

## 25.5 Ingranaggio vite senza fine - ruota elicoidale

### 25.5.1 Parametri di funzionamento

Se sono necessari elevati rapporti di riduzione della velocità tra assi non paralleli, bisognerebbe impiegare ingranaggi bielcoidali (*Figura 25.3-c*) con un pignone piccolo e una ruota grande. Tuttavia, il valore del carico che può essere trasmesso con questi ingranaggi è molto limitato. Una soluzione migliore è quella di impiegare l'accoppiamento fra una ruota a dentatura elicoidale e una vite senza fine (perpetua), sistema che consente di trasmettere il moto tra assi perpendicolari e non complanari (assi sghembi) con elevati valori del rapporto di trasmissione. La *Figura 25.27* introduce alcuni parametri della coppia con il pedice 1 riferito alla vite (di solito motrice) e il pedice 2 riferito alla ruota elicoidale condotta; nella trattazione verrà considerato il caso usuale di un angolo di  $90^\circ$  tra l'asse della vite e quello della ruota: sono così uguali gli angoli, misurati sulle superfici primitive, della vite  $\lambda$  e dell'elica della ruota  $\psi_2$ , come pure sono uguali il passo assiale  $p_a$  della vite e il passo trasversale  $p_{t2}$  della ruota.

Il passo assiale (*axial pitch*)  $p_a$  di una vite è uguale alla distanza tra punti corrispondenti su filetti (o principi) adiacenti misurati lungo l'asse della vite. Il passo elicoidale (*lead*)  $p_e$  di una vite è invece uguale alla distanza assiale apparente che compie un filetto durante una rotazione di un giro della vite. Per una vite con un solo filetto (una vite con un dente) il passo elicoidale è uguale al passo assiale e un filetto inizia la presa a ogni giro. Una vite con due filetti avrà un passo elicoidale uguale a due volte il passo assiale e quindi due filetti iniziano la presa a ogni giro e così via (*Figura 25.28-a*).

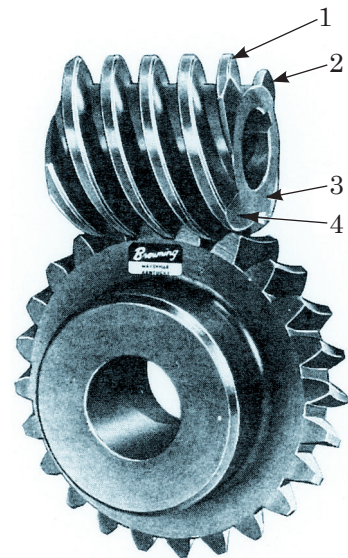


Fig. 25.28-a - Una vite a quattro filetti (Browning Manufacturing Company). All'estremo destro, è chiaramente visibile l'inizio di ciascuno dei quattro filetti sulla circonferenza.

Il passo elicoidale  $p_e$  è perciò dato dal prodotto del passo assiale  $p_a$  per il numero  $z_1$  dei denti (filetti) della vite senza fine (*Figura 25.28-b*). Essendo il passo assiale della vite  $p_a$  uguale al passo circolare trasversale della ruota  $p_{t2}$  e ricordando le **25-3** e **25-2**, si ha:

$$p_e = p_a z_1 \qquad p_a = p_{t2} = \pi m = \pi \frac{d_2}{z_2} \qquad \mathbf{25-22}$$

Coppia vite senza fine - ruota elicoidale con assi a 90°

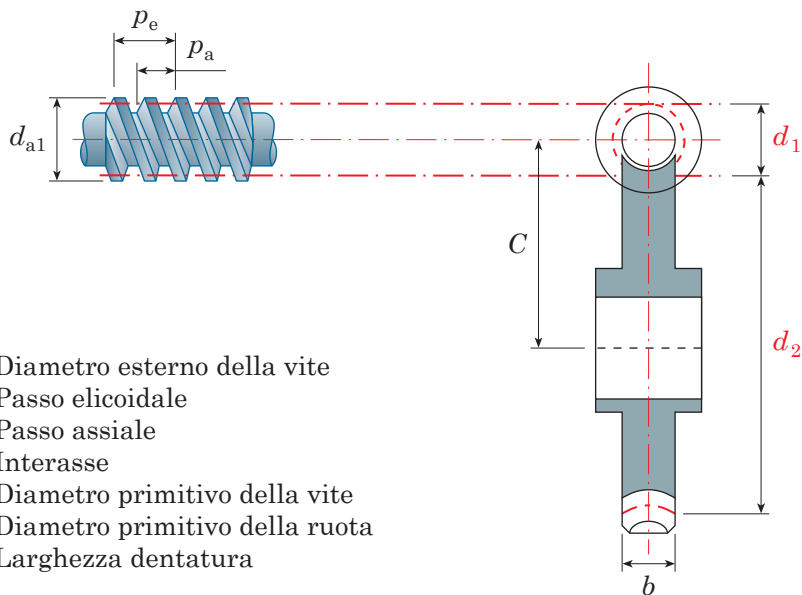


Fig. 25.27 - Schema dell'accoppiamento vite senza fine - ruota elicoidale con angolo di 90° tra l'asse della vite e quello della ruota: il pedice 1 è riferito alla vite (di solito motrice) e il pedice 2 è riferito alla ruota elicoidale condotta.

- Gli angoli, misurati sulle superfici primitive, della vite  $\lambda$  e dell'elica della ruota  $\psi_2$  sono uguali e hanno lo stesso verso.
- Il passo assiale  $p_a$  della vite e il passo trasversale  $p_{t2}$  della ruota sono uguali.
- Il diametro primitivo della vite  $d_1$  non è funzione del suo numero di filetti (denti)  $z_1$ . Questo significa che il rapporto di trasmissione della coppia vite-ruota è determinato dal rapporto tra i denti della ruota  $z_2$  e quello dei denti della vite  $z_1$  ( $i = \omega_1/\omega_2 = z_2/z_1$ ), ma non è uguale al rapporto tra i rispettivi raggi come nella 25-4.
- Di solito le ruote hanno almeno 24 denti e il numero di denti della ruota più quello dei filetti della vite dovrebbe essere maggiore di 40 ( $z_1 + z_2 > 40$ ).
- La larghezza della dentatura della ruota  $b$  non deve superare la metà del diametro esterno della vite  $d_{a1}$ :  $b \leq 0,5 \cdot d_{a1}$ .
- Per evitare l'interferenza, l'angolo di pressione  $\phi_n$  è comunemente legato all'angolo  $\lambda$  relativo al passo elicoidale dai seguenti valori:

|                                  |      |    |    |    |
|----------------------------------|------|----|----|----|
| Angolo di pressione $\phi_n$ [°] | 14,5 | 20 | 25 | 30 |
| Massimo valore di $\lambda$ [°]  | 15   | 25 | 35 | 45 |

MODULO – Valori standard di uso frequente del modulo  $m$  [mm] per ricavare il passo assiale della vite ( $p_a = \pi m$ ) oppure il passo circolare trasversale della ruota ( $p_{t2} = \pi m$ ), ricordando  $p_a = p_{t2}$ .

|     |     |      |     |     |     |   |    |      |    |    |
|-----|-----|------|-----|-----|-----|---|----|------|----|----|
| 2,0 | 2,5 | 3,15 | 4,0 | 5,0 | 6,3 | 8 | 10 | 12,5 | 16 | 20 |
|-----|-----|------|-----|-----|-----|---|----|------|----|----|

Il triangolo della *Figura 25.28-c* mostra lo svolgimento di un dente della vite mostrato nella *Figura 25.28-b*; si può così ottenere sia l'espressione dell'angolo  $\lambda$  relativo al passo elicoidale  $p_e$  e dell'angolo dell'elica  $\psi_1$  della vite senza fine tenendo presente che questi due angoli sono complementari l'uno all'altro ( $\lambda + \psi_1 = 90^\circ$ ):

$$\tan \lambda = \frac{p_e}{\pi d_1} \qquad \cot \psi_1 = \frac{p_e}{\pi d_1} \qquad \mathbf{25-23}$$

Una volta determinato il diametro primitivo della vite  $d_1$ , si può calcolare il diametro primitivo della ruota  $d_2$  applicando all'accoppiamento vite senza fine - ruota elicoidale la relazione della distanza tra i centri (interasse); il valore del diametro  $d_1$  deve cadere in un intervallo ottimo al fine della trasmissione della potenza:

$$C = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad \ll \text{intervallo ottimo: } \frac{C^{0,875}}{3,0} \leq d_1 \leq \frac{C^{0,875}}{1,7} \gg \qquad \mathbf{25-24}$$

Il rapporto di trasmissione  $i$  tra la vite conduttrice, di velocità angolare  $\omega_1$  e numero di denti (o filetti)  $z_1$ , e la ruota condotta, di velocità angolare  $\omega_2$  e numero di denti  $z_2$  è (25-4)  $i = \omega_1/\omega_2 = z_2/z_1$ . Tenendo presente il numero di denti  $z_1 = p_e/p_a$  della vite (25-22) e il numero di denti della ruota  $z_2 = (\pi d_2)/p_{t2}$  (25-22) e ricordando che  $p_a$  è uguale a  $p_{t2}$ , si ottiene:

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\frac{\pi d_2}{p_{t2}}}{\frac{p_e}{p_a}} = \frac{\pi d_2}{p_e} \qquad \mathbf{25-25}$$

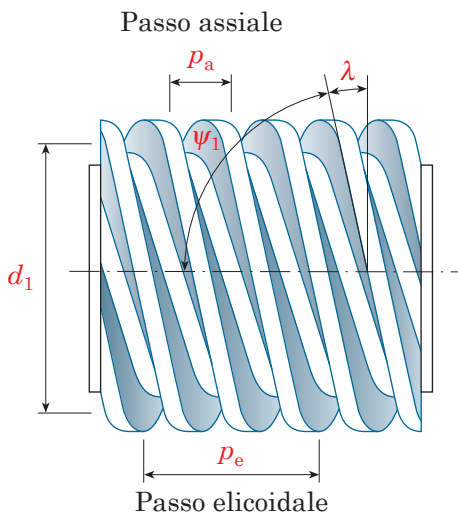


Fig. 25.28-b - Relazione tra passo assiale  $p_a$  e passo elicoidale  $p_e$  di una vite a tre filetti.

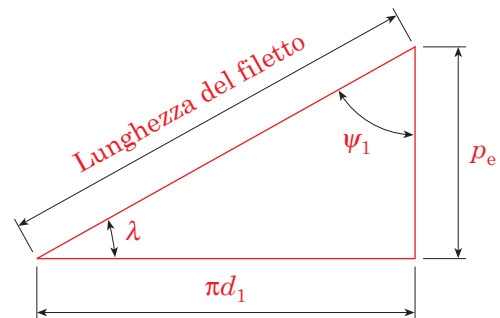


Fig. 25.28-c - Svolgimento di un dente di una vite per illustrare la relazione tra passo elicoidale  $p_e$ , angolo relativo al passo elicoidale  $\lambda$ , diametro primitivo della vite  $d_1$  e angolo dell'elica della vite  $\psi_1$ .

Che il moto di una data coppia sia reversibile o meno dipende da quanta forza di attrito esiste tra la vite senza fine e la ruota elicoidale. Per impedire che il moto della coppia sia reversibile (ad esempio in apparecchi di sollevamento) occorrerebbe impiegare piccoli valori dell'angolo  $\lambda$  ( $10^\circ$  o meno) in modo che questo risulti inferiore all'angolo di attrito fra i materiali, il che equivale a un valore del rendimento (25-26) inferiore al 50%. Tuttavia, per motivi di sicurezza, oltre all'arresto spontaneo del sistema, viene adesso imposta la presenza di un sistema di frenatura secondaria.

### Esempio 25.6 Coppia vite-ruota

Una vite senza fine a quattro filetti ha un passo assiale  $p_a = 25$  mm e un diametro primitivo  $d_1 = 50$  mm. La ruota condotta ha un numero di denti  $z_2 = 42$ . Determinare l'angolo  $\lambda$  relativo al passo elicoidale e l'interasse  $C$  tra vite e ruota verificando che il valore del diametro  $d_1$  cada nell'intervallo ottimo al fine della trasmissione della potenza.

#### SOLUZIONE

Sapendo che il numero dei filetti della vite è  $z_1 = 4$ , si calcola prima il passo elicoidale  $p_e$  con la 25-22; sostituendo poi  $p_e$  nella 25-23, si ottiene l'angolo  $\lambda$ .

$$p_e = p_a z_1 = 25 \text{ mm} \times 4 = 100 \text{ mm}$$

$$\tan \lambda = \frac{p_e}{\pi d_1} = \frac{100 \text{ mm}}{\pi \times 50 \text{ mm}} = 0,637 \Rightarrow \lambda = \arctan 0,637 = 32,5^\circ$$

Per determinare l'interasse  $C$  (25-24) che è funzione dei diametri della vite  $d_1$  e della ruota  $d_2$ , occorre prima calcolare il diametro primitivo della ruota  $d_1$  (25-25) passando attraverso il rapporto di trasmissione  $i = z_2/z_1$ ; si verifica quindi che il diametro della vite cada nell'intervallo ottimo per la trasmissione della potenza.

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{42}{4} = 10,5$$

$$i = \frac{\pi d_2}{p_e} \Rightarrow d_2 = \frac{i p_e}{\pi} = \frac{10,5 \times 100 \text{ mm}}{\pi} = 334,2 \text{ mm}$$

$$C = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{50 \text{ mm} + 334,2 \text{ mm}}{2} = 192,1 \text{ mm}$$

$$\frac{C^{0,875}}{3,0} \leq d_1 \leq \frac{C^{0,875}}{1,7} \Rightarrow \frac{(192,1 \text{ mm})^{0,875}}{3,0} = 33,2 \text{ mm} \leq 50 \text{ mm} \leq \frac{(192,1 \text{ mm})^{0,875}}{1,7} = 58,6 \text{ mm}$$

### 25.5.2 Rendimento

A differenza di quanto avveniva negli ingranaggi finora esaminati, l'attrito della coppia vite senza fine - ruota elicoidale non è più trascurabile. Considerando, ad esempio, un ingranaggio cilindrico a denti elicoidali, il moto di un dente relativo al dente coniugato è un moto di puro rotolamento con il contatto che avviene nel punto di tangenza delle primitive. Al contrario, il moto relativo tra i denti della vite senza fine e quelli della ruota è un moto di prevalente strisciamento con il coefficiente di attrito  $\mu$  (si ricorda la relazione 9-2 del primo volume che lega  $\mu$  all'angolo di attrito  $\theta$ :  $\mu = \tan \theta$ ) che gioca un ruolo fondamentale nel determinare le prestazioni della coppia. Così quelle relazioni (25-14) che consentivano di calcolare le forze scambiate tra i denti di un ingranaggio cilindrico a denti elicoidali con direzione delle forze tracciate nell'ipotesi di attrito trascurabile (*Figura 25.20*), andrebbero adesso riscritte per la presenza della forza di attrito  $F_f = \mu F$ , prodotto del coefficiente di attrito  $\mu$  per la forza  $F$  che agisce normalmente al dente della vite senza fine.

Si può dimostrare che il rendimento  $\eta$  della coppia vite senza fine - ruota elicoidale in funzione dell'angolo di pressione normale  $\phi_n$  (*Figura 25.20*), del coefficiente di attrito  $\mu$  e dell'angolo  $\lambda$  (uguale all'angolo dell'elica della ruota  $\psi_2$  nel caso di assi a  $90^\circ$ ) è dato da:

$$\eta = \frac{\cos \phi_n - \mu \tan \lambda}{\cos \phi_n + \frac{\mu}{\tan \lambda}} \quad \text{25-26}$$

Presi un tipico valore del coefficiente di attrito  $\mu = 0,05$  e un angolo di pressione normale  $\phi_n = 20^\circ$ , il rendimento  $\eta$  dato dalla 25-26 in funzione dell'angolo  $\lambda$  risulta:

|               |     |     |     |     |      |      |      |      |      |
|---------------|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|
| $\lambda$ [°] | 1,0 | 2,5 | 5,0 | 7,5 | 10,0 | 15,0 | 20,0 | 25,0 | 30,0 |
| $\eta$ [%]    | 25  | 45  | 62  | 71  | 76   | 82   | 85   | 87   | 89   |

Oltre a far uso di valori sufficientemente elevati dell'angolo  $\lambda$  relativo al passo elicoidale  $p_e$ , un altro modo di migliorare il rendimento si basa sul minore attrito ottenibile accoppiando a una vite in acciaio una ruota in bronzo che, per motivi di resistenza, è spesso costituita da una corona dentata in tale materiale montata su una ruota in ghisa o in acciaio.

### 25.5.3 Momenti torcenti

I diagrammi di corpo libero della vite senza fine e della ruota coniugata mostrano le componenti delle forze per la forza normale  $F$  esercitata tra la vite e la ruota in assenza di attrito (*Figura 25.29*). Le forze scambiate tra vite senza fine e ruota elicoidale sono simili a quelle delle ruote elicoidali fatta eccezione per gli assi degli alberi che sono a  $90^\circ$  in quasi tutte le applicazioni. Così le espressioni delle componenti delle forze scambiate tra vite e ruota corrispondono a quelle stesse dell'ingranaggio cilindrico a denti elicoidali qualora nelle 25-14 si ponga l'angolo  $\lambda$  della vite al posto dell'angolo dell'elica della ruota  $\psi_2$  poiché, per assi a  $90^\circ$ ,  $\lambda$  è uguale a  $\psi_2$  (*Scheda 25.4*).

I momenti torcenti della vite senza fine e della ruota elicoidale rispetto ai rispettivi assi di rotazione saranno uguali alle forze tangenziali  $F_{t1}$  ed  $F_{t2}$  moltiplicati per i raggi primitivi della vite  $r_1$  e della ruota  $r_2$ .

$$M_1 = F_{t1}r_1 \qquad M_2 = F_{t2}r_2 \qquad \mathbf{25-27}$$

Ma (Figura 25.29) le forze  $F_{t1}$  ed  $F_{t2}$  non sono uguali come avviene per una coppia di ruote a denti dritti oppure per una coppia di ruote a denti elicoidali, mentre invece per la coppia vite-ruota risulta  $F_{t1} = F_{a2}$ . Essendo (Figura 25.29)  $F_{a2} = F_{t2} \tan \lambda$ , si ha:

$$M_1 = F_{a2}r_1 = (F_{t2} \tan \lambda)r_1$$

equazione che porta (25-23 e 25-25) al seguente rapporto tra i momenti:

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{F_{t2}r_2}{F_{t2} \tan \lambda \cdot r_1} = \frac{1}{\tan \lambda} \left( \frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{1}{\frac{p_e}{\pi d_1}} \left( \frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{2\pi r_1}{p_e} \left( \frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{\pi d_2}{p_e} = i \Rightarrow M_2 = M_1 i$$

Essendo per la 25-4  $i = \omega_1/\omega_2$ , abbiamo dimostrato che la potenza entrante ( $M_1\omega_1$ ) nella coppia vite senza fine - ruota elicoidale è uguale alla potenza uscente ( $M_2\omega_2$ ) proprio perché, non essendosi tenuto conto dell'attrito e di altre perdite, il rendimento deve risultare uguale a 1. In realtà, come abbiamo visto nel Paragrafo 25.5.2, il rendimento di questo accoppiamento è decisamente inferiore a 1. Di questo occorre tener conto, così come fatto con la 25-9, introducendo nella formula ricavata sopra il rendimento dato dalla 25-26:

$$M_2 = \eta M_1 i \qquad \mathbf{25-28}$$

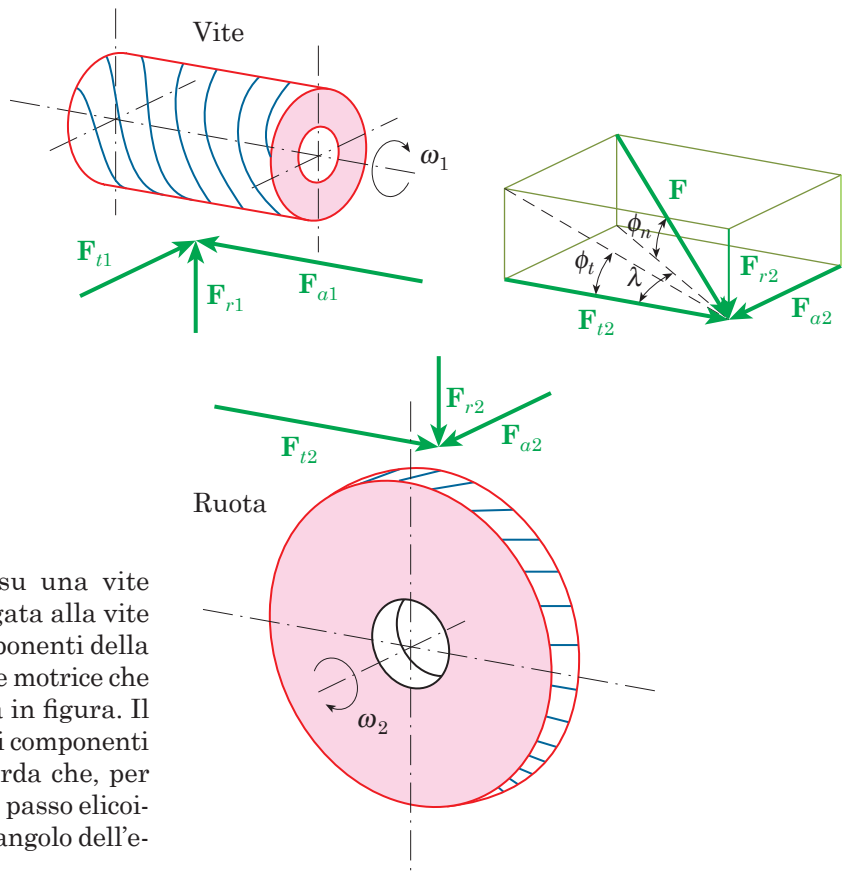


Fig. 25.29 - Forze esercitate su una vite senza fine e sulla ruota coniugata alla vite con assi a  $90^\circ$ . Ambedue i componenti della coppia sono destrorsi con la vite motrice che agisce nella direzione indicata in figura. Il diagramma delle forze mostra i componenti della forza normale  $\mathbf{F}$ . Si ricorda che, per assi a  $90^\circ$ , l'angolo  $\lambda$  relativo al passo elicoidale  $p_e$  della vite senza fine e l'angolo dell'elica della ruota  $\psi_2$  sono uguali.

### Esempio 25.11 Forze scambiate in un rotismo di ruote dentate a denti dritti

La ruota motrice 1 (*Figura 25.36*) ha una velocità di rotazione  $n_1 = 1000$  giri/min in senso orario per trasmettere la potenza  $P_1 = 30$  kW, modulo  $m = 10$  mm, angolo di pressione  $\phi = 20^\circ$  e numero di denti  $z_1 = 35$ . Le altre due ruote 2 e 3 hanno rispettivamente un numero di denti  $z_2 = 45$  e  $z_3 = 60$ . Determinare:

- l'interasse  $C_{AC}$  tra gli alberi A e C;
- il rapporto di trasmissione  $i_{1/3}$ ;
- il rapporto di trasmissione  $i_{1/3}$  in assenza della ruota 2;
- il diagramma di corpo libero per ciascuna ruota.

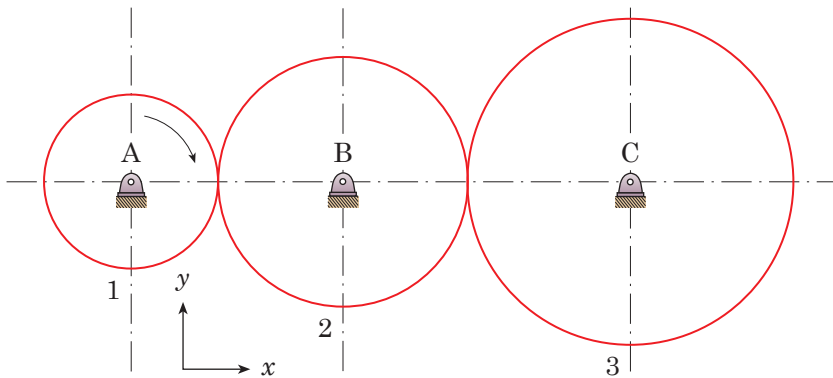


Fig. 25.36 - Rotismo di tre ruote dentate a denti dritti dell'Esempio 25.11.

### SOLUZIONE

- a) Con la **25-2** si calcolano i diametri primitivi delle tre ruote e con la formula della *Scheda 25.1* l'interasse tra ciascuna ruota e quindi l'interasse complessivo.

$$d_1 = mz_1 = 10 \text{ mm} \times 35 = 350 \text{ mm} \quad d_2 = mz_2 = 10 \text{ mm} \times 45 = 450 \text{ mm} \quad d_3 = mz_3 = 10 \text{ mm} \times 60 = 600 \text{ mm}$$

$$C_{AB} = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{1}{2}(350 + 450) \text{ mm} = 400 \text{ mm} \quad C_{BC} = \frac{1}{2}(d_2 + d_3) = \frac{1}{2}(450 + 600) \text{ mm} = 525 \text{ mm}$$

$$C_{AC} = C_{AB} + C_{BC} = 400 \text{ mm} + 525 \text{ mm} = 925 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

b) **25-34, 25-4:**  $i_{1/3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = i_{1/2} \cdot i_{2/3} = \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left( -\frac{z_3}{z_2} \right) = \left( -\frac{45}{35} \right) \times \left( -\frac{60}{45} \right) = \frac{60}{35} = 1,714$

- c) Se mancasse la ruota 2, il rapporto sarebbe (**25-4**):  $i_{1/3} = -(z_3/z_1) = -(60/35) = -1,714$ .

La ruota 2 è una ruota oziosa che (*Paragrafo 25.8.1*) ha la funzione di ottenere un senso di rotazione opposto della ruota 3 (diviene così concorde con la ruota 1), mentre il valore del rapporto di trasmissione rimane immutato.

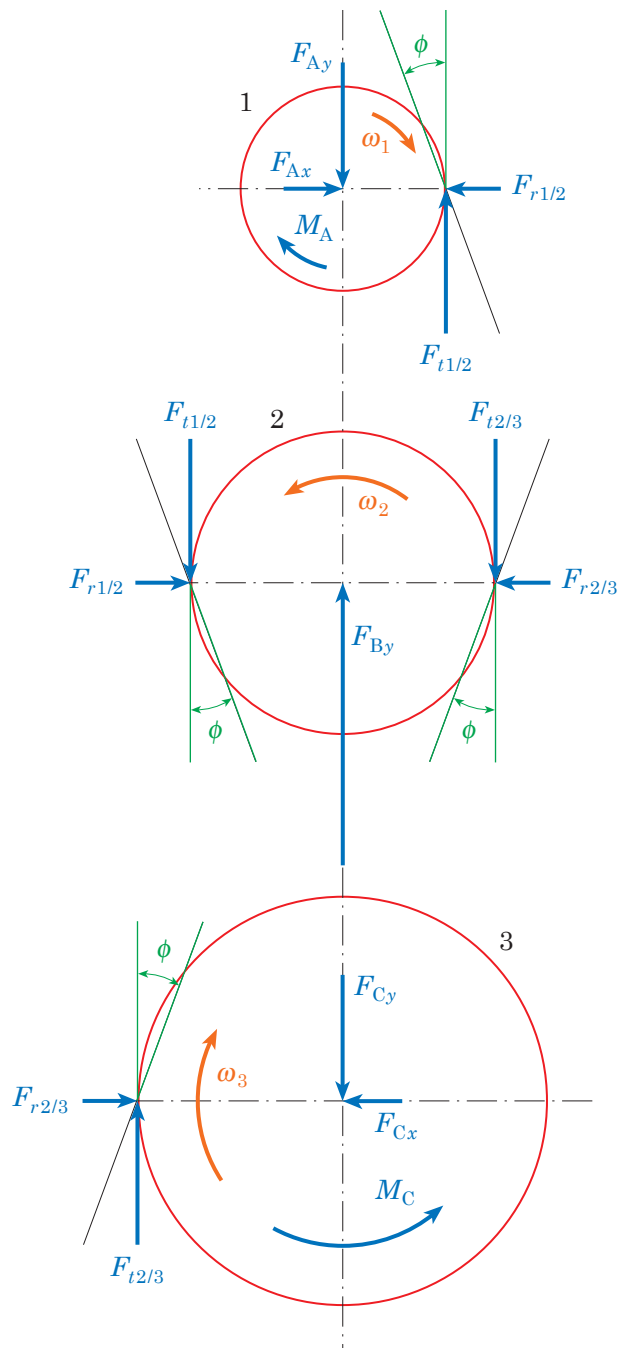


Fig. 25.37 - Diagramma di corpo libero delle forze applicate al rotismo dell'*Esempio 25.11*. Ciascuna ruota soddisfa l'equilibrio di forze e momenti (4-1) sotto l'azione delle forze e dei momenti mostrati in figura. In particolare si ha:  $F_{By} = F_{t1/2} + F_{t2/3} = 2F_{t1/2}$  ed  $F_{Bx} = 0$ , dove  $F_{Bx}$  ed  $F_{By}$  sono le forze di supporto sulla ruota oziosa 2 in corrispondenza dell'albero B. Il momento  $M_C$  rappresenta la coppia resistente sull'albero C, che si oppone appunto al carico che viene trasmesso dalla ruota motrice 1.

d) Si ricavano velocità angolare (6-11) e velocità periferica  $v$  della primitiva (6-13); quindi con le 25-8 e 25-7 le forze scambiate  $F_t$  ed  $F_r$ .

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1000 \text{ giri/min}}{60} = 104,7 \text{ rad/s}$$

$$v = \omega r_1 = 104,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times \frac{350 \text{ mm}}{2} = 18.322 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 18,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$F_{t1/2} = \frac{P}{v} = \frac{30.000 \text{ W}}{18,3 \text{ m/s}} = 1639 \text{ N} \quad F_{r1/2} = F_{t1/2} \tan \phi = 1639 \text{ N} \times \tan 20^\circ = 596 \text{ N}$$

I sistemi di forze che agiscono su ciascuna ruota sono (*Figura 25.37*):

1. La forza  $F_{Ax}$ , che è uguale in intensità alla forza  $F_{r1/2}$ , e la  $F_{Ay}$ , che è uguale in intensità alla forza  $F_{t1/2}$ , sono le forze che l'albero A esercita sulla ruota 1. Il momento torcente  $M_A$ , che è uguale in intensità al momento torcente  $M_1$ , è la coppia che l'albero esercita sulla ruota 1.
2. Per la terza legge di Newton (azione e reazione, *Paragrafo 7.1.1* del primo volume) e tenendo presente che la coppia netta che agisce sulla ruota oziosa 2 deve essere nulla ( $M_2 = 0$ ), risulta  $F_{t2/3} = F_{t1/2}$  e  $F_{r2/3} = F_{r1/2}$ .
3.  $F_{Cy} = F_{t2/3} = 1639 \text{ N}$ ,  $F_{Cx} = F_{r2/3} = 596 \text{ N}$  e  $M_C = M_3 = F_{t2/3}r_3 = 1639 \text{ N} \times (0,6 \text{ m}/2) = 491,7 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

## 25.8.2 Rotismi epicicloidali

Nel rotismo epicicloidale (*Figura 25.38*) almeno uno degli alberi su cui sono calettate le ruote è in moto durante il funzionamento [<http://www.youtube.com/watch?v=DmDiWHGZdKA>]. Tale albero prende il nome di portatreno o portasatelliti mentre i satelliti sono le ruote calettate su di esso. Questo meccanismo non ha più un solo grado di libertà come nel rotismo ordinario, ma avrà un grado di libertà in più per ognuno degli assi che sono mobili.

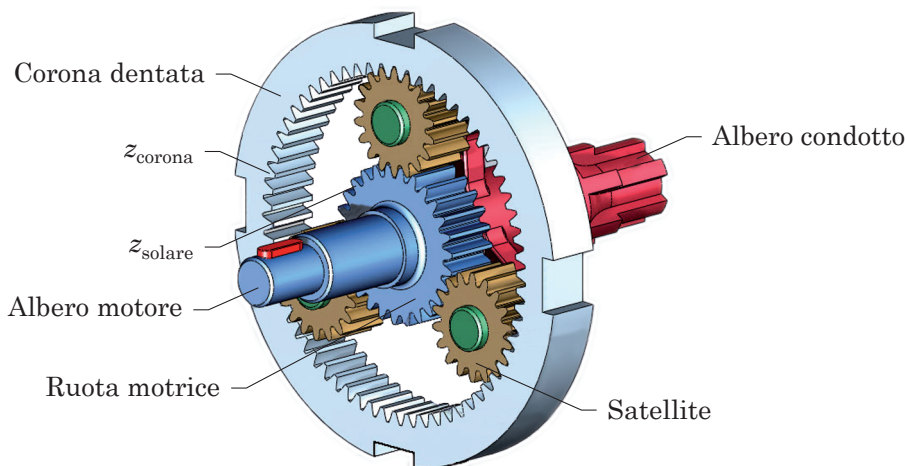


Fig. 25.38 - Un rotismo epicicloidale: le ruote satelliti, che ingranano con il pignone centrale (solare), rotolano sulla corona dentata, in questo caso fissa, e muovono la forcella portatreno (o portasatelliti) calettata su un albero, che quindi ruota coassialmente al solare. Con il rotismo epicicloidale si raggiungono rapporti di riduzione elevati con ingombri minimi rispetto ai rotismi ordinari.

Preso come esempio di rotismo epicicloidale quello della *Figura 25.39*, osserviamo che vi sono tre velocità angolari corrispondenti ai tre alberi: la velocità  $\omega_1$  del solare, la velocità  $\omega_4$  della corona e la velocità  $\omega_3$  del portatreno. Tra queste velocità esiste una relazione,

dovuta alla configurazione stessa del rotismo, per cui due soltanto possono essere assegnate ad arbitrio e la terza risulta determinata di conseguenza. Per definire questa relazione è opportuno considerare il moto del sistema relativo al portatreno; riferendo cioè tutti i moti a un sistema di riferimento solidale al portatreno che ruota con la velocità  $\omega_3$ , il rotismo epicicloidale può venir trattato come un rotismo ordinario e se ne può calcolare il rapporto di trasmissione  $i_{1/4}$  secondo il procedimento già visto con la 25-34. Si ottiene così la *formula di Willis*:

$$i_{1/4} = \frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_4 - \omega_3} = i_{1/2} \cdot i_{2/4} = \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left( +\frac{z_4}{z_2} \right) = -\frac{z_4}{z_1} \quad 25-36$$

con  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_4$  numero di denti del solare, del satellite e della corona (ricordando la 25-4, si potrebbe anche scrivere  $i_{1/4} = -r_4/r_1$  con  $r_4$  ed  $r_1$  raggi primitivi della corona e del solare). Il segno meno nella formula di Willis è dovuto al fatto che le velocità angolari hanno versi opposti.

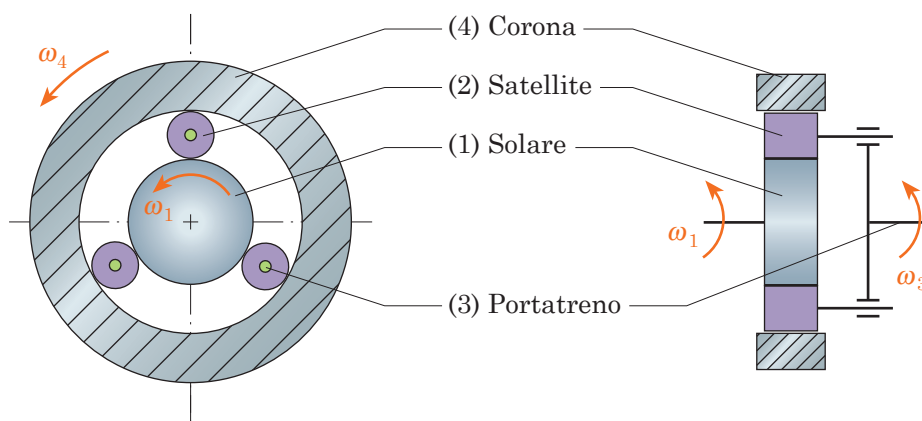


Fig. 25.39 - Esempio di rotismo epicicloidale<sup>25.8</sup>. La ruota 1 (solare) e la ruota 4 (corona) hanno assi fissi. Queste ruote ingranano con una o più ruote 2 (satelliti, tre in questo esempio) i cui assi sono mobili; gli assi dei satelliti sono portati in rotazione dal portatreno (o portasatelliti) 3, il cui asse di rotazione coincide con quello del solare. Questo rotismo epicicloidale ha due gradi di libertà poiché per definire lo stato del sistema occorre conoscere le velocità angolari  $\omega_1$  e  $\omega_4$  rispettivamente del solare e della corona da cui si può poi risalire alla velocità  $\omega_3$  del portatreno.

Un rotismo epicicloidale presenta diversi vantaggi rispetto a quelli ordinari, come:

- consente combinazioni molteplici dei vari elementi, come, ad esempio, la combinazione di due delle velocità angolari in ingresso, ad esempio  $\omega_1$  del solare e  $\omega_4$  della corona, per ottenere una determinata velocità in uscita (in questo caso quella  $\omega_3$  del portatreno);
- rapporti di trasmissione elevatissimi con ingombri molto contenuti; fissando ad esempio la corona 4 alla carcassa ( $\omega_4 = 0$ ) rimane un solo grado di libertà, si ottiene così un riduttore di velocità che, a pari riduzione  $i_{1/3} = \omega_1/\omega_3$ , risulta più compatto e leggero rispetto a un rotismo ordinario:

$$i_{1/4} = \frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_4 - \omega_3} = -\frac{z_4}{z_1} \Rightarrow \frac{\omega_1 - \omega_3}{0 - \omega_3} = i_{1/4} \Rightarrow 1 - \frac{\omega_1}{\omega_3} = i_{1/4} \Rightarrow i_{1/3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = 1 - i_{1/4} = 1 + \frac{z_4}{z_1} = \frac{z_1 + z_4}{z_1}$$

## SINTESI

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p>Nell'accoppiamento vite senza fine - ruota elicoidale, il <i>passo assiale</i> <math>p_a</math> della vite è uguale alla distanza tra punti corrispondenti su filetti (o principi) adiacenti misurati lungo l'asse della vite. Il <i>passo elicoidale</i> <math>p_e</math> è uguale al passo assiale moltiplicato per il numero <math>z_1</math> dei denti (filetti) della vite.</p>  | $p_e = p_a z_1$ <p><math>p_a</math> = passo assiale [mm]<br/> <math>p_e</math> = passo elicoidale [mm]<br/> <math>z_1</math> = numero dei denti della vite [-]</p> | <b>25-22</b>  |
| <p>Tra le velocità angolari <math>\omega</math> del <i>rotismo epicicloidale</i> esiste una relazione per cui se ne vengono assegnate due, ad esempio quelle del solare 1 e della corona 4, si può poi ricavare la terza, quella del portatreno 3. Riferendo tutti i moti a un sistema di riferimento solidale al portatreno che ruota con la velocità <math>\omega_3</math>, il rotismo epicicloidale diviene un rotismo ordinario con il rapporto di trasmissione <math>i_{1/4}</math> dato dalla formula di Willis.</p> | <p>(1) Solare                      (3) Portatreno<br/> (2) Satellite                    (4) Corona</p>   | $i_{1/4} = \frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_4 - \omega_3} = -\frac{z_4}{z_1} \quad \mathbf{25-36}$ <p><math>i_{1/4}</math> = rapporto di trasmissione<br/> <math>\omega_1</math>, <math>\omega_4</math> e <math>\omega_3</math> = velocità angolari [rad/s] rispettivamente del solare, della corona e del portatreno<br/> <math>z_1</math> e <math>z_4</math> = numero di denti del solare e della corona [-]</p> |

## ESERCIZI

**25.10** - Una coppia vite senza fine - ruota elicoidale con gli assi a  $90^\circ$  è composta da una vite a due filetti avente un diametro primitivo  $d_1 = 60$  mm e da una ruota condotta avente un numero di denti  $z_2 = 50$  e un modulo  $m = 8$  mm. Determinare il passo

assiale  $p_a$ , l'interasse  $C$  tra vite e ruota verificando che il valore del diametro  $d_1$  cada nell'intervallo ottimo al fine della trasmissione della potenza, il passo elicoidale  $p_e$  e l'angolo  $\lambda$  relativo al passo elicoidale.

$$p_a = 25,13 \text{ mm}; C = 230 \text{ mm}; \lambda = 15^\circ$$

## VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

15. Nell'accoppiamento vite senza fine - ruota elicoidale, il passo elicoidale  $p_e$  è uguale al passo assiale  $p_a$  moltiplicato per .....
16. I gradi di libertà del rotismo epicicloidale trattato nell'Unità sono:
- a) 1
  - b) 2
  - c) 3