nei tratti di tubo in cui la linea piezometrica si trova *al di sotto* della linea che congiunge i centri delle sezioni trasversali del tubo il carico di pressione diviene *negativo*; in questa zona (*Figura 15.12*) la pressione relativa è negativa, scende cioè a valori inferiori alla pressione atmosferica. È questa una situazione che può divenire critica per l'insorgere della cavitazione, fenomeno che verrà esaminato nello studio delle pompe.

Esempio 15.7 Portata e pressione in un sifone

Un sifone (*Figura 15.13*) di diametro $D = 100$ mm è riempito di acqua e scarica liberamente nell'ambiente che si trova alla pressione atmosferica, attraverso un ugello di 50 mm. Si trascurino le perdite dovute agli attriti. Determinare:

a) la portata in volume scaricata attraverso l'ugello;

b) la pressione nei punti 1, 2, 3 e 4.

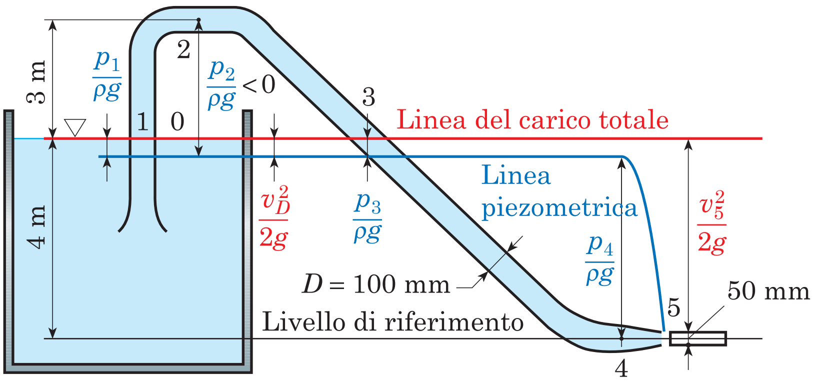

Fig. 15.13 - Schema del sifone trattato nell'*Esempio 15.7*.

SOLUZIONE

a) Applichiamo l'equazione di Bernoulli per un fluido ideale nella forma **15-5** tra le sezioni 0 e 5:

$$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} + z_0 = \frac{p_5}{\rho g} + \frac{v_5^2}{2g} + z_5$$

Nel punto 0 abbiamo:

- $p_0 = 0$: la pressione sul pelo libero è quella atmosferica e la pressione relativa e quindi nulla;
- $v_0 = 0$: la velocità dell'acqua è trascurabile, in quanto la superficie del serbatoio è grande;
- $z_0 = 4$ m.

Nel punto 5 abbiamo:

- $p_5 = 0$: si è detto che l'ugello scarica nell'atmosfera;
- $v_5 = ?$: è l'incognita da determinare;
- $z_5 = 0$: il livello zero è stato assunto in corrispondenza del punto 5.

$$0 + 0 + 4\ \text{m} = 0 + \frac{v_5^2}{2g} + 0 \Rightarrow v_5^2 = 2 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2 \times 4\ \text{m} \Rightarrow v_5 = \sqrt{2 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2 \times 4\ \text{m}} = 8{,}86\ \text{m/s}$$

La portata in volume $\dot{V}$ è data dall'equazione **15-3**:

$$\dot{V} = A_5 v_5 = \frac{\pi D_5^2}{4} v_5 = \frac{\pi \times (0{,}05\ \text{m})^2}{4} (8{,}86\ \text{m/s}) = 0{,}0174\ \text{m}^3/\text{s}$$ ◀

b) Calcoliamo prima la velocità v nel tubo del sifone di diametro D pari a 100 mm (0,1 m) per mezzo dell'equazione di continuità **15-3**:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4\dot{V}}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0{,}0174\ \text{m}^3/\text{s}}{\pi \times (0{,}1\ \text{m})^2} = 2{,}21\ \text{m/s}$$

Applichiamo quindi sistematicamente l'equazione di Bernoulli **15-5** tra la sezione 0 e le varie sezioni 1, 2, 3 e 4, dove la velocità è sempre uguale a v, in quanto il diametro del tubo del sifone è costante:

(sezioni 0 e 1) $$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} + z_0 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z_1$$

$$0 + 0 + 4\ \text{m} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{(2{,}21\ \text{m/s})^2}{2 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2} + 4\ \text{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_1}{\rho g} = -0{,}25\ \text{m di colonna d'acqua} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad p_1 = \rho g \times (-0{,}25\ \text{m}) = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2 \times (-0{,}25\ \text{m}) = -2{,}44\ \text{kPa} \quad ◀$$

Il segno meno (–) indica che la pressione in 1 è al di sotto di quella atmosferica.

(sezioni 0 e 2) $$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} + z_0 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z_2$$

$$0 + 0 + 4\ \text{m} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{(2{,}21\ \text{m/s})^2}{2 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2} + 7\ \text{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_2}{\rho g} = -3{,}25\ \text{m di colonna d'acqua} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad p_2 = \rho g \times (-3{,}25\ \text{m}) = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2 \times (-3{,}25\ \text{m}) = -31{,}88\ \text{kPa} \quad ◀$$

(sezioni 0 e 3) $$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} + z_0 = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z_3$$

$$0 + 0 + 4\ \text{m} = \frac{p_3}{\rho g} + \frac{(2{,}21\ \text{m/s})^2}{2 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2} + 4\ \text{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_3}{\rho g} = -0{,}25\ \text{m di colonna d'acqua} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad p_3 = \rho g \times (-0{,}25\ \text{m}) = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2 \times (-0{,}25\ \text{m}) = -2{,}44\ \text{kPa} \quad ◀$$

La pressione in 3 è uguale a quella in 1 in quanto i due punti si trovano alla stessa quota.

(sezioni 0 e 4) $$\frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} + z_0 = \frac{p_4}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + z_4$$

$$0 + 0 + 4\ \text{m} = \frac{p_4}{\rho g} + \frac{(2{,}21\ \text{m/s})^2}{2 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2} + 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{p_4}{\rho g} = 3{,}75\ \text{m di colonna d'acqua} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad p_4 = \rho g \times 3{,}75\ \text{m} = 1000\ \text{kg/m}^3 \times 9{,}81\ \text{m/s}^2 \times 3{,}75\ \text{m} = 36{,}8\ \text{kPa} \quad ◀$$

COMMENTI La linea del carico totale e la linea piezometrica sono riportate nella *Figura 15.13*.

15.8 Altri metodi di misura della velocità

Un sistema meccanico utilizzato nella misura della velocità è il **mulinello** per liquido o misuratore di corrente (*Figura 15.14*) e per aria o **anemometro** (*Figura 15.15*). Esso consiste essenzialmente in una serie di coppette oppure di alette (al limite un'elica) che ruotano attorno a un alberello normale alla corrente nel caso delle coppette oppure disposto parallelamente alla corrente nel caso delle alette. La velocità di rotazione dell'alberello è funzione della velocità della corrente. Una volta determinata la relazione tra velocità della corrente e velocità di rotazione mediante taratura iniziale dello strumento, la misura viene eseguita valutando il numero di giri compiuto dall'albero in un dato tempo.

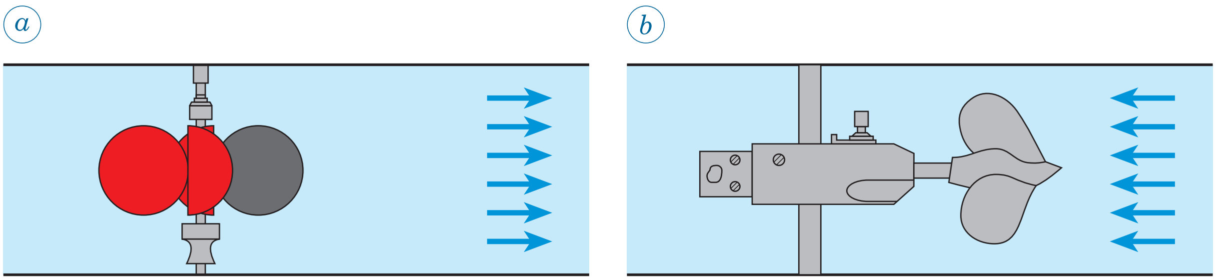

Fig. 15.14 - Mulinelli per liquido di tipo: a) a coppette; b) a elica.

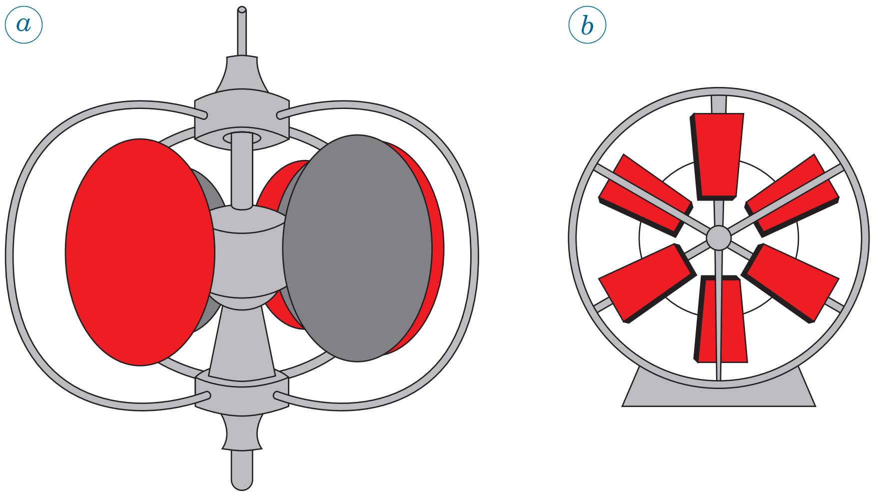

Fig. 15.15 - Anemometri di tipo:
a) a coppette;
b) ad alette.

Un sistema piuttosto grossolano per stimare la velocità media della corrente in un fiume o in un canale è quello di rilevare la velocità con cui un galleggiante viene trasportato a valle dalla corrente, misurando il tempo impiegato a percorrere un tratto determinato. Per ottenere risultati discreti occorre che la corrente sia senza disturbi in superficie. La velocità media della corrente è circa $(0{,}85 \pm 0{,}05)$ volte la velocità del galleggiante $(0{,}85 \times \text{velocità})$.

Tra i metodi da laboratorio per misurare la velocità di un fluido citiamo quelli basati sulla variazione della resistenza elettrica in funzione della temperatura (*anemometro a filo caldo*), i metodi fotografici e quelli ottici e da ultimo il metodo basato sul laser (*anemometria laser*).

VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

19. Citare dei metodi non meccanici per misurare la velocità del fluido: ....

.... e ....

20. La misura della pressione statica richiede che il piezometro sporga all'interno del condotto dove scorre il fluido di un'altezza superiore a 2,5 mm.

Vero ☐ Falso ☐