

# 50 Temi d'esame

L'Unità è dedicata alla risoluzione di *temi dell'esame* di stato scelti in modo da presentare i principali argomenti di *meccanica* e di *termotecnica* e quindi di macchine a fluido; in quest'ultimo caso l'anno in cui è stato assegnato il tema è seguito da "T". La soluzione dei temi di meccanica e termotecnica (5 temi) a partire dal 1964 fino al 2018 è disponibile in formato digitale (sul sito dell'Editore o inquadrando il QR code). Non viene invece affrontata la soluzione di quella parte del tema relativa al disegno, alla progettazione e all'organizzazione industriale.

Dopo aver riportato l'enunciato, la trattazione del tema viene svolta attraverso:

1. la lettura attenta dei punti essenziali rappresentati dai dati assegnati con la relativa nomenclatura e dai quesiti;
2. la rappresentazione grafica schematica del particolare meccanico su cui vanno riportati i dati principali;
3. la scelta dei dati mancanti che va giustificata specificando i criteri che verranno seguiti nello svolgimento del tema come, ad esempio, il criterio di scelta del materiale (di solito non specificato nell'enunciato), criterio che potrebbe essere rappresentato dai costi per cui si preferisce adottare un acciaio al carbonio e non un acciaio legato al Ni Cr Mo, molto più costoso ma inutile per il tipo di particolare che si intende realizzare;
4. la soluzione del tema, a fronte dei quesiti dettagliati al punto 1;
5. eventuali commenti comprendenti anche il controllo dei risultati attraverso uno schizzo quotato; si cita, come esempio, il tema 1995E che ha per risultato una ruota di 2 m di diametro, praticamente irrealizzabile.

Si raccomanda al candidato di giustificare qualsiasi scelta e non solo quella dei materiali che vengono impiegati ma anche la scelta dei coefficienti che figurano nelle formule; è, ad esempio, importante spendere poche parole, in non più di una riga, per giustificare l'assunzione di un elevato fattore di sicurezza  $n$  dovuto a una sollecitazione a fatica aggravata dalla presenza di un pronunciato effetto di intaglio.

Nello svolgimento della soluzione vengono sempre richiamati equazioni, tabelle e paragrafi del corso che permettono di collocare il progetto del particolare meccanico nella trattazione completa di un dato argomento; viene inoltre presentato il collegamento con i manuali che l'allievo dovrà utilizzare durante la prova.

Il tema d'esame è generalmente accompagnato da una annotazione che riguarda le modalità di svolgimento della prova. Di seguito quella del Tema d'esame 2013:

“Durata massima della prova: 8 ore.

È consentito l'uso di manuali tecnici e di calcolatrici non programmabili.

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.”

## 1964. Biella caricata di punta

La biella di un motore Diesel ha il fusto, che si suppone a sezione costante, circolare cavo e della lunghezza di 1 m; il suo diametro interno è pari ai  $4/10$  del diametro esterno. Il motore ha i cilindri di diametro di 280 mm; la pressione massima raggiunta dal fluido all'inizio della combustione è di 5,6 MPa<sup>(\*)</sup>. Il candidato determini il diametro esterno del fusto della biella, dopo aver scelto in modo opportuno i dati eventualmente mancanti nell'enunciato del problema.

(\*) - L'unità di misura della pressione dell'enunciato originale è stata convertita in megapascal.

### 1. Lettura dell'enunciato

Sono assegnati:

- diametro interno  $d$  pari a  $4/10$  del diametro esterno  $D$ :  $d = (4/10)D = 0,4 \cdot D$ ;
- alesaggio dei cilindri del motore Diesel  $D_{cil} = 280$  mm;
- pressione dei gas all'inizio della combustione  $p = 5,6$  MPa.

Quesiti:

- calcolare in prima approssimazione a compressione semplice la sezione circolare cava  $A$  e quindi i diametri esterno  $D$  e interno  $d$ ;
- verificare la biella al carico di punta.

### 2. Schema della biella: *Figura 1964*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio C 25 per la biella con (*Tabella 44.1*) resistenza a trazione  $\sigma_u = 550$  MPa, limite di snervamento  $\sigma_y = 370$  MPa e modulo di elasticità  $E = 203$  GPa.

### 4. Soluzione

- a) Dopo aver calcolato il carico assiale di compressione  $P$ , si determina l'area  $A$  della sezione della biella in funzione dei diametri esterno e interno. Essendo assegnato il rapporto tra questi diametri, si può così ottenere il valore del diametro esterno  $D$ . Come materiale prendiamo l'acciaio C 25. Il limite di fatica a sollecitazione assiale alternata è

per la **19-18** del *Paragrafo 44.1.2*  $\sigma_f = (0,3 \div 0,45)\sigma_u$ ; trattandosi di un acciaio di resistenza non elevata, possiamo considerare il valore maggiore dell'intervallo, ottenendo così  $\sigma_f = 0,45 \cdot \sigma_u = 0,45 \times 550 \text{ MPa} = 247,5 \text{ MPa}$ . Preso poi un fattore di sicurezza  $n = 3,0$ , il valore della tensione ammissibile a fatica risulta  $\sigma_{\text{amm},f} = \sigma_f/n = 247,5 \text{ MPa}/3 = 82,5 \text{ MPa}$ .

$$14-1: p = \frac{P}{A_{\text{cil}}} \Rightarrow P = pA_{\text{cil}} = p \frac{\pi D_{\text{cil}}^2}{4} = 5,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times \frac{\pi \times (280 \text{ mm})^2}{4} = 344,8 \text{ kN}$$

$$20-1, 19-14: \sigma = \frac{P}{A} \leq \sigma_{\text{amm},f} \Rightarrow A = \frac{P}{\sigma_{\text{amm},f}} = \frac{344.800 \text{ N}}{82,5 \text{ N/mm}^2} = 4179,4 \text{ mm}^2 \quad \blacktriangleleft$$

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} \left[ D^2 - (0,4D)^2 \right] = \frac{\pi}{4} D^2 (1 - 0,16) = 0,66 D^2 = 4179,4 \text{ mm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D^2 = \frac{4179,4 \text{ mm}^2}{0,66} \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4179,4 \text{ mm}^2}{0,66}} = 79,6 \text{ mm} \quad d = 0,4D = 0,4 \times 79,6 \text{ mm} = 31,8 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

b) Calcoliamo il raggio di inerzia (minimo)  $k$  della sezione circolare cava e quindi il rapporto di snellezza  $\lambda = L_e/k$  della biella di lunghezza  $l = 1 \text{ m}$ , che però nel nostro caso coincide con la lunghezza equivalente  $L_e$ , poiché la biella viene considerata come un'asta incernierata alle due estremità soggetta al carico assiale di compressione  $P$ . Calcoliamo poi il valore della snellezza  $\lambda_{\text{lim},\text{prop}} = (L_e/k)_{\text{lim},\text{prop}}$  della formula di Eulero<sup>1964.1</sup>.

$$\text{Tabella VII: } k = \sqrt{\frac{D^2 + d^2}{16}} = \sqrt{\frac{(79,6 \text{ mm})^2 + (31,8 \text{ mm})^2}{16}} = 21,4 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{L_e}{k} = \frac{1000 \text{ mm}}{21,4 \text{ mm}} = 46,7$$

$$23-10: \lambda_{\text{lim},\text{prop}} = \left( \frac{L_e}{k} \right)_{\text{lim},\text{prop}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} = \pi \times \sqrt{\frac{203.000 \text{ MPa}}{370 \text{ MPa}}} = 73,6$$

Confrontando la snellezza della biella pari a 46,7 con il valore della snellezza limite della formula di Eulero di 73,6, si conclude (*Figura 23.17*) che non siamo nel campo Euleriano ma che comunque la snellezza della biella è maggiore di 30 e richiede quindi (*Paragrafo 48.4.2*) la verifica a carico di punta.

**1964.1** - La formula del carico critico di Eulero è valida se la biella lavora in campo elastico, se cioè il carico unitario di compressione nel fusto  $\sigma_{\text{cr}} = P_{\text{cr}}/A$  rimane entro il limite di proporzionalità tra tensioni  $\sigma$  e deformazioni  $\varepsilon$ . Così la formula di Eulero della snellezza limite  $\lambda_{\text{lim},\text{prop}} = \pi \sqrt{E/\sigma_{\text{prop}}}$  è funzione della tensione di elasticità proporzionale  $\sigma_{\text{prop}}$ . Assumendo il valore del limite elastico  $\sigma_{\text{prop}}$  molto vicino e quindi praticamente coincidente con il limite di snervamento  $\sigma_y$ , la snellezza limite viene scritta in funzione del limite di snervamento:  $\lambda_{\text{lim},\text{prop}} = \pi \sqrt{E/\sigma_y}$ . Nei manuali la snellezza limite  $\lambda_{\text{lim},\text{prop}}$  viene indicata con  $\lambda_c$ .

Verifichiamo la biella a carico di punta con la formula di Rankine procedendo per successive iterazioni. Il coefficiente  $\alpha$  per gli acciai vale 0,00010, 0,00015 e 0,00020 rispettivamente per basse, medie e alte snellezze; essendo basso il valore della snellezza della biella, prendiamo 0,00010 e ricaviamo il termine che figura al denominatore della formula di Rankine.

$$1 + \alpha\lambda^2 = 1 + 0,0001 \times 46,7^2 = 1,218$$

$$48-15: \frac{P_{\text{Rankine}}}{A} = \frac{\sigma_{\text{amm},f}}{1 + \alpha\lambda^2} \Rightarrow P_{\text{Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{amm},f}}{1 + \alpha\lambda^2} A = \frac{82,5 \text{ N/mm}^2}{1,218} \times 4179,4 \text{ mm}^2 = 283 \text{ kN}$$

Essendo il carico di punta sopportabile dalla biella (282,9 kN) minore del carico applicato (344,8 kN), secondo Rankine la biella potrebbe manifestare problemi di instabilità. Calcoliamo allora un nuovo valore (maggiore) dell'area  $A'$  della sezione circolare cava prendendo un nuovo valore della tensione ammissibile  $\sigma'_{\text{amm},f}$  ottenuto dividendo la tensione ammissibile assegnata  $\sigma_{\text{amm},f} = 82,5 \text{ MPa}$  per il termine  $(1 + \alpha\lambda^2) = 1,218$  che figura al denominatore della formula di Rankine:

$$\sigma'_{\text{amm},f} = \frac{\sigma_{\text{amm},f}}{(1 + \alpha\lambda^2)} = \frac{82,5 \text{ N/mm}^2}{1,218} = 67,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{P}{A} = \sigma'_{\text{amm},f} \Rightarrow A' = \frac{P}{\sigma'_{\text{amm},f}} = \frac{344.800 \text{ N}}{67,7 \text{ N/mm}^2} = 5093 \text{ mm}^2$$

Con il nuovo valore  $A'$  dell'area della sezione calcoliamo i diametri esterno e interno e ripetiamo i calcoli per ricavare un nuovo valore del carico di punta  $P'$ .

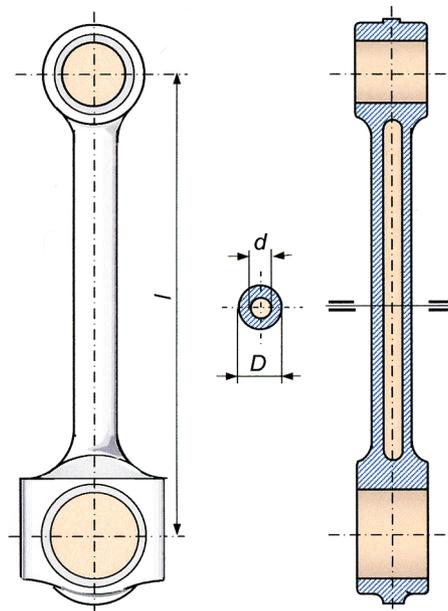


Fig. 1964 - Schema della biella.

$$A' = 0,66D'^2 = 5093 \text{ mm}^2 \Rightarrow D' = \sqrt{\frac{5093 \text{ mm}^2}{0,66}} = 87,8 \text{ mm}$$

$$d' = 0,4D' = 0,4 \times 87,8 \text{ mm} = 35,1 \text{ mm}$$

$$\text{Tabella VII: } k' = \sqrt{\frac{D'^2 + d'^2}{16}} = \sqrt{\frac{(87,8 \text{ mm})^2 + (35,1 \text{ mm})^2}{16}} = 23,6 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{L_e}{k} = \frac{1000 \text{ mm}}{23,6 \text{ mm}} = 42,4$$

$$1 + \alpha\lambda^2 = 1 + 0,0001 \times 42,4^2 = 1,18$$

$$48-15: \frac{P'_{\text{Rankine}}}{A'} = \frac{\sigma_{\text{amm,f}}}{1 + \alpha\lambda^2} \Rightarrow P'_{\text{Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{amm,f}}}{1 + \alpha\lambda^2} A' = \frac{82,5 \text{ N/mm}^2}{1,18} \times 5093 \text{ mm}^2 = 356 \text{ kN} \blacktriangleleft$$

Il carico di punta di 356 kN è questa volta maggiore del carico di compressione di 344,8 kN che agisce sulla biella e quindi la biella con l'area  $A' = 5093 \text{ mm}^2$  è verificata.

## 1965. Bulloni delle pale e albero di una Pelton

La ruota di una turbina Pelton ad asse orizzontale ha 16 pale portate a una a una sul disco; ogni pala ha due bulloni di attacco e massa<sup>(\*)</sup> di 30 kg. Il diametro della ruota, misurato alla metà delle pale, è  $D = 1530 \text{ mm}$ . La massa complessiva della ruota è di 2400 kg; la spinta idraulica è di 22,5 kN ed è inclinata di  $30^\circ$  rispetto al piano orizzontale assiale della ruota; la distanza dei due supporti dell'albero è di 0,80 m. La velocità di fuga della girante è di 76 m/s; la potenza sviluppata dalla turbina è 1900 kW a 500 giri al minuto.

Dopo aver scelto opportunamente ogni altro dato occorrente, il candidato esegua il calcolo di massima:

- dei bulloni d'attacco delle pale al disco;
- del diametro dell'albero sul quale è calettata la girante.

(\*) - Le unità di misura sono state aggiornate e i valori dei dati sono stati arrotondati rispetto a quanto riportato nell'enunciato originale del tema.

### 1. Lettura dell'enunciato e nomenclatura

Dati assegnati:

- diametro della ruota Pelton  $D = 1530 \text{ mm} = 1,53 \text{ m}$ ;
- massa della pala  $m_{\text{pala}} = 30 \text{ kg}$ ;
- velocità di fuga  $v = 76 \text{ m/s}$ ;

- massa della ruota  $m = 2400$  kg;
- spinta idraulica  $F_2 = 22,5$  kN inclinata di  $30^\circ$  rispetto al piano orizzontale assiale;
- potenza della turbina  $P = 1900$  kW alla velocità di rotazione  $n = 500$  giri/min.

Quesiti:

- calcolo del diametro  $d$  di ciascun bullone;
- calcolo del diametro  $d_{\text{alb}}$  dell'albero.

## 2. Schema della turbina: Figura 1965

## 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio dei bulloni con tensione tangenziale ammissibile  $\tau_{\text{amm}} = 92$  MPa;
- acciaio da bonifica dell'albero C 40 con un limite di fatica  $\sigma_f = 295$  MPa (Tabella 19.2) e una tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = 148$  MPa valutata con un fattore di sicurezza  $n = 2$  (Paragrafo 44.1.2).

## 4. Soluzione

- Alla velocità di fuga (Figura 18.6-b del primo volume) si annullano potenza utile e rendimento e tutta la potenza generata all'interno della turbina viene assorbita dall'attrito e dagli ausiliari. Il dimensionamento al taglio dei due bulloni che trattengono ciascuna pala al disco della turbina va realizzato in funzione del valore massimo della forza centrifuga  $F_c$  che si raggiunge appunto alla velocità di fuga. Consideriamo la tensione tangenziale media<sup>45.5</sup>  $\tau = T/A$  della sezione circolare del bullone con  $T$  forza tagliante uguale alla forza centrifuga ( $T = F_c$ ) e area  $A = (\pi d^2)/4$  con  $d$  diametro del gambo del bullone (Paragrafo 45.8.3). Nel calcolo della forza di taglio, tenendo presente che il numero dei bulloni per ogni pala è  $z_{\text{bulloni}} = 2$  e che le sezioni interessate sono  $n_{\text{sezioni}} = 2$  poiché ciascun bullone è sollecitato al taglio sulle due facce, la tensione tangenziale media va divisa per 4.

$$7-12: F_c = m_{\text{pala}} \frac{v^2}{r} = m_{\text{pala}} \frac{v^2}{D/2} = 2m_{\text{pala}} \frac{v^2}{D} = 2 \times 30 \text{ kg} \times \frac{(76 \text{ m/s})^2}{1,53 \text{ m}} = 226 \text{ kN}$$

$$45-16: F_{\text{taglio}} = \frac{F}{z_{\text{bulloni}} n_{\text{sezioni}}} = \frac{226 \text{ kN}}{2 \times 2} = 56,5 \text{ kN}$$

$$45-17: \tau = \frac{4F_{\text{taglio}}}{\pi d^2} = \tau_{\text{amm}} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4F_{\text{taglio}}}{\pi \tau_{\text{amm}}}} = \sqrt{\frac{4 \times 56.500 \text{ N}}{\pi \times 92 \text{ N/mm}^2}} = 28 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- Sull'albero agiscono la forza peso della turbina (per la 1-10',  $F_1 = mg = 2400 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 = 23.544 \text{ N} \approx 23,5 \text{ kN}$ ) e la spinta  $F_2$ . L'intensità  $F$  della risultante delle due forze, peso della turbina  $\mathbf{F}_1 = 23,5 \text{ kN} \downarrow$  e spinta  $\mathbf{F}_2 = 22,5 \text{ kN} \nearrow 30^\circ$ , si calcola con il teorema di

Carnot prendendo il coseno dell'angolo  $\beta = 60^\circ$  tra le forze (si veda l'Esempio 2.1 nel primo volume):

$$\text{Tabella V: } F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \beta \Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \beta} =$$

$$= \sqrt{(23,5 \text{ kN})^2 + (22,5 \text{ kN})^2 - 2 \times 23,5 \text{ kN} \times 22,5 \text{ kN} \times \cos 60^\circ} = 23,0 \text{ kN}$$

Il momento flettente massimo  $M_f$  si raggiunge in mezzeria della trave lunga  $l$  e vale:

$$\text{B.2-5: } M_f = +\frac{Fl}{4} = +\frac{23.000 \text{ N} \times 0,8 \text{ m}}{4} = +4600 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Essendo assegnate potenza  $P$  e velocità di rotazione  $n$  della turbina si calcola il momento torcente  $M_t$  che è costante lungo l'albero. Si calcola poi il momento flettente ideale  $M_{f,id}$  e quindi si dimensiona il diametro  $d$  dell'albero con la tensione ammissibile scelta  $\sigma_{amm,f} = 148 \text{ MPa}$ .

$$\text{20-12: } M_t = 9,55 \frac{1.900.000 \text{ W}}{500 \text{ giri/min}} = 36.290 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\text{21-5: } M_{f,id} = \sqrt{M_f^2 + 0,75M_t^2} = \sqrt{(4600 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (36.290 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 32.300 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\text{44-3: } d_{alb} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{f,id}}{\pi \cdot \sigma_{amm,f}}} = \left( \frac{32 \times 32.300.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 148 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 130,5 \text{ mm} \approx 131 \text{ mm}$$

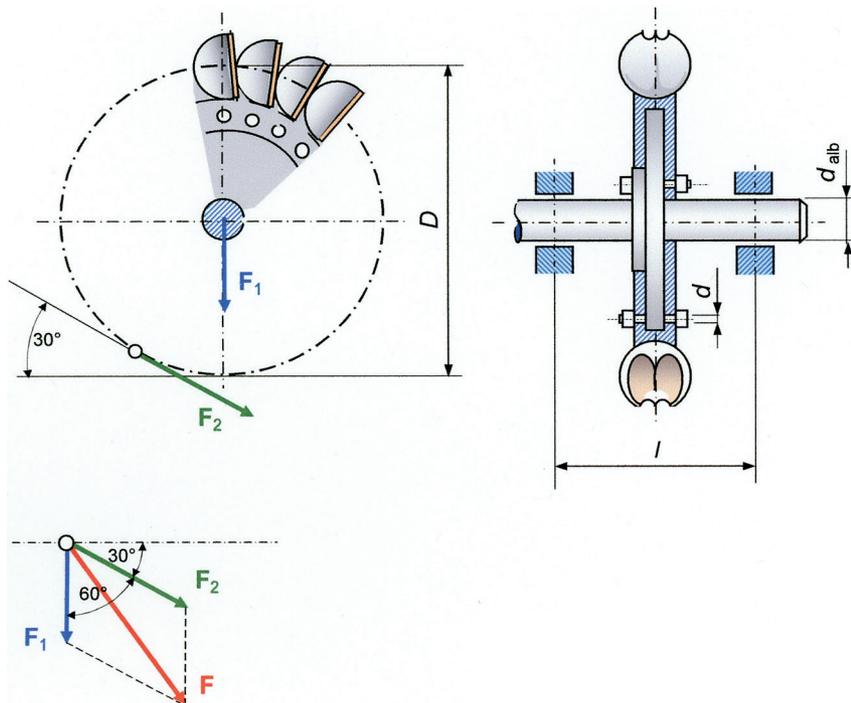


Fig. 1965 - Schizzo quotato.

## 1966. Ascensore

Un ascensore per uso di persone presenta le seguenti caratteristiche<sup>(\*)</sup>:

- portata 320 kg;
- massa della cabina 540 kg;
- massa del contrappeso 700 kg;
- funi di sostegno 4, aventi carico minimo di rottura 28.840 N ciascuna.

L'ascensore è azionato dal motore col sistema ad argano, mediante l'avvolgimento delle funi per mezzo giro intorno alle gole della puleggia motrice.

La circonferenza media di avvolgimento ha il diametro di 600 mm. La velocità di salita è di 0,92 m/s e viene raggiunta in 0,40 metri di percorso, con accelerazione costante. Il candidato, assunti a proprio criterio i dati eventualmente mancanti, trovi, per il periodo di moto accelerato:

- il grado di sicurezza secondo cui lavorano le funi;
- il momento torcente sull'albero della puleggia motrice;
- la potenza<sup>(\*)</sup> in kilowatt, assorbita dal motore, tenendo conto che il rendimento globale dell'impianto è del 48%.

(\*) - Le grandezze e le relative unità di misura dell'enunciato originale sono state aggiornate al sistema SI.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- portata dell'ascensore come massa delle persone trasportate  $m_{\text{pers}} = 320$  kg;
- massa della cabina  $m_{\text{cab}} = 540$  kg;
- massa del contrappeso  $m' = 700$  kg;
- numero delle funi di sostegno  $N = 4$ ;
- carico minimo di rottura  $F_r = 28.840$  N;
- diametro della puleggia su cui si avvolgono le funi  $D = 600$  mm;
- velocità di salita alla fine della fase di avviamento  $v = 0,92$  m/s;
- percorso effettuato con accelerazione costante  $y = 0,40$  m;
- rendimento globale dell'impianto  $\eta = 0,48$ .

Quesiti relativi al periodo di moto accelerato:

- il grado di sicurezza  $n$  secondo cui lavorano le funi;
- la coppia di momento  $M$  sull'albero della puleggia motrice;
- la potenza  $P_a$  assorbita dal motore.

## 2. Schema dell'impianto: *Figura 1966*

## 3. Scelta dei dati mancanti

I dati assegnati sono sufficienti per risolvere il Tema.

## 4. Soluzione

a) A partire dall'istante iniziale in cui lo spazio percorso  $y_0$  e la velocità  $v_0$  sono uguali a zero, l'ascensore inizia a salire con l'accelerazione costante  $a$  nel primo tratto di percorso lungo  $y$  (moto rettilineo ad accelerazione costante); dopodiché sale con la velocità costante  $v = 0,92$  m/s. Determiniamo l'accelerazione  $a$  in modo da poter calcolare la tensione  $T$  all'avviamento sulle 4 funi. Questa tensione è data dalla forza  $Q$ , dovuta alla massa  $m$  somma della portata e della massa della cabina moltiplicata per l'accelerazione di gravità  $g$ , più la forza di inerzia  $F_{in}$ , prodotto di  $a$  per  $m$ . Il verso del moto è verso l'alto, nel senso delle  $y$  positive (*Figura 49.15*): l'accelerazione  $a$  è quindi positiva mentre l'accelerazione di gravità  $g$  con la forza  $Q$  e la forza di inerzia  $F_{in}$ , che si oppone al moto, sono negative. La tensione  $T$  è una sollecitazione di trazione data dalla somma di  $Q$  ed  $F_{in}$ ; la tensione  $T_{una\_fune}$  su ciascuna delle  $N = 4$  funi dovrà quindi essere confrontata con il carico di rottura  $F_r$  per stabilire il fattore di sicurezza  $n$ .

$$\mathbf{6-6:} \quad v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_0) = 2ay \Rightarrow a = \frac{v^2}{2y} = \frac{(0,92 \text{ m/s})^2}{2 \times 0,40 \text{ m}} = +1,058 \text{ m}^2/\text{s} \Rightarrow \mathbf{a} = 1,058 \text{ m}^2/\text{s} \uparrow$$

$$\text{Paragrafo 7.1.1: } F_{in} = -m_{tot}a = -860 \text{ kg} \times 1,058 \text{ m}^2/\text{s} = -910 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{F}_{in} = 910 \text{ N} \downarrow$$

$$Q = -m_{tot}g = -(m_{pers} + m_{cab})g = -(320 \text{ kg} + 540 \text{ kg}) \times 9,81 \text{ m/s}^2 = -8437 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{Q} = 8437 \text{ N} \downarrow$$

$$\mathbf{49-7:} \quad T = Q + F_{in} = 8437 \text{ N} + 910 \text{ N} = 9347 \text{ N} \quad T_{una\_fune} = \frac{T}{N} = \frac{9347 \text{ N}}{4} = 2337 \text{ N}$$

$$\mathbf{19-12:} \quad n = \frac{F_r}{T_{una\_fune}} = \frac{28.840 \text{ N}}{2337 \text{ N}} = 12,3 \quad \blacktriangleleft$$

b) La coppia all'avviamento (nel periodo di moto accelerato) di momento  $M$  a cui è soggetto l'albero della puleggia è data dalla differenza delle tensioni applicate alla puleggia motrice moltiplicate per il suo raggio  $D/2$ . Indichiamo inoltre con  $Q'$  la forza dovuta al contrappeso, prodotto della massa  $m'$  per l'accelerazione di gravità  $g$ , e con  $F'_{in}$  la forza di inerzia dovuta al contrappeso; questa volta la forza di inerzia è positiva, perché si oppone all'accelerazione che è diretta verso il basso, ed esercita quindi un'azione frenante sulla massa del contrappeso trascinata verso il basso dalla forza di gravità (*Figura 49.15*).

$$Q' = -m'g = -700 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 = -6867 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{Q'} = 6867 \text{ N} \downarrow$$

$$F'_{in} = -[m'(-a)] = -[(700 \text{ kg}) \times (-1,058 \text{ m}^2/\text{s})] = +741 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{F'_{in}} = 741 \text{ N} \uparrow$$

$$49-8: t = Q' - F'_{in} = 6867 \text{ N} - 741 \text{ N} = 6126 \text{ N}$$

$$49-9: M = (T - t) \frac{D}{2} = (9347 \text{ N} - 6126 \text{ N}) \times \frac{0,6 \text{ m}}{2} = 966 \text{ N}\cdot\text{m}$$



c) La potenza assorbita dal motore  $P_a$ , alla fine della fase di avviamento dell'ascensore quando viene raggiunta la velocità  $v = 0,92 \text{ m/s}$ , vale:

$$49-9: P_a = \frac{(T - t)v}{\eta} = \frac{(9347 \text{ N} - 6126 \text{ N}) \times 0,92 \text{ m/s}}{0,48} = 6174 \text{ W} = 6,2 \text{ kW}$$



## 5. Commenti

**5.1** - Possiamo calcolare le tensioni statiche  $T_{st}$  e  $t_{st}$  nel moto uniforme dell'ascensore quando, essendo nulla l'accelerazione, le forze di inerzia sono uguali a zero. I corrispondenti valori di coppia  $M_{st}$  e potenza assorbita  $P_{a,st}$  risultano circa la metà dei valori dinamici calcolati all'avviamento.

$$T_{st} = Q + F'_{in} = 8437 \text{ N} + 0 = 8437 \text{ N} \quad t_{st} = Q' - F'_{in} = 6867 \text{ N} - 0 = 6867 \text{ N}$$

$$M_{st} = (T_{st} - t_{st}) \frac{D}{2} = (8437 \text{ N} - 6867 \text{ N}) \frac{0,6 \text{ m}}{2} = 471 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$P_{a,st} = \frac{(T_{st} - t_{st})v}{\eta} = \frac{(8437 \text{ N} - 6867 \text{ N}) \times 0,92 \text{ m/s}}{0,48} = 3009 \text{ W} = 3 \text{ kW}$$

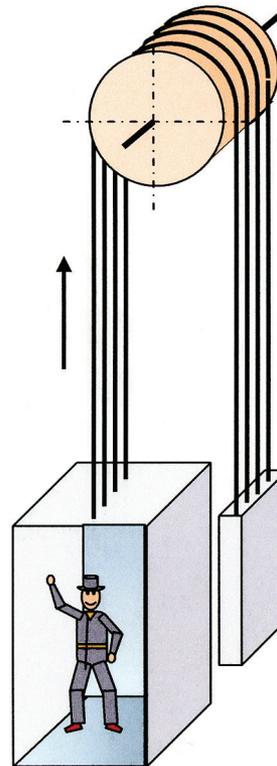


Fig. 1966 - Schema dell'ascensore.

5.2 - Verifichiamo le condizioni di aderenza delle funi portanti considerando un profilo della gola a cuneo assumendo un coefficiente di attrito  $\mu = 0,4$  e un coefficiente di variazione del profilo della gola conseguente al logoramento  $c = 1,2$ .

$$49-10: \frac{T}{t} c \leq e^{\mu\theta} \Rightarrow \frac{9347 \text{ N}}{6126 \text{ N}} \times 1,2 = 1,83 \leq e^{\mu\theta} = e^{(0,4 \times \pi)} = 3,5$$

## 1972. Cinghia piatta e velocità critica flessionale

Su di un albero rotante a 20 radianti al secondo e considerato appoggiato nei suoi supporti, interdistanti 2,5 metri, è calettata, alla distanza media di 500 millimetri da uno dei supporti, una puleggia per cinghia di diametro di mezzo metro.

All'estremità uscente dal supporto più lontano dalla puleggia è applicato all'albero il momento resistente di 200 N·m; all'altro supporto il momento d'attrito è trascurabile.

Il candidato calcoli il tiro complessivo dei due rami di cinghia e, supponendolo concorde con il peso della puleggia, determini il diametro e il peso dell'albero.

Del complessivo rotante calcoli la velocità critica flessionale e, con riferimento ad essa, dia un giudizio sulla sicurezza dell'albero.

Il candidato dovrà assumere a suo giudizio i dati mancanti esponendo i criteri con i quali ha effettuato la scelta.

### 1. Lettura dell'enunciato e nomenclatura

Dati assegnati:

- albero appoggiato lungo  $l = 2,5$  m e rotante alla velocità angolare  $\omega_D = 20$  rad/s;
- puleggia condotta di diametro  $D = 0,5$  m distante  $a = 0,5$  m dall'appoggio a sinistra A e  $b = 2$  m dall'appoggio a destra B;
- momento torcente resistente  $M_t = 200$  N·m applicato all'estremità uscente dell'appoggio B.

Quesiti:

- larghezza  $b$  della cinghia piatta e massa  $m$  della puleggia condotta;
- forza  $Q$  sull'albero dovuta ai tiri della cinghia e alla massa della puleggia;
- diametro  $d$  dell'albero;
- confrontare la velocità angolare dell'albero  $\omega$  con la velocità critica flessionale  $\omega_c$ .

### 2. Schema della trasmissione: *Figura 1972*

### 3. Scelta dei dati mancanti.

- non essendo stato precisato il tipo di trasmissione, si sceglie una cinghia piatta in materiale plastico;
- acciaio C 40 con resistenza a trazione  $R_m = 650 \div 800$  MPa per l'albero.

## 4. Soluzione

- a) Dopo aver calcolato potenza e velocità periferica, si sceglie (sul manuale) un diametro unificato  $d = 140 \text{ mm}$  della puleggia motrice a cui è applicato il motore elettrico asincrono trifase che trasmette la potenza; con questo diametro il rapporto di trasmissione (26-12) vale  $i = D/d = (500 \text{ mm})/(140 \text{ mm}) = 3,57$ .

$$7-10': P = M_t \omega_D = 200 \text{ N}\cdot\text{m} \times 20 \text{ rad/s} = 4 \text{ kW}$$

$$6-13: v = \omega R = \omega \frac{D}{2} = 20 \text{ rad/s} \times \frac{0,5 \text{ m}}{2} = 5 \text{ m/s}$$

Per una cinghia piatta in materiale plastico di diametro della puleggia minore  $d = 140 \text{ mm} \geq 35 \text{ mm}$  e una velocità periferica  $v = 5 \text{ m/s}$ , si legge, sempre sul manuale, una potenza specifica trasmissibile (riferita cioè alla larghezza  $b$  della cinghia)  $P_{\text{sp}} = 0,04 \text{ kW/mm} = 40 \text{ W/mm}$ . A questa potenza corrisponde una larghezza:

$$b = \frac{4000 \text{ W}}{40 \text{ W/mm}} = 100 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

La massa  $m_{\text{pul}}$  di una puleggia in ghisa in funzione del diametro  $D$  e della larghezza  $b$  della puleggia è data da (sui manuali si trova una formulazione diversa perché queste misure vengono espresse in decimetri):

$$m_{\text{pul}} = 10b \left[ 20D + 0,25 \cdot (10D)^2 \right] = 10 \times 0,1 \text{ m} \times \left[ 20 \times 0,5 \text{ m} + 0,25 \times (10 \times 0,5 \text{ m})^2 \right] = 16,25 \text{ kg} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Nell'*Esempio 26.2* si era mostrato il calcolo dettagliato dei tiri  $T_1$  e  $T_2$  sui due rami di una cinghia piatta. In pratica il loro valore si può approssimare con le formule, riportate sui manuali,  $T_1 = 1,7 \cdot F$  e  $T_2 = 0,7 \cdot F$  con  $F$  pari alla differenza dei tiri della cinghia ( $F = T_1 - T_2$ ). Dopo aver calcolato  $F$  e quindi  $T_1$  e  $T_2$ , si determina la loro risultante sull'albero  $Q_1 = T_1 + T_2 = 1360 \text{ N} + 560 \text{ N} = 1920 \text{ N}$ ; al valore di  $Q_1$  va aggiunto il peso  $Q_2$  della puleggia di massa  $m = 16,25 \text{ kg}$  per ottenere il carico complessivo  $Q$  applicato nel piano medio della puleggia che agisce sull'albero.

$$26-10: P = (T_1 - T_2)v \Rightarrow F = T_1 - T_2 = \frac{P}{v} = \frac{4000 \text{ W}}{5 \text{ m/s}} = 800 \text{ N}$$

$$26-5': T_1 = 1,7 \cdot F = 1,7 \times 800 \text{ N} = 1360 \text{ N} \quad T_2 = 0,7 \cdot F = 0,7 \times 800 \text{ N} = 560 \text{ N}$$

$$26-7'': Q_1 = T_1 + T_2 = 1360 \text{ N} + 560 \text{ N} = 1920 \text{ N}$$

$$1-10': Q_2 = mg = 16,25 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 = 159,4 \text{ N}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 1920 \text{ N} + 159,4 \text{ N} = 2079,4 \text{ N} \approx 2080 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

c) Le reazioni vincolari degli appoggi A e B sono:

$$4-1: \curvearrowright \Sigma M_B = 0 \Rightarrow -R_A \times 2,5 \text{ m} + 2080 \text{ N} \times 2 \text{ m} = 0 \Rightarrow R_A = \frac{2080 \text{ N} \times 2 \text{ m}}{2,5 \text{ m}} =$$

$$= 1664 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_A = 1664 \text{ N} \uparrow$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A - Q + R_B = 0 \Rightarrow R_B = -1664 \text{ N} + 2080 \text{ N} = 416 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_B = 416 \text{ N} \uparrow$$

Il diagramma del momento flettente, calcolato iniziando dall'appoggio di sinistra, raggiunge il suo valore massimo a metà della sezione della puleggia. Qui arriva anche il momento torcente assegnato  $M_t = 200 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Noti i due momenti torcente e flettente, si può calcolare il momento flettente ideale.

$$\curvearrowright \Sigma M = 0 \Rightarrow -R_A \times 0,5 \text{ m} + M_f = 0 \Rightarrow M_f = +1664 \text{ N} \times 0,5 \text{ m} = +832 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$21-5: M_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f^2 + 0,75M_t^2} = \sqrt{(832 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (200 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 849,84 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Si utilizza un acciaio C 40 con resistenza a trazione  $\sigma_u = 650 \text{ MPa}$  e una tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = 72 \text{ MPa}$ ; il coefficiente di sicurezza  $n = 9$  è molto alto poiché si sta dimensionando un organo rotante sollecitato a flessione. Il diametro che si ricava va maggiorato per la presenza della chiavetta di calettamento; dalla normativa UNI 6607 (*Tabella 44.2*) si ricava una profondità di cava  $t_1 = 5,5 \text{ mm}$  per valori del diametro compresi tra 44 e 50 mm; il diametro utile dell'albero sarà allora 55,5 mm.

$$44-3: d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{f,\text{id}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm},f}}} = \left( \frac{32 \times 849,840 \text{ N}\cdot\text{m}}{\pi \times 72 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 49,3 \text{ mm} \approx 50 \text{ mm} \Rightarrow d = 55,5 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Preso una massa volumica dell'acciaio  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$  (*Tabella III*), la massa dell'albero  $m$  è:

$$m = \frac{\pi d^2}{4} l \rho = \frac{\pi \times (0,055 \text{ m})^2}{4} \times 2,5 \text{ m} \times 7850 \text{ kg/m}^3 = 46,63 \text{ kg}$$

d) Si calcola il momento di inerzia  $I$  dell'albero (*Tabella VII*) e la forza peso  $P$  corrispondente alle masse della puleggia e dell'albero. Dopo aver determinato la freccia  $y_{\text{pul}}$  dovuta alla sola massa della puleggia  $m_{\text{pul}}$  e successivamente la freccia  $y_{\text{alb}}$  dovuta al carico distribuito relativo alla sola massa dell'albero  $m_{\text{alb}}$ , si calcola la prima velocità critica flessionale del sistema  $\omega_c$  e la si confronta con la velocità angolare dell'albero; se quest'ultima risulta inferiore a 0,8 moltiplicato la velocità critica il sistema funziona in condizioni di sicurezza (*Paragrafo 44.3*).

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \times (0,055 \text{ m})^4}{64} = 4,49 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$1-10': P_{\text{pul}} = m_{\text{pul}} g = 16,25 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 = 159,4 \text{ N}$$

$$44-6: |y_{\text{pul}}| = \frac{P_{\text{pul}} a^2 b^2}{3EI} = \frac{159,4 \text{ N} \times (0,5 \text{ m})^2 \times (2 \text{ m})^2}{3 \times 210 \times 10^9 \text{ Pa} \times 4,49 \times 10^{-7} \text{ m}^4 \times 2,5 \text{ m}} = 2,25 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$44-17: \omega_{c,\text{pul}} = \sqrt{\frac{g}{|y_{\text{pul}}|}} = \sqrt{\frac{9,81 \text{ m/s}^2}{2,25 \times 10^{-4} \text{ m}}} = 209 \text{ rad/s}$$

$$44-16: \omega_{c,\text{alb}} = \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{m_{\text{alb}} l^3}} = \pi^2 \times \sqrt{\frac{210 \times 10^9 \text{ Pa} \times 4,49 \times 10^{-7} \text{ m}^4}{46,63 \text{ kg} \times (2,5 \text{ m})^3}} = 112 \text{ rad/s}$$

$$44-17: \frac{1}{\omega_c^2} = \frac{1}{\omega_{c,\text{pul}}^2} + \frac{1}{\omega_{c,\text{alb}}^2} = \frac{1}{(209 \text{ rad/s})^2} + \frac{1}{(112 \text{ rad/s})^2} = 1,026 \times 10^{-4} \left(\frac{\text{s}}{\text{rad}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_c = \sqrt{\frac{1}{1,026 \times 10^{-4} (\text{s/rad})^2}} = 98,7 \text{ rad/s}$$

$$\omega < 0,8 \cdot \omega_c \Rightarrow 20 \text{ rad/s} < 0,8 \times 98,7 \text{ rad/s} = 79 \text{ rad/s}$$

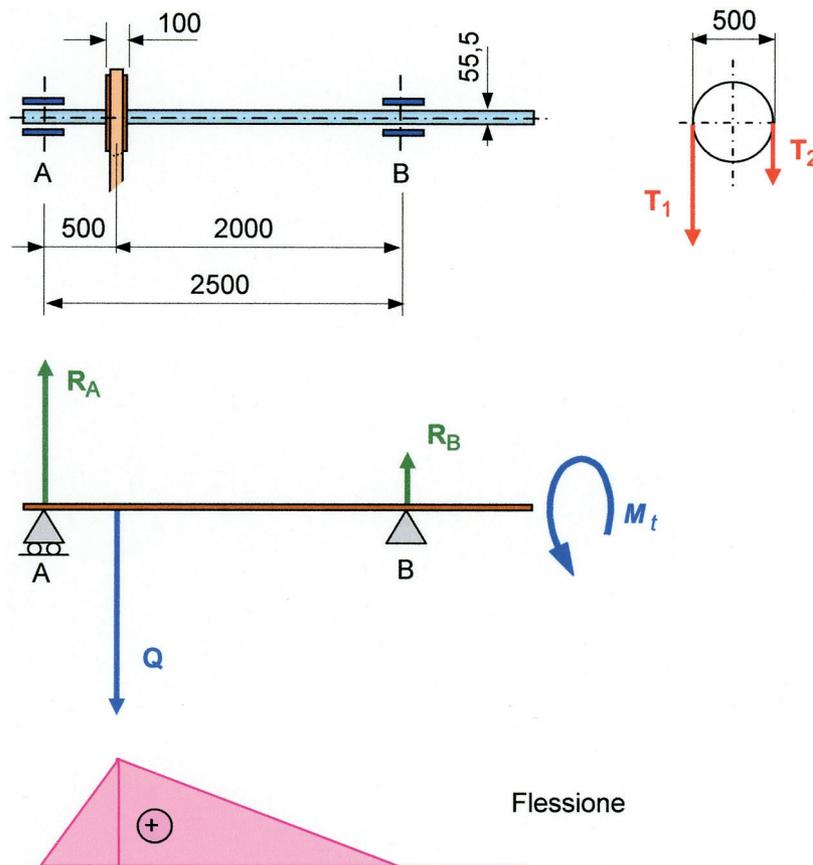


Fig. 1972 - Schizzo quotato e diagramma del momento flettente (le lunghezze sono in millimetri).

## 1979. Forze alterne e momento motore istantaneo di una biella veloce

Un motore ad accensione comandata<sup>(\*)</sup> ha le seguenti caratteristiche:

- alesaggio  $D = 90$  mm;
- corsa del pistone  $s = 80$  mm;
- lunghezza della biella  $l = 140$  mm;
- peso degli organi dotati di moto alterno  $P_{\text{alt}} = 8$  N;
- regime di rotazione  $n = 5300$  giri/min.

Durante la fase di espansione, per un angolo di manovella  $\theta = 150^\circ$ , la pressione dei gas all'interno del cilindro è pari a  $0,4$  N/mm<sup>2</sup>.

Il candidato determini, per tali condizioni:

- la velocità e l'accelerazione del piede di biella;
- la forza alterna d'inerzia;
- il momento motore istantaneo.

(\*) - Alcuni simboli e unità di misura dell'enunciato originale sono stati modificati per adattarli a quelli usati nel testo.

### 1. Lettura dell'enunciato

I dati assegnati con i simboli relativi sono riportati nell'enunciato.

Quesiti:

- determinazione delle principali caratteristiche funzionali e geometriche del manovellismo: velocità angolare della manovella  $\omega$ , raggio di manovella  $r$ , angolo della biella  $\beta$ , rapporto di allungamento  $\lambda = r/l$ .
- calcolo della velocità  $v$  e dell'accelerazione  $a$  del piede di biella;
- calcolo delle forze alterne di inerzia  $F_{\text{alt}}$ ;
- calcolo del momento motore istantaneo  $M$ .

### 2. Manovellismo: Figura 1979

### 3. Soluzione

a) Calcolo delle caratteristiche geometriche e funzionali:

$$41-1: s = 2r \Rightarrow r = \frac{s}{2} = \frac{80 \text{ mm}}{2} = 40 \text{ mm}; \quad 48-1: \lambda = \frac{r}{l} = \frac{40 \text{ mm}}{140 \text{ mm}} = 0,286 \quad \blacktriangleleft$$

$$48-1: \sin \beta = \lambda \sin \theta = 0,286 \times \sin 150^\circ = 0,143 \Rightarrow \beta = \arcsin 0,143 = 8,22^\circ \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{Area della superficie retta del pistone: } A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times (90 \text{ mm})^2}{4} = 6362 \text{ mm}^2$$

$$\mathbf{6-11: } \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 5300 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 555,0 \text{ rad/s} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{48-2: } v = \omega r = 555 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 0,04 \text{ m} = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \alpha_m = \omega^2 r = \left(555 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times 0,04 \text{ m} = 12.321 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \blacktriangleleft$$

b) Calcolo della velocità  $v$  e dell'accelerazione  $a$  del piede di biella:

$$\mathbf{48-4: } v = \omega r \left[ \sin \theta + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\theta) \right] = 22,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \left[ \sin 150^\circ + \frac{0,286}{2} \times \sin(2 \times 150^\circ) \right] = 8,35 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{48-5: } a = \omega^2 r \left[ \cos \theta + \lambda \cos(2\theta) \right] = 12.321 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \left[ \cos 150^\circ + 0,286 \times \cos(2 \times 150^\circ) \right] = -8908 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \blacktriangleleft$$

c) Calcolo delle forze alterne di inerzia  $F_{\text{alt}}$ :

$$\mathbf{1-10': } P_{\text{alt}} = m_{\text{alt}} g \Rightarrow m_{\text{alt}} = \frac{P_{\text{alt}}}{g} = \frac{8 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 0,815 \text{ kg}$$

$$\mathbf{48-7: } F_{\text{alt}} = -m_{\text{alt}} a = -0,815 \text{ kg} \times \left( -8908 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 7260 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

d) Calcolo del momento motore istantaneo  $M$  (48-7, 48-12):

$$F_g = p_{\text{gas}} A = 0,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times 6362 \text{ mm}^2 = 2545 \text{ N} \quad F = F_g + F_{\text{alt}} = 2545 \text{ N} + 7260 \text{ N} = 9805 \text{ N}$$

$$M = Fr \sin \theta \left( 1 + \frac{\lambda \cos \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} \right) = 9805 \text{ N} \times 0,04 \text{ m} \times \sin 150^\circ \times \left( 1 + \frac{0,286 \times \cos 150^\circ}{\sqrt{1 - (0,286)^2 (\sin 150^\circ)^2}} \right) = 147 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

oppure, dato che il prodotto  $(0,286)^2 \times (\sin 150^\circ)^2 = 0,020$  è molto piccolo e quindi trascurabile, si può usare la formula approssimata:

$$M \cong Fr \left[ \sin \theta + \frac{\lambda \sin(2\theta)}{2} \right] = 9805 \text{ N} \times 0,04 \text{ m} \times \left[ \sin 150^\circ + \frac{0,286 \times \sin(2 \times 150^\circ)}{2} \right] = 147,5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

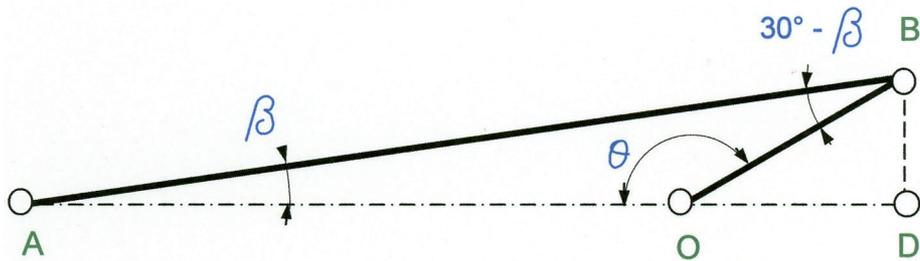


Fig. 1979 - Angolo della biella  $\beta$  in funzione dell'angolo di manovella  $\theta = 150^\circ$ .

### 1983. Riduttore a denti elicoidali e cuscinetti volventi

Un ingranaggio riduttore a denti elicoidali trasmette il moto fra due alberi paralleli; sull'albero condotto è disponibile una potenza di 28 kW a 1500 giri/min. Le ruote dentate hanno modulo normale 7, angolo d'elica di  $15^\circ$ , numero di denti rispettivamente 21 e 47. L'albero condotto è montato su cuscinetti radiali rigidi a sfere, uguali tra loro e posti a distanza rispettivamente di 100 e 180 mm dalla ruota dentata. Uno dei due cuscinetti ha l'anello esterno bloccato.

Calcolate le componenti della forza trasmessa tra i denti e dimensionate l'albero condotto, scegliere il tipo di cuscinetto adatto ipotizzando una durata nominale di 15.000 ore.

#### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza  $P = 28$  kW alla velocità di rotazione  $n = 1500$  giri/min;
- dentatura elicoidale con modulo normale  $m_n = 7$  mm, angolo dell'elica  $\psi = 15^\circ$  e numero di denti  $z_1 = 21$  e  $z_2 = 47$ ;
- durata del cuscinetto  $L = 15.000$  h.

Quesiti:

- a) calcolare le componenti tangenziale  $F_t$ , radiale  $F_r$  e assiale  $F_a$  della forza  $F$  trasmessa tra i denti;
- b) determinare il diametro  $d$  dell'albero condotto;
- c) scegliere il tipo di cuscinetto radiale rigido a sfere.

#### 2. Schema dell'impianto: *Figura 1983-a*

#### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio da cementazione C 15, cui corrisponde una tensione ammissibile  $\sigma_{amm} = 130$  N/mm<sup>2</sup> (*Tabella 25.4* oppure dal manuale).

## 4. Soluzione

- a) Noti modulo normale  $m_n$ , angolo dell'elica  $\psi$  e numero di denti  $z_1$  e  $z_2$ , si ricavano modulo trasversale  $m_t$  e raggi primitivi  $r_1$  e  $r_2$  delle ruote; quindi, note potenza [W] e velocità di rotazione [giri/min], si ricava il momento torcente  $M_t$  che agisce sulla ruota condotta.

$$\mathbf{25-10:} \quad m_t = \frac{m_n}{\cos \psi} = \frac{7 \text{ mm}}{\cos 15^\circ} = 7,25 \text{ mm}$$

$$\mathbf{25-11:} \quad d = zm_t \Rightarrow r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{z_1 m_t}{2} = \frac{21 \times 7,25 \text{ mm}}{2} = 76,1 \text{ mm}; \quad r_2 = \frac{z_2 m_t}{2} = \frac{47 \times 7,25 \text{ mm}}{2} = 170,4 \text{ mm}$$

$$\mathbf{7-10':} \quad P = M_t \omega = M_t \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow M_t = \frac{60P}{2\pi n} = \frac{60 \times 28.000 \text{ W}}{2 \times \pi \times 1500 \text{ giri/min}} = 178,25 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Assunto un angolo di pressione normale  $\phi_n = 20^\circ$ , si ricavano le componenti tangenziale  $F_t$ , radiale  $F_r$  e assiale  $F_a$  della forza  $F$  applicata alla ruota condotta:

$$\mathbf{25-15:} \quad M_t = F_t r_2 \Rightarrow F_t = \frac{M_t}{r_2} = \frac{178,25 \text{ N}\cdot\text{m}}{0,1704 \text{ m}} = 1046 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{25-16:} \quad F_r = F_t \tan \phi_n = 1046 \text{ N} \times \tan 20^\circ = 380,7 \text{ N}; \quad F_a = F_t \tan \psi = 1046 \text{ N} \times \tan 15^\circ = 280,3 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Calcoliamo le reazioni vincolari  $R_A$  ed  $R_B$  dei supporti dell'albero sui piani verticale  $x-y$  e orizzontale  $x-z$ ; la forza  $F$  è applicata sull'albero condotto di lunghezza  $l = a + b$  alle distanze  $a = 100 \text{ mm}$  e  $b = 180 \text{ mm}$  dagli appoggi. Si noti che la componente assiale  $F_a$  della forza corrisponde alla coppia di momento  $F_a r_2$  di verso orario e che il calcolo delle reazioni degli appoggi può essere spezzato in due tempi applicando il principio di sovrapposizione degli effetti (*Figura 1983-b*).

$$\begin{aligned} \mathbf{4-1:} \quad \curvearrowright \Sigma M_B = 0 &\Rightarrow -R_{A,\text{vert}} l - F_a r_2 + F_r b = 0 \Rightarrow R_{A,\text{vert}} = \frac{-F_a r_2 + F_r b}{l} = \\ &= \frac{-280,3 \text{ N} \times 0,1704 \text{ m} + 380,7 \text{ N} \times 0,18 \text{ m}}{0,28 \text{ m}} = 74,3 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R_{A,\text{vert}} = 74,3 \text{ N} \uparrow} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \uparrow \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow +R_{A,\text{vert}} - F_r + R_{B,\text{vert}} = 0 \Rightarrow R_{B,\text{vert}} = -R_{A,\text{vert}} + F_r = \\ &= -74,3 \text{ N} + 380,7 \text{ N} = +306,4 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R_{B,\text{vert}} = 306,4 \text{ N} \uparrow} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \curvearrowright \Sigma M_B = 0 &\Rightarrow +R_{A,\text{orizz}} l - F_t b = 0 \Rightarrow +R_{A,\text{orizz}} = \frac{F_t b}{l} = \frac{1046 \text{ N} \times 0,18 \text{ m}}{0,28 \text{ m}} = \\ &= 672,4 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R_{A,\text{orizz}} = 672,4 \text{ N} \downarrow} \end{aligned}$$

$$\uparrow \Sigma F_z = 0 \Rightarrow -R_{A,orizz} + F_t - R_{B,orizz} = 0 \Rightarrow R_{B,orizz} = -R_{A,orizz} + F_t =$$

$$= -672,4 \text{ N} + 1046 \text{ N} = 373,6 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_{B,orizz} = 373,6 \text{ N} \downarrow$$

$$R_A = \sqrt{R_{A,vert}^2 + R_{A,orizz}^2} = \sqrt{(74,3 \text{ N})^2 + (672,4 \text{ N})^2} = 676,5 \text{ N}$$

$$R_B = \sqrt{R_{B,vert}^2 + R_{B,orizz}^2} = \sqrt{(306,4 \text{ N})^2 + (373,6 \text{ N})^2} = 483,2 \text{ N}$$

L'albero è sottoposto al momento torcente  $M_t = 178,3 \text{ N}\cdot\text{m}$  e al momento flettente positivo (calcolato in C muovendosi dall'appoggio B)  $M_{f,max} = +R_B b = +(483,2 \text{ N} \times 0,18 \text{ m}) = +87 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Dopo aver calcolato il momento flettente ideale, si dimensiona il diametro  $d$  dell'albero condotto con l'acciaio C 15 avente una  $\sigma_{amm} = 130 \text{ MPa}$ .

$$21-5: M_{f, id} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2} = \sqrt{(87 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (178,3 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 177,2 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$44-3: d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{f, id}}{\pi \cdot \sigma_{amm}}} = \left( \frac{32 \times 177.200 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 130 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 24,0 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Allo scopo di inserire una chiavetta per la ruota dentata, occorre prevedere una cava con profondità  $h = 4 \text{ mm}$  (chiavette UNI 6607-69 o linguette UNI 6604-69 per diametri compresi tra 22 e 30 mm); il diametro dell'albero deve essere perciò maggiorato e portato a 30 mm.

- c) Ipotizzando (*Tabella 44.7*) per i cuscinetti una durata nominale di 15.000 ore alla velocità  $n = 1500 \text{ giri/min}$ , si ha  $15.000 \text{ h} \times 1500 \text{ giri/min} \times 60 \text{ min/h} = 1350$  milioni di cicli (o giri). Nella scelta del cuscinetto occorre verificare che la durata a fatica  $L$  risulti:

$$44-14: L \leq \left( \frac{C}{P} \right)^p = \left( \frac{C}{P} \right)^3 \quad \ll p = 3 \text{ per cuscinetti a sfere} \gg$$

ove il coefficiente di carico dinamico  $C$  è tabulato, mentre il carico dinamico equivalente sul cuscinetto  $P$  deve essere calcolato. Si procede con il calcolo del cuscinetto all'estremità B dell'albero, in quanto sottoposto a condizioni di carico più gravose (radiali e assiali). Scelto (sul manuale oppure sul catalogo SKF) un cuscinetto radiale a sfere a una corona con diametro interno  $d = 30 \text{ mm}$ , diametro esterno  $D = 55 \text{ mm}$  e larghezza  $B = 9 \text{ mm}$ , a questo corrispondono un coefficiente di carico statico  $C_0 = 7350 \text{ N}$  e un coefficiente di carico dinamico  $C = 11.200 \text{ N}$ . In corrispondenza del rapporto  $F_a/C_0 = 280,3 \text{ N}/7350 \text{ N} = 0,038$  fra la componente assiale del carico e il carico statico, si legge sul manuale il coefficiente  $e = 0,24$ . Essendo il rapporto fra le componenti assiale e radiale del carico  $F_a/R_B = 280,3 \text{ N}/483,2 \text{ N} = 0,58$  maggiore di  $e$ , si leggono sulla tabella del manuale i coefficienti  $X = 0,56$  e  $Y = 1,8$  che permettono di esprimere il carico dinamico equivalente in funzione di  $F_a$  ed  $R_B$ :

$$44-15: P = XF_f + YF_a = XR_B + YF_a = 0,56 \times 483,2 \text{ N} + 1,8 \times 280,3 \text{ N} = 775 \text{ N}$$

Si può così verificare che la durata richiesta  $L = 1350$  milioni di cicli è inferiore al valore calcolato:

$$L = 1350 < \left(\frac{C}{P}\right)^3 = \left(\frac{11.200 \text{ N}}{775 \text{ N}}\right)^3 = 3018 \text{ milioni di cicli}$$

mentre, se si ripete il calcolo con un valore più basso del diametro esterno  $D$  del cuscinetto, il nuovo valore  $(C/P)^3$  risulta inferiore al valore richiesto. Si adotta allora un cuscinetto con diametro esterno pari a 55 mm. Si può infine verificare che tale scelta è pure soddisfacente per il cuscinetto in A, all'altra estremità dell'albero.

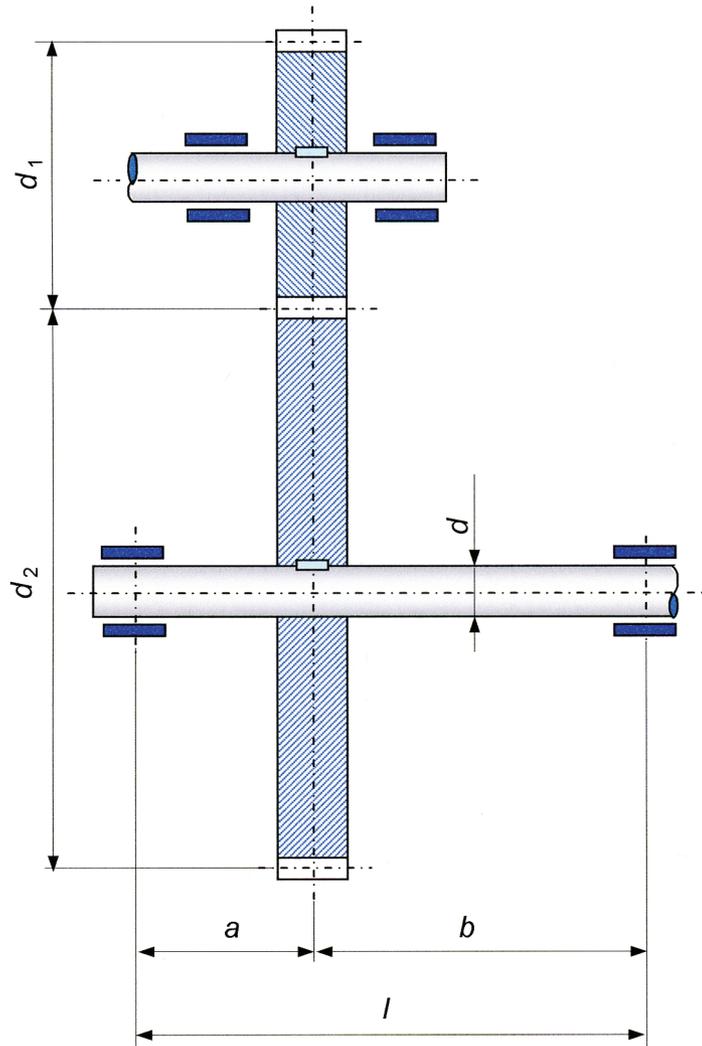


Fig. 1983-a - Schizzo quotato.

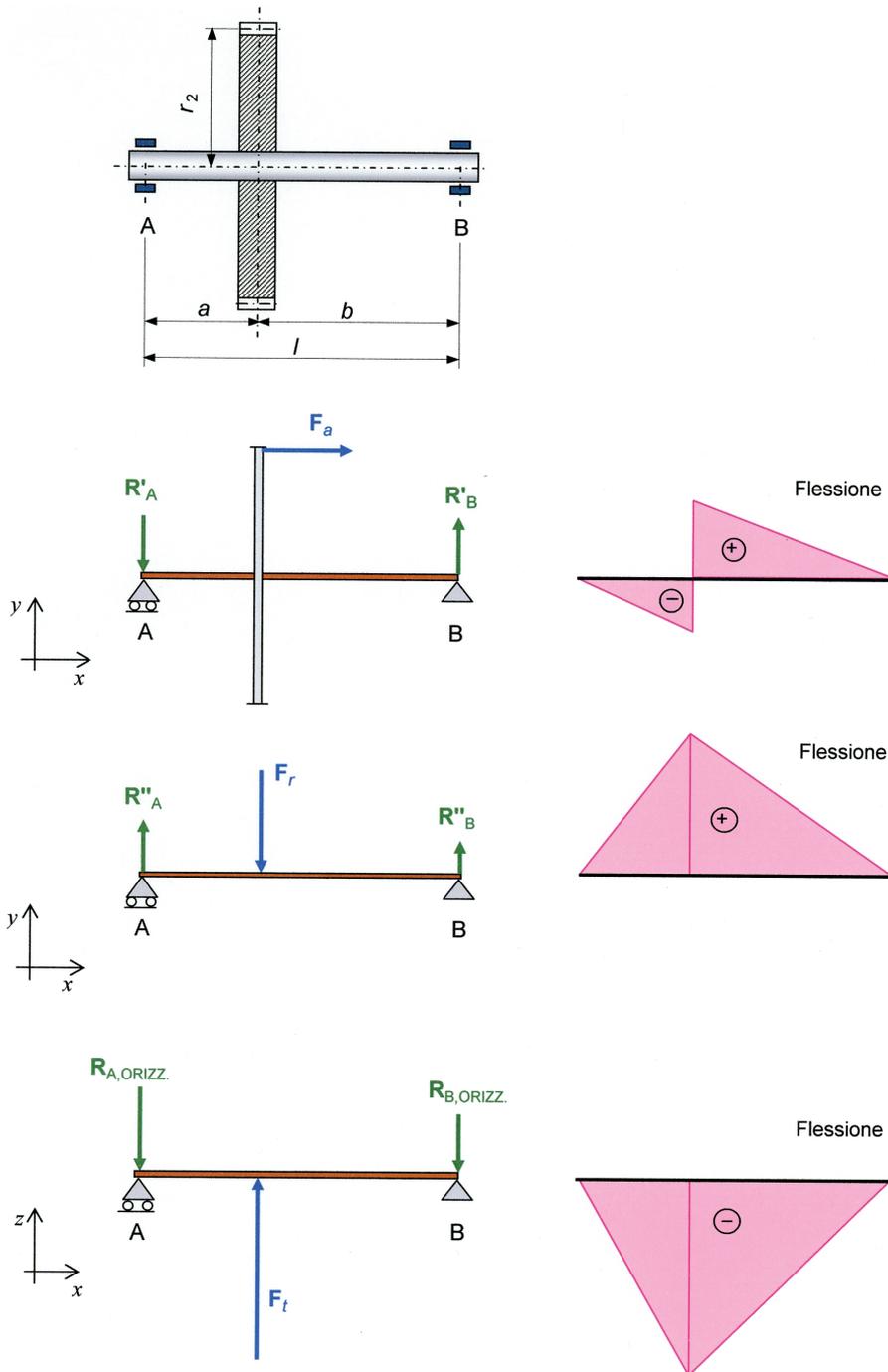


Fig. 1983-b - Schema delle reazioni vincolari e diagrammi del momento flettente secondo gli assi  $x$ - $y$  (piano verticale) e  $x$ - $z$  (piano orizzontale). Le reazioni degli appoggi  $R'_A$  ed  $R'_B$  nel caso di applicazione della sola coppia con verso orario di momento  $M = F_a r_2$  sono (nell'Appendice B.2-8 la coppia ha verso antiorario):  $R'_A = R'_B = M/l$ . Le reazioni degli appoggi  $R''_A$  ed  $R''_B$  nel caso di applicazione del solo carico  $F_r$  sono (Appendice B.2-6):  $R''_A = F_r b/l$  ed  $R''_B = F_r a/l$ . Per il principio di sovrapposizione degli effetti risulta  $R_{A,vert} = R'_A + R''_A = -M/l + F_r b/l = (-M + F_r b)/l$  ed  $R_{B,vert} = R'_B + R''_B = +M/l + F_r a/l = (M + F_r a)/l$ .

## 1984. Giunto elastico

Un giunto elastico, destinato a trasmettere la potenza di 22 kW a 1600 giri/min, è costituito da due flange calettate sulle estremità dei due alberi da accoppiare e collegate per mezzo di perni; questi ultimi sono montati rigidamente su una delle flange e sporgono verso l'altra. L'elemento elastico è costituito da anelli che rivestono le estremità sporgenti dei perni inserendosi in fori ricavati nella seconda flangia. Fra le due flange è previsto un gioco assiale di 3 mm; sono inoltre note le seguenti dimensioni:

- diametro mozzo 62 mm;
- lunghezza mozzo 38 mm;
- diametro esterno della flangia 140 mm;
- sporgenza dei perni 20 mm;
- distanza degli assi dei perni da quello dell'albero 46 mm.

Il candidato, assumendo opportunamente gli altri dati necessari, esegua il dimensionamento del giunto.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza trasmessa dal giunto  $P = 22$  kW alla velocità di rotazione  $n = 1600$  giri/min =  $26,67$  giri/s;
- gioco assiale fra le due flange  $e = 3$  mm;
- sporgenza dei perni  $l = 20$  mm;
- raggio esterno della flangia  $R_e = D_e/2 = 140$  mm/2 = 70 mm;
- raggio della circonferenza su cui si trovano degli assi dei perni  $R_b = D_b/2 = 46$  mm.

Quesiti:

- calcolare la forza tangenziale trasmessa  $F_t$ ;
- calcolare il diametro  $d$  e del numero  $z$  dei perni sulla base del limite della pressione specifica;
- verificare i perni a flessione;
- calcolare il gambo filettato del perno.

### 2. Schema del perno: *Figura 1984*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio da bonifica C 60 con (*Tabella 44.1*) resistenza a rottura  $R_m = 850 \div 1000$  MPa e tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{amm,f} = 94$  MPa (fattore di sicurezza  $n = 9$ ).

## 4. Soluzione

- a) I due dischi piani sono collegati con un numero  $z$  di perni montati a sbalzo secondo lo schema riportato in *Figura 1984*. Dopo aver calcolato la coppia effettiva che verrà utilizzata per il progetto del giunto tenendo conto di eventuali sovraccarichi con un fattore di servizio  $K_S = 1,5$ , si determina la forza tangenziale complessivamente trasmessa  $F_t$  dai perni i cui assi si trovano su una circonferenza di raggio  $R_b = D_b/2$ .

$$7-10': P = M_{t,\text{nom}} \omega = M_{t,\text{nom}} \frac{2\pi n [\text{giri/min}]}{60 [\text{s/min}]} \Rightarrow M_{t,\text{nom}} = \frac{60P}{2\pi n} = \frac{60 \text{ s/min} \times 22.000 \text{ W}}{2 \times \pi \times 1600 \text{ giri/min}} = 131,3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$47-1: M_t = K_S M_{t,\text{nom}} = 1,5 \times 131,3 \text{ N}\cdot\text{m} = 196,9 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_t = F_t R_b \Rightarrow F_t = \frac{M_t}{R_b} = \frac{196,9 \text{ N}\cdot\text{m}}{0,046 \text{ m}} = 4280 \text{ N}$$

- b) Nei giunti a perni rivestiti il calcolo principale è la valutazione della resistenza dei perni. Per il montaggio adottato, occorre in primo luogo verificare che, nella zona in cui il perno appoggia sulla boccola elastica, la pressione specifica  $p$ , data dalla forza applicata  $F_t$  divisa per la proiezione della superficie d'appoggio  $d \cdot (l - e)$  e per il numero  $z$  dei perni, non ecceda il valore della pressione ammissibile  $p_{\text{amm}}$  pari a  $2 \div 5 \text{ MPa}$  (*Paragrafo 47.2.3*). Fissato un valore accettabile della pressione specifica sulla boccola  $p_{\text{amm}} = 3,5 \text{ MPa}$ , si ricava il prodotto del diametro  $d$  del singolo perno per il numero  $z$  dei perni ( $d \cdot z$ ) che corrisponde all'ingombro circonferenziale dei perni.

$$p = \frac{F_t}{(l - e) \cdot d \cdot z} \leq p_{\text{amm}} \Rightarrow \frac{F_t}{(l - e) dz} = p_{\text{amm}} \Rightarrow dz = \frac{4280 \text{ N}}{(20 - 3) \text{ mm} \times 3,5 \text{ N/mm}^2} = 72 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- c) La verifica strutturale dei perni è a flessione. Supponendoli incastrati alla radice del disco e caricati al centro  $(l - e)/2$  della boccola in gomma da una forza pari a  $F_t/z$ , il momento flettente nell'incastro  $M_f$  è pari a questa forza per la distanza del punto di applicazione della forza dall'incastro  $(l - e)/2 + e = (l + e)/2$ . Ponendo la tensione massima uguale alla tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm},f} = 103 \text{ MPa}$ , si calcola il valore minimo del diametro del perno  $d_{\text{min}}$ .

$$20-7, \text{ Tabella VII: } \sigma_{\text{max}} = \frac{M_f}{Z_f} \leq \sigma_{\text{amm},f} \Rightarrow \frac{F_t \left( \frac{l + e}{2} \right)}{z \frac{\pi d^3}{32}} = \frac{16 \cdot F_t \cdot (l + e)}{(\pi d_{\text{min}}^2) \cdot dz} = 94 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{\text{min}}^2 = \frac{16 \times 4280 \text{ N} \times (20 + 3) \text{ mm}}{\pi \times 80 \text{ mm} \times 94 \text{ N/mm}^2} = 66,7 \text{ mm}^2 \Rightarrow d_{\text{min}} = \sqrt{66,7 \text{ mm}^2} = 8,2 \text{ mm}$$

Portiamo il valore minimo del prodotto  $d \cdot z$  ricavato con la risposta b) al valore superiore di 80 mm:  $dz = 72 \text{ mm} \Rightarrow 80 \text{ mm}$ . Dovendo essere  $d \cdot z = 80 \text{ mm}$ , si sceglie di impiegare  $z = 8$  perni da 10 mm di diametro ciascuno. La corrispondente tensione all'incastro di ogni perno sarà:

$$\sigma = \frac{16 \cdot F_t \cdot (l + e)}{(\pi d^2) \cdot d \cdot z} = \frac{16 \cdot F_t \cdot (l + e)}{\pi \cdot d^3 \cdot z} = \frac{16 \times 4280 \text{ N} \times 23 \text{ mm}}{\pi \times (10 \text{ mm})^3 \times 8} = 62,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

La condizione imposta dalla pressione specifica massima sulla boccola in gomma produce un perno surdimensionato (la tensione infatti è bassa:  $\sigma = 62,7 \text{ N/mm}^2$ ); il perno potrebbe allora essere alleggerito praticando un foro assiale, profondo 15 mm.

- d) Il fissaggio del perno a uno dei due dischi è ottenuto realizzando, a una estremità dello stesso, un gambo filettato a cui è avvitato un dado con l'interposizione di una rosetta (Figura 1984). La forza assiale  $F$  applicata alla vite deve garantire che la forza trasversale su ogni perno venga trasmessa per aderenza, senza scorrimento reciproco, fra perno e sede. Il valore della forza assiale  $F$  che deve essere esercitato da ogni vite è:

$$47-3: F = \frac{F_t}{\mu z} = \frac{4280 \text{ N}}{0,15 \times 8} = 3567 \text{ N}$$

L'area della sezione resistente della vite  $A_{\text{res}}$  si calcola considerando la vite con una classe di resistenza 8.8 (Tabella 45.6-a) e una tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm}} = \sigma_y/n = 128 \text{ MPa}$ , determinata con un fattore di sicurezza  $n = 5$  (Paragrafo 45.8.2) rispetto al limite di snervamento  $\sigma_y = 640 \text{ MPa}$ .

$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{res}}} \leq \sigma_{\text{amm}} \Rightarrow A_{\text{res}} = \frac{F}{\sigma_{\text{amm}}} = \frac{3567 \text{ N}}{128 \text{ N/mm}^2} = 28,6 \text{ mm}^2$$

L'area resistente immediatamente superiore a  $28,6 \text{ mm}^2$  è (Tabella 45.5) quella della filettatura ISO M8 che ha una sezione resistente  $A_{\text{res}} = 36,6 \text{ mm}^2$  e che (tabella del manuale per le viti a testa esagonale) ha il diametro della testa  $s = 13 \text{ mm}$ , confermando che le dimensioni del bullone sono adeguate per la restante parte del perno che fornisce la battuta con la superficie del disco.

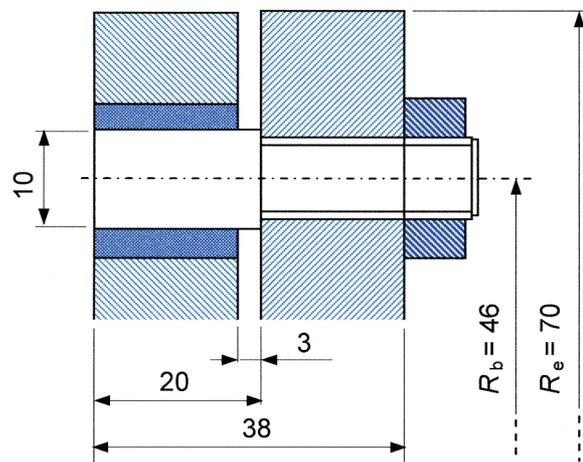


Fig. 1984 - Schema di montaggio perno e nomenclatura (le lunghezze sono in millimetri).

## 1987. Giunto a dischi e bulloni di collegamento

Una macchina motrice, a regime assoluto, sviluppante la potenza di 80 kW, è collegata, tramite un giunto a dischi, a una macchina operatrice il cui momento resistente (comprensivo delle resistenze utili e passive) è pari, a regime, a 400 N·m.

Allorché si azzeri il carico utile e viene contemporaneamente interrotta l'erogazione della potenza motrice il sistema ruotante, costituito dalla motrice e dall'operatrice, inizia la fase di decelerazione, fino al completo arresto, per effetto dell'inerzia delle masse ruotanti e delle resistenze passive.

Nell'ipotesi che le suddette masse ruotanti realizzino, rispetto all'asse di rotazione, un momento di inerzia  $I = 0,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  e che alle resistenze passive corrisponda un momento (costante) pari a 12 N·m, il candidato determini il tempo che il sistema impiega ad arrestarsi completamente, dall'istante in cui inizia la fase di decelerazione, nonché l'energia dissipata dalle resistenze passive in tale fase.

Fissando, inoltre, con opportuno criterio i dati occorrenti, calcoli le dimensioni dei bulloni di collegamento dei dischi del giunto e descriva, infine, il ciclo di lavorazione per la fabbricazione in media serie dei dischi suddetti.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza fornita dal motore  $P = 80 \text{ kW}$ ;
- momento resistente dell'utilizzatore  $M_r = 400 \text{ N}\cdot\text{m}$ ;
- momento delle resistenze passive  $M_{\text{res}_{\text{pass}}} = 12 \text{ N}\cdot\text{m}$ ;
- momento di inerzia delle masse rotanti  $I = 0,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ;

Quesiti:

- calcolare il tempo  $t$  impiegato dal sistema per fermarsi e l'energia dissipata;
- determinare numero e diametro nominale dei bulloni di collegamento dei dischi del giunto.

### 2. Schema dell'impianto: *Figura 1987*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio da bonifica C 40 con resistenza a trazione  $\sigma_u = 650 \div 800 \text{ MPa}$  e limite di snervamento  $R_e = 430 \text{ MPa}$ ; a causa degli urti e delle sollecitazioni alternate cui è sottoposto il giunto, si prende un grado di sicurezza molto alto ( $n = 9$ ) tipico della sollecitazione a fatica con una tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm},f} = 72,2 \text{ MPa}$ ;
- classe di resistenza delle viti 8.8.

## 4. Soluzione

- a) La velocità angolare iniziale del sistema  $\omega_{\text{iniz}}$  si ricava sapendo che, a regime, il momento  $M_t$  fornito dal motore deve uguagliare il momento resistente  $M_r = 400 \text{ N}\cdot\text{m}$  dell'utilizzatore ( $M_t = M_r = 400 \text{ N}\cdot\text{m}$ ). Il momento delle resistenze passive  $M_{\text{res\_pass}}$  è uguale al momento di inerzia delle masse rotanti  $I$  moltiplicato per l'accelerazione angolare  $\alpha$ .

$$7-10': P = M\omega \Rightarrow \omega_{\text{iniz}} = \frac{P}{M_t} = \frac{80.000 \text{ W}}{400 \text{ N}\cdot\text{m}} = 200 \text{ rad/s}$$

$$7-2': M_{\text{res\_pass}} = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{M_{\text{res\_pass}}}{I} = \frac{12 \text{ N}\cdot\text{m}}{0,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2} = 24 \text{ rad/s}^2$$

Si tratta di un moto ad accelerazione angolare costante  $\alpha$ ; l'arresto si verifica quando la velocità angolare finale  $\omega$  diviene uguale a zero. Nel calcolo si tenga conto che il valore dell'accelerazione è negativo perché è una decelerazione.

$$6-3': \omega = \omega_{\text{iniz}} + \alpha t = 0 \Rightarrow t = -\frac{\omega_{\text{iniz}}}{\alpha} = -\frac{200 \text{ rad/s}}{-24 \text{ rad/s}^2} = 8,33 \text{ s} \quad \blacktriangleleft$$

L'energia dissipata dalle resistenze passive del sistema è l'energia cinetica di rotazione che il sistema aveva a regime:

$$7-7': \text{energia dissipata} = \frac{1}{2} I \omega_{\text{iniz}}^2 = \frac{1}{2} \times 0,5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \times (200 \text{ rad/s})^2 = 10.000 \text{ J} = 10 \text{ kJ} \quad \blacktriangleleft$$

- b) In modo da poter scegliere il giunto, occorre calcolare il diametro  $d$  dell'albero. Il materiale dell'albero è un acciaio da bonifica C 40 con tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = 72 \text{ MPa}$ . Dopo aver convertito la tensione normale nella tensione tangenziale, si calcola il diametro dell'albero a torsione che dovrà essere aumentato per tener conto della profondità  $t_1$  della sede della chiavetta. In corrispondenza dell'intervallo di valori del diametro di  $30 \div 38 \text{ mm}$ , sul manuale si trova  $t_1 = 4,5 \text{ mm}$ ; il risultato viene poi arrotondato all'intero superiore per maggior sicurezza.

$$19-15: \tau_{\text{amm},f} = \frac{\sigma_{\text{amm},f}}{\sqrt{3}} = 0,577 \cdot \sigma_{\text{amm},f} = 0,577 \times 72,2 \text{ N/mm}^2 = 41,7 \text{ N/mm}^2$$

$$44-2: d = \left( \frac{16M_t}{\pi\tau_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 400.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 41,7 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 37 \text{ mm} \Rightarrow d = 37 \text{ mm} + 4,5 \text{ mm} \approx 42 \text{ mm}$$

Le dimensioni principali del giunto sono (*Figura 47.5*):

$$D_e \cong 2,5 \cdot d + 100 \text{ mm} = 2,5 \times 42 \text{ mm} + 100 \text{ mm} = 205 \text{ mm}$$

$$D_{\text{mozzo}} \cong 1,8 \cdot d + 20 \text{ mm} = 1,8 \times 42 \text{ mm} + 20 \text{ mm} = 96 \text{ mm}$$

$$D_b \cong 2,2 \cdot d + 50 \text{ mm} = 2,2 \times 42 \text{ mm} + 50 \text{ mm} = 142 \text{ mm}$$

$$D_m \cong D_b/0,8 = (142 \text{ mm})/0,8 = 177 \text{ mm}$$

$$L \cong 3 \cdot d = 3 \times 42 \text{ mm} = 126 \text{ mm}; \quad L_1 \cong 0,3 \cdot d + 20 \text{ mm} = 33 \text{ mm}$$

Il numero di viti consigliato (*Tabella 47.2*) è  $z = 4$ , per diametri dell'albero compresi tra 25 mm e 60 mm. Nel calcolo del giunto si fa l'ipotesi che il momento torcente venga trasmesso per attrito con un diametro medio di contatto tra le superfici delle flange  $D_m = 177 \text{ mm}$ ; si assume un coefficiente di attrito  $\mu = 0,15$ . Inoltre per tener conto di eventuali sovraccarichi moltiplichiamo la coppia nominale dell'albero per un fattore di servizio  $K_S = 1,5$  (*Tabella 47.1*).

$$47-1: M_t = K_S M_{t, \text{nom}} = 1,5 \times 400 \text{ N} \cdot \text{m} = 600 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$47-3: F_t = \frac{2M_t}{D_m} = \frac{2 \times 600.000 \text{ N} \cdot \text{mm}}{177 \text{ mm}} = 6780 \text{ N}; \quad F = \frac{F_t}{\mu z} = \frac{6780 \text{ N}}{0,15 \times 4} = 11.300 \text{ N}$$

L'area della sezione resistente della vite  $A_{\text{res}}$  si calcola considerando la vite con una classe di resistenza 8.8 (*Tabella 45.6-a*) e una tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm}} = \sigma_y/n = 128 \text{ MPa}$ , determinata con un fattore di sicurezza  $n = 5$  (*Paragrafo 45.8.2*) rispetto al limite di snervamento  $\sigma_y = 640 \text{ MPa}$ .

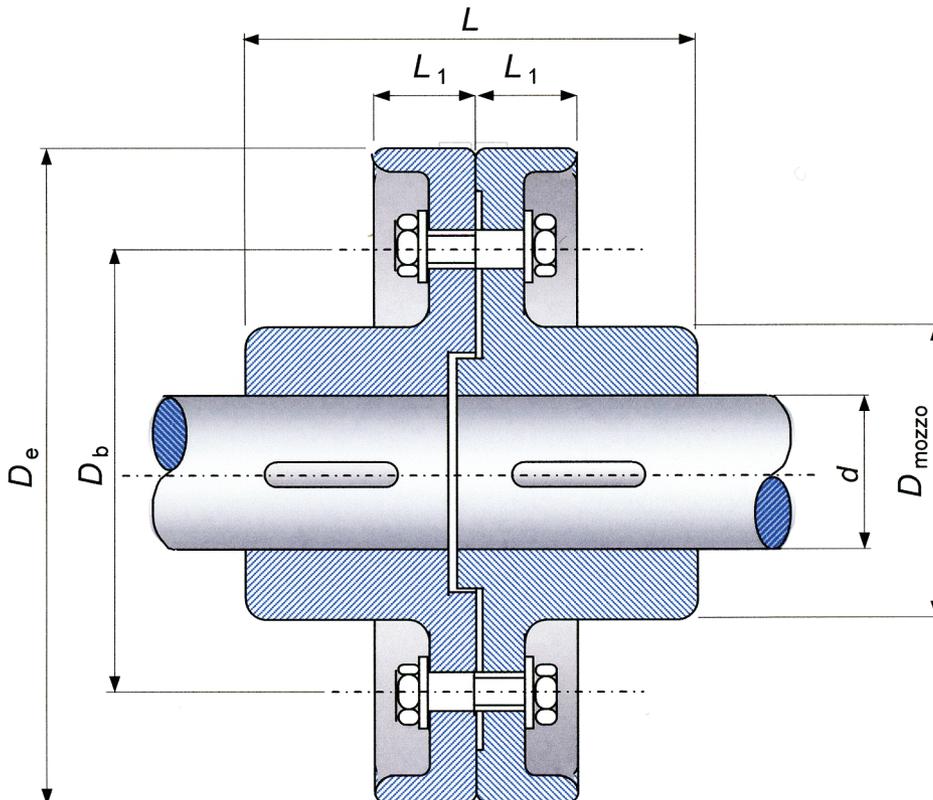


Fig. 1987 - Schema del giunto.

$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{res}}} \leq \sigma_{\text{amm}} \Rightarrow A_{\text{res}} = \frac{F}{\sigma_{\text{amm}}} = \frac{11.300 \text{ N}}{128 \text{ N/mm}^2} = 88,3 \text{ mm}^2$$

L'area resistente immediatamente superiore a  $88,3 \text{ mm}^2$  è (*Tabella 45.5*) quella della filettatura ISO M12 di passo  $p = 1,25$  che ha una sezione resistente  $A_{\text{res}} = 92,1 \text{ mm}^2$ . Si prendono allora (*Tabella 45.5*) 4 viti ISO M12×1,25. Queste sono anche le viti consigliate nella *Tabella 47.2* per un valore del diametro dell'albero del giunto compreso tra 35 e 45 mm.

$z = 4$  viti ISO M12×1,25

## 1988. Frizione monodisco a secco e molle spingidisco

Un autoveicolo, il cui motore sviluppa una potenza di 55 kW al regime di 5100 giri/min, deve essere munito di innesto a frizione del tipo monodisco a secco.

Il candidato, fissando con opportuno criterio i dati occorrenti, dimensioni l'innesto e le relative molle spingidisco, descrivendo, infine, il ciclo di lavorazione per la fabbricazione in media serie, dell'albero portadisco.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

– Potenza fornita dal motore a c.i.  $P = 55 \text{ kW}$  alla velocità  $n = 5100 \text{ giri/min}$ ;

Quesiti:

- dimensionamento dell'albero e del profilo scanalato;
- dimensionamento della frizione;
- dimensionamento delle molle spingidisco.

### 2. Schema dell'impianto: *Figura 1988*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio dell'albero C 40;
- disco di frizione con diametro medio  $D_m = 180 \text{ mm}$ ;
- sei molle, ciascuna delle quali ha il filo in acciaio temprato in olio di diametro medio dell'elica  $D = 24 \text{ mm}$  e freccia massima  $f_{\text{max}} = 20 \text{ mm}$ .

### 4. Soluzione

- Si suppone che i dati assegnati si riferiscano alle condizioni del motore a combustione interna funzionante alla massima potenza. Il momento torcente effettivamente trasmesso

$M_t$  si ottiene moltiplicando il momento nominale  $M_{t,nom}$  relativo alla massima potenza per 1,8 in modo da tener conto che la coppia massima trasmessa dal motore è più alta (50%) rispetto alla coppia di massima potenza (*Paragrafo 41.7*) e che vi possono essere degli scostamenti del funzionamento dell'innesto a frizione dalle condizioni operative previste (variazioni del coefficiente di attrito in funzione della temperatura, deformazioni plastiche di assestamento ecc.).

$$20-12: M_{t,nom} = 9,55 \frac{P}{n} = 9,55 \times \frac{55.000 \text{ W}}{5100 \text{ giri/min}} = 103 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_t = M_{t,nom} \cdot 1,8 = 103 \text{ N}\cdot\text{m} \times 1,8 = 185 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Utilizzando un acciaio C 40 con  $\sigma_u = 650 \div 800 \text{ MPa}$  (*Tabella 44.1*) e imponendo un coefficiente di sicurezza  $n = 7$ , sufficiente per questa applicazione, si ricava una tensione a fatica  $\sigma_{amm,f} = 92,8 \text{ MPa}$  e dunque (19-15)  $\tau_{amm,f} = \sigma_{amm,f} / \sqrt{3} = 92,8 \text{ MPa} \times 0,577 = 53 \text{ MPa}$ . Si ricava così un diametro  $d_{alb}$  dell'albero di 26,1 mm che viene portato a 28 mm secondo la serie R20 dei numeri normali (*Appendice C.1*).

$$44-2: d_{alb} = \left( \frac{16M_t}{\pi\tau_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 185.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 53 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 26,1 \text{ mm} \Rightarrow d_{alb} = 28 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Poiché lo spingidisco deve potere scorrere sull'albero condotto, l'accoppiamento viene realizzato con il profilo scanalato (Serie UNI 8953 dal manuale) di diametro interno  $d = 28 \text{ mm}$ , diametro esterno  $D = 34 \text{ mm}$ , numero di scanalature  $z = 6$  e larghezza della scanalatura  $B = 7 \text{ mm}$ .

- b) Le superfici di attrito sono costituite dalle due facce del ferodo, le quali sono premute dalle molle fra il volano e l'anello spingidisco e sono ad esso solidali. Poiché si deve tenere conto della riduzione di efficienza, legata all'aumento della temperatura nella fase di strisciamento, si assume (*Tabella 47.3*) un coefficiente di attrito prudenziale  $\mu = 0,3$ . Assumendo come diametri interno ed esterno degli anelli di ferodo per una frizione tipica di un autoveicolo rispettivamente  $D_i = 150 \text{ mm}$  e  $D_e = 210 \text{ mm}$ , il diametro medio del disco di frizione  $D_m = (D_i + D_e) / 2 = 180 \text{ mm}$  e ricordando che le superfici utili sono 2 ( $n = 2$ ), si calcola la forza assiale  $F$  necessaria a comprimere il disco. Quindi, per evitare problemi di usura, si verifica che il valore massimo della pressione specifica non superi il limite di pressione ammissibile  $p_{amm}$ , considerando i valori più bassi di  $0,2 \div 0,3 \text{ MPa}$  riportati nella *Tabella 47.3*.

$$47-8: M_t = n\mu F \frac{D_m}{2} \Rightarrow F = \frac{2M_t}{n\mu F D_m} = \frac{2 \times 185.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{2 \times 0,3 \times 180 \text{ mm}} = 3426 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

$$47-9: p_{amm} = \frac{F}{(\pi/4)(D_e^2 - D_i^2)} = \frac{4 \times 3426 \text{ N}}{\pi \times \left[ (210 \text{ mm})^2 - (150 \text{ mm})^2 \right]} = 0,20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Supponendo di impiegare sei molle a elica, che lavorano in parallelo e disposte circonferenzialmente sul diametro medio  $D_m$  del disco di frizione, il carico su ciascuna molla è  $F_{\max} = F/6 = 3426 \text{ N}/6 = 571 \text{ N}$ . Assumiamo poi un diametro medio dell'elica della molla  $D = 24 \text{ mm}$  e un filo di acciaio temprato in olio la cui resistenza a trazione  $\sigma_u$  (Tabella 46.3) va moltiplicata per un coefficiente  $a$  pari a 0,45 in modo da ottenere la tensione tangenziale ammissibile<sup>1988.1</sup> (Paragrafo 46.3.4). Nel determinare la resistenza a trazione  $\sigma_u$  mettiamo tentativamente un diametro del filo  $d = 4 \text{ mm}$ . Calcoliamo quindi il diametro del filo per iterazione ponendo inizialmente il fattore di Wahl uguale a 1.

$$46-17, \text{ Tabella 46.3: } \tau_{\text{amm}} = a \cdot \sigma_u = 0,45 \frac{A}{d^m} = 0,45 \times \frac{1855 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^m}{(4 \text{ mm})^{0,187}} = 644 \text{ MPa}$$

$$46-11: \tau_{\max} = K_W \frac{8F_{\max}D}{\pi d^3} = \tau_{\text{amm}} \Rightarrow d = \left( K_W \frac{8F_{\max}D}{\pi \tau_{\text{amm}}} \right)^{1/3} =$$

$$= \left( 1 \times \frac{8 \times 571 \text{ N} \times 24 \text{ mm}}{\pi \times 644 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 3,8 \text{ mm}$$

$$46-13: C = \frac{D}{d} = \frac{24 \text{ mm}}{3,8 \text{ mm}} = 6,3$$

$$46-12: K_W = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0,615}{C} = \frac{4 \times 6,3 - 1}{4 \times 6,3 - 4} + \frac{0,615}{6,3} = 1,24$$

$$46-11: d = \left( K_W \frac{8F_{\max}D}{\pi \tau_{\text{amm}}} \right)^{1/3} = \left( 1,24 \times \frac{8 \times 571 \text{ N} \times 24 \text{ mm}}{\pi \times 644 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 4,06 \text{ mm}$$

$$46-13: C = \frac{D}{d} = \frac{24 \text{ mm}}{4,06 \text{ mm}} = 5,9$$

$$46-12: K_W = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0,615}{C} = \frac{4 \times 5,9 - 1}{4 \times 5,9 - 4} + \frac{0,615}{5,9} = 1,26$$

Il valore di  $K_W$  non è significativamente diverso dal precedente e quindi adottiamo un diametro del filo  $d = 4,0 \text{ mm}$  (valore unificato) e un indice della molla

<sup>1988.1</sup> - Nel Tema 2010 è presentata anche una procedura alternativa più semplice di quella della formula  $\sigma_u = A/d^m$  (46-17) con i dati della Tabella 46.3 per calcolare la tensione tangenziale ammissibile  $\tau_{\text{amm}}$ . Si tratta della procedura solita per cui si determina la tensione normale ammissibile  $\sigma_{\text{amm}}$  dividendo la resistenza a trazione del materiale della molla  $\sigma_u$  per il fattore di sicurezza  $n$  e quindi si calcola la tensione tangenziale ammissibile  $\tau_{\text{amm}} = \sigma_u / \sqrt{3}$ . La procedura alternativa può andar bene nel caso di un diametro del filo  $d$  molto grande, prossimo a 12 mm, ma nel caso di diametri piccoli come nel nostro caso l'errore che si commette nella determinazione di  $\sigma_u$  può essere anche molto elevato poiché è dimostrato che  $\sigma_u$  è funzione del diametro del filo (Paragrafo 46.3.4).

$C = D/d = 24 \text{ mm}/4,0 \text{ mm} = 6,0$ . Assumendo poi una freccia massima  $f_{\max} = 20 \text{ mm}$ , si calcola la rigidezza  $k$  della molla e quindi il numero di spire attive  $N_a$  che viene portato da 6,4 a 6,5. Quindi, assumendo i terminali chiusi e molati, si calcolano il numero di spire totali  $N_t$  e la lunghezza a pacco della molla  $L_s$ .

$$46-1: k = \frac{F_{\max}}{f_{\max}} = \frac{571 \text{ N}}{20 \text{ mm}} = 28,5 \text{ N/mm}$$

Tabella 46.3:  $G = 78,6 \text{ GPa}$

$$46-15: k = \frac{d^4 G}{8D^3 N_a} \Rightarrow N_a = \frac{d^4 G}{8D^3 k} = \frac{(4,0 \text{ mm})^4 \times 78.600 \text{ N/mm}^2}{8 \times (24 \text{ mm})^3 \times 28,5 \text{ N/mm}} = 6,4 \Rightarrow N_a = 6,5 \text{ spire} \blacktriangleleft$$

Tabella 46.2:  $N_t = N_a + 2 = 6,5 + 2 = 8,5 \text{ spire}$

46-16:  $4 \leq C \leq 12 \Rightarrow 4 \leq 6,0 \leq 12 \quad 3 \leq N_a \leq 15 \Rightarrow 3 \leq 6,5 \leq 15 \quad \ll \text{verificati} \gg \blacktriangleleft$

Tabella 46.2:  $L_s = dN_t = 4 \text{ mm} \times 8,5 = 34 \text{ mm} \blacktriangleleft$

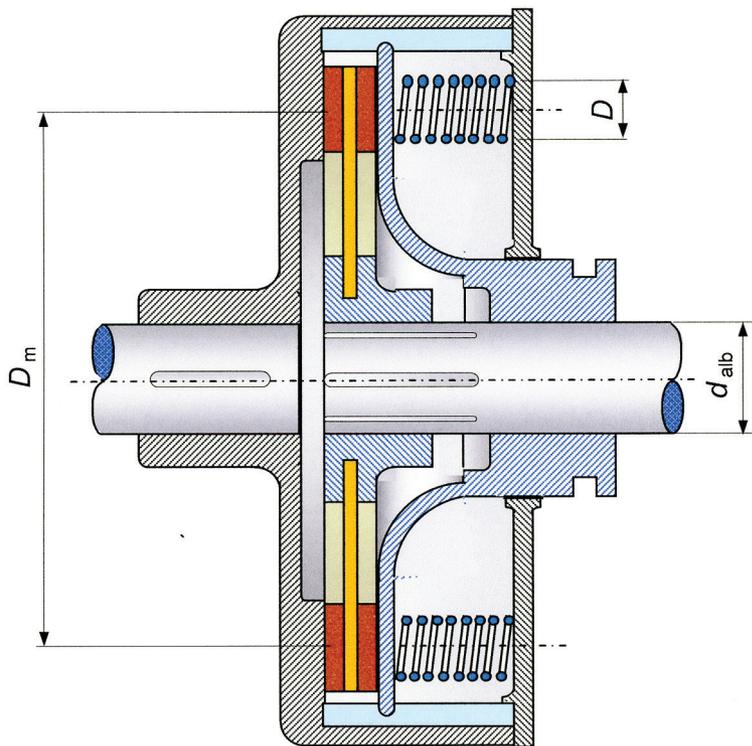


Fig. 1988 - Schema di frizione monodisco di impiego automobilistico.

## 1990. Gru a bandiera

Occorre realizzare una gru a bandiera formata da una colonna verticale e da un braccio orizzontale entrambi unificati, garantendo un'altezza di sollevamento di 3 m con uno sbraccio di 2,5 m rispetto all'asse della colonna.

Per il sollevamento del carico massimo di 5000 N è prevista l'installazione di un paranco, portato da un carrello scorrevole lungo il braccio orizzontale della gru. La massa complessiva dell'equipaggio mobile, a gancio scarico, è pari a 25 kg e il carico viene sollevato con accelerazione di  $1 \text{ m/s}^2$ .

Il candidato, analizzate le sollecitazioni indotte nella struttura e fissati opportunamente i dati occorrenti, effettui il dimensionamento di massima della gru, eseguendone infine lo schizzo quotato.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- altezza di sollevamento della gru  $h_{\text{soll}} = 3 \text{ m}$ ;
- lunghezza del braccio  $l_{\text{br}} = 2,5 \text{ m}$ ;
- carico statico da sollevare  $Q = 5000 \text{ N}$ ;
- massa del paranco  $m_{\text{par}} = 25 \text{ kg}$

Quesiti:

- dimensionamento del braccio orizzontale;
- dimensionamento della colonna verticale.

### 2. Schema dell'impianto: *Figura 1990*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio strutturale S 235 (*Tabella 45.1*) per i componenti della gru.

### 4. Soluzione

- Nel calcolo della forza di riferimento  $P$  agente sulla via di corsa si considerano: il peso proprio del paranco  $m_{\text{par}} = 25 \text{ kg}$ , il carico statico da sollevare  $Q = 5000 \text{ N}$ , l'accelerazione  $a = 1 \text{ m/s}^2$  fornita alla massa relativa a  $Q$  e un coefficiente di maggiorazione del carico  $M = 1,11$  (dal manuale) che tiene conto di possibili fattori non considerati (effetto del vento, effetto dinamico dovuto alla frenatura ecc.).

$$P = \left( m_{\text{par}}g + Q + \frac{Q}{g}a \right) M = \left( 25 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 + 5000 \text{ N} + \frac{5000 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} \times 1 \text{ m/s}^2 \right) \times 1,11 = 6387 \text{ N}$$

Al fine di consentire lo spostamento del carrello con il paranco sul braccio orizzontale della gru si scelgono travi unificate di tipo IPN con le ruote del carrello che corrono appoggiate sulle ali inferiori del profilato. Tenendo presente un diametro delle ruote di scorrimento di 110 mm da impiegare per paranchi con portata fino a 1000 kg (tabella riportata su alcuni manuali), la prima trave utilizzabile dal punto di vista degli ingombri è la IPN 160 (UNI 5679).

Potendo il braccio orizzontale ruotare attorno esclusivamente all'asse della colonna verticale, le sollecitazioni nell'accoppiamento del braccio e della colonna sono dovute sia a momento flettente che a forza normale. Il braccio orizzontale può quindi essere schematizzato come una trave incastrata. La condizione più sfavorevole prevede il paranco nella posizione più distante dall'asse della colonna verticale con un momento flettente massimo pari a:

$$M_{f,\max} = Pl_{br} = 6387 \text{ N} \times 2,5 \text{ m} = 15.967 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Si utilizza un acciaio da costruzioni S 235 (Tabella 45.1) con tensione ammissibile statica  $\sigma_{amm} = 150 \text{ MPa}$  (dal manuale). Il modulo di resistenza a flessione minimo  $Z_f$  è conseguentemente:

$$Z_f = \frac{M_{f,\max}}{\sigma_{amm}} = \frac{15.967.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{150 \text{ N/mm}^2} = 106.447 \text{ mm}^3 = 106 \text{ cm}^3$$

Il profilato IPN 160, che ha un modulo di resistenza a flessione  $Z_f = 117 \text{ cm}^3$  ( $W_x$  sul manuale), risulta adeguato.

Si effettua inoltre una verifica delle ali inferiori della via di corsa alle sollecitazioni di flessione indotte dalle ruote del carrello porta-paranco (Figura 49.12). Per questo, occorre prima calcolare lo spessore  $s$  dell'ala della trave IPN 160 che è la somma dello spessore  $e$ , misurato alla distanza  $b/4$ , e lo spessore rimanente per arrivare all'anima del profilato tenendo conto dell'inclinazione pari al 14%. Si determina quindi la sollecitazione massima sull'ala dovuta al carico  $P$  nel caso della trave IPN 160 e si constata che risulta inferiore alla tensione ammissibile.

$$s = e + \left( \frac{b}{4} - \frac{a}{2} \right) \cdot 0,14 = 9,5 \text{ mm} + \left( \frac{74 \text{ mm}}{4} - \frac{6,3 \text{ mm}}{2} \right) \times 0,14 = 11,65 \text{ mm}$$

$$49-3: \sigma_{\max} \cong \frac{3P}{s^2} = \frac{3 \times 6387 \text{ N}}{(11,65 \text{ mm})^2} = 141 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \sigma_{amm} = 150 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

Il braccio orizzontale può dunque ritenersi idoneo, per entrambe le verifiche. Si osserva che, essendo la via di corsa incastrata a un estremo, il momento flettente è nullo nella sezione di applicazione del carico e quindi non ci sono altre sollecitazioni da considerare per la verifica della tensione.

- b) Si sceglie una colonna a sezione circolare cava, in modo da avere un momento d'inerzia costante al variare della posizione angolare del braccio orizzontale. Avendo un'altezza di sollevamento imposta pari a 3 m, e tenendo conto dell'ingombro verticale di carrello e

paranco, si considera (dal manuale) un'altezza complessiva della colonna  $L = 3,6$  m. Le sollecitazioni sulla colonna sono un momento flettente costante  $M_{f,max}$  e un carico assiale di compressione pari alla forza  $P$ . Lo stato di sollecitazione è dunque di pressoflessione e andrebbe analizzata l'instabilità a compressione della colonna. Conviene procedere separatamente dimensionando prima la colonna a flessione che dovrebbe essere largamente prevalente sulla compressione e poi, sulla colonna così dimensionata, valutare la sollecitazione composta di pressoflessione.

$$20-7: \sigma_{max} = \frac{M}{Z_f} \leq \sigma_{amm} \Rightarrow Z_f = \frac{M}{\sigma_{amm}} = \frac{15.967.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{150 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 106.447 \text{ mm}^3$$

Scegliamo sul manuale il profilato circolare cavo (UNI 7811) avente diametro esterno  $D = 193,7$  mm, spessore  $s = 4,0$  mm e di modulo di resistenza a flessione  $Z_f = 110.710 \text{ mm}^3$  (indicato sul manuale con  $W = 110,71 \text{ cm}^3$ ). Altre caratteristiche del profilato sono: area  $A = 23,83 \text{ cm}^2$ , massa lineica  $m' = 18,59 \text{ kg/m}$  e raggio di inerzia  $k = 67,08$  mm (indicato sul manuale con  $\rho = 6,708 \text{ cm}$ ). Verifichiamo quindi questo profilato a pressoflessione tenendo presente che la sezione del profilato cavo tondo appartiene al tipo *a* (Tabella 49.1); per questo tipo di sezione e per l'acciaio S 235 in corrispondenza di  $\lambda = L_e/k = 3600 \text{ mm}/67,08 \text{ mm} = 54$  si legge, sulla Tabella del manuale,  $\omega = 1,12$ .

$$49-4, 21-1: \sigma = \frac{\omega P}{A} + \frac{M}{Z_f} = \frac{1,12 \times 6387 \text{ N}}{2383 \text{ mm}^2} + \frac{15.967.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{110.710 \text{ mm}^3} = 147 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \sigma_{amm} = 150 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \blacktriangleleft$$

La colonna risulta così verificata e, come si può osservare, la sollecitazione di flessione  $M/Z_f = 144 \text{ N/mm}^2$  è molto più alta di quella relativa al termine che tiene conto del carico di punta  $\omega P/A = 3 \text{ N/mm}^2$ .

## 5. Commenti

Nel caso di una sollecitazione di pressoflessione l'instabilità per carico di punta risulta notevolmente aggravata dalla presenza della flessione mano a mano che il carico normale  $P$  si avvicina al valore del carico critico di Eulero  $P_{cr}$ . Si tiene conto di questo moltiplicando il modulo di resistenza a flessione per  $\left[1 - (nP)/(\sigma_{cr}/A)\right]$  con  $n$  fattore di sicurezza e  $\sigma_{cr}$  carico critico unitario di Eulero.

$$\sigma = \frac{\omega P}{A} + \frac{M}{Z_f \left(1 - \frac{nP}{\sigma_{cr} A}\right)}$$

Preso un valore del fattore di sicurezza  $n = 1,5$ , il termine tra parentesi che figura al denominatore della frazione relativa al contributo della flessione risulta nel nostro caso prossimo all'unità e quindi trascurabile:

$$23-8: \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L_e/k)^2} = \frac{\pi^2 \times 206.000 \text{ MPa}}{54^2} = 697 \quad \left(1 - \frac{n P}{\sigma_{cr} A}\right) = 1 - \frac{1,5}{697} \frac{6387 \text{ N}}{3206 \text{ mm}^2} = 0,99$$

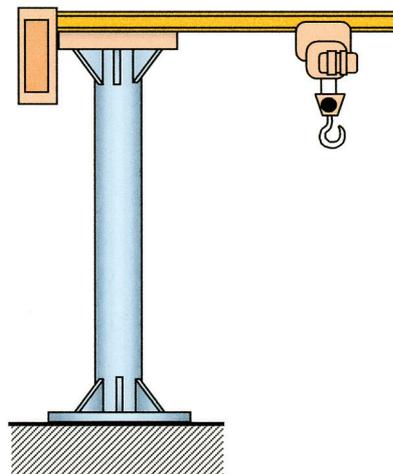


Fig. 1990 - Schizzo della gru a bandiera.

## 1991. Trasmissione a cinghie trapezoidali e albero intermedio

Una macchina operatrice, funzionante a 750 giri/min, è azionata, mediante una trasmissione a cinghie trapezoidali con due successive riduzioni, da un albero motore rotante a 2520 giri/min. L'albero intermedio della trasmissione è sorretto da cuscinetti volventi e porta calettata una puleggia scanalata a gradini, a due diametri. Tale puleggia riceve il moto mediante tre cinghie di sezione A UNI 5265, che sono montate sul gradino di diametro maggiore, essendo pari a 180 mm il valore del diametro primitivo. A sua volta, la puleggia calettata sull'albero motore ha il diametro primitivo pari a 100 mm.

Il candidato con riferimento alla potenza massima trasmissibile dalle suddette cinghie di sezione A, fissato con giustificato criterio ogni altro dato necessario, esegua:

- il proporzionamento della trasmissione;
- il dimensionamento dell'albero intermedio, nell'ipotesi che il tiro delle cinghie della prima riduzione sia parallelo e di verso opposto a quello della seconda riduzione;
- il disegno di fabbricazione della puleggia a gradini;
- il ciclo di lavorazione della puleggia a gradini per una produzione di piccola serie a partire da un grezzo ottenuto per fusione, dopo aver scelto il materiale e aver definiti, con uno schizzo quotato, la forma e le dimensioni del grezzo stesso.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- puleggia calettata sull'albero motore azionato dal motore primo M:  $n_1 = 2520$  giri/min, diametro primitivo  $d_1 = 100$  mm;
- gradino maggiore della puleggia: diametro primitivo  $d_2 = 180$  mm;
- macchina utilizzatrice U con puleggia 4:  $n_4 = 750$  giri/min;
- trasmissione a cinghie trapezoidali: sezione A,  $z = 3$  cinghie.

Quesiti:

- potenza di progetto  $P_{\text{prog}}$  trasmessa dall'albero motore;
- proporzionamento della trasmissione nel tratto tra il gradino minore e l'ultima puleggia;
- azioni sull'albero  $F_2$  ed  $F_3$  delle due pulegge sull'albero intermedio;
- ingombri assiali  $b_2$  e  $b_3$  della puleggia a gradino e dimensionamento del diametro  $d_{2,3}$  dell'albero intermedio.

## 2. Schema dell'impianto: *Figura 1991-a*

## 3. Scelta dei dati mancanti

– come materiale dell'albero intermedio si può scegliere un acciaio bonificato C 40 poiché la trasmissione non richiede particolari prestazioni (*Tabella 44.1*): resistenza a rottura  $R_m = 650 \div 800$  MPa, limite di snervamento  $R_e = 460$  MPa; tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = 72,2$  MPa con fattore di sicurezza  $n = 9$ .

## 4. Soluzione

a) Il rapporto di trasmissione complessivo  $i_{1/4}$  fra le pulegge 1 e 4 è (**25-34**) il prodotto del rapporto di trasmissione parziale  $i_{1/2}$  tra le ruote 1 e 2 e il rapporto  $i_{3/4}$  tra le ruote 3 e 4; il rapporto di trasmissione si può esprimere come rapporto tra le velocità di rotazione oppure del reciproco del rapporto tra i diametri (**16-12**).

$$i_{1/4} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{2520 \text{ giri/min}}{750 \text{ giri/min}} = 3,36; \quad i_{1/2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{180 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 1,8; \quad i_{1/4} = i_{1/2} \cdot i_{3/4} \Rightarrow i_{3/4} = \frac{i_{1/4}}{i_{1/2}} = \frac{3,36}{1,8} = 1,87$$

$$i_{3/4} = 1,87 = \frac{n_3}{n_4} \Rightarrow n_3 = 1,87 \cdot n_4 = 1,87 \times 750 \frac{\text{giri}}{\text{min}} = 1402,5 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \approx 1400 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Le pulegge 2 e 3 sono calettate sullo stesso albero e quindi è:  $n_2 = n_3 = 1400 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$ .

I diametri primitivi assegnati alle pulegge 1 e 2,  $d_1 = 100$  mm e  $d_2 = 180$  mm, sono dei diametri consentiti (*Tabella 26.4*); il loro rapporto di trasmissione è  $i_{1/2} = 1,8$ . Essendo il valore del rapporto di trasmissione delle ruote 3 e 4 molto vicino ( $i_{3/4} = 1,87 \approx 1,8$ ), si possono fissare gli stessi valori anche per le pulegge 3 e 4:  $d_3 = 100$  mm e  $d_4 = 180$  mm.

Calcolo dell'interasse minimo  $C$  (indicato nei manuali anche con il simbolo  $I$ ) in prima approssimazione:

$$\mathbf{26-17:} \quad C_{1-2} \cong \frac{d_2 + d_1}{2} + d_1 = \frac{180 \text{ mm} + 100 \text{ mm}}{2} + 100 \text{ mm} = 240 \text{ mm}$$

$$\mathbf{26-2:} \quad L_{1-2} = 2C_{1-2} + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4C_{1-2}} = 2 \times 240 \text{ mm} + \frac{\pi \times 280 \text{ mm}}{2} + \frac{(80 \text{ mm})^2}{4 \times 240 \text{ mm}} = 926,5 \text{ mm}$$

Avendo a disposizione la tabella completa<sup>1991.1</sup>, si trova che la lunghezza unificata disponibile della cinghia di tipo A più vicina al valore teorico di 926,5 mm è  $L_{1-2} = 925$  mm. Al candidato, che non sia in grado di trovare sul manuale il valore della lunghezza unificata, si consiglia di procedere con il valore teorico ricavato sopra, eventualmente arrotondandolo a 950 mm.

Calcolo dell'interasse effettivo  $C_{1-2, \text{eff}}$  con  $L_{1-2} = 925$  mm:

$$\begin{aligned} \mathbf{26-3:} \quad C_{1-2, \text{eff}} &= \frac{1}{4} \left\{ \left[ L_{1-2} - \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) \right] + \sqrt{\left[ L_{1-2} - \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) \right]^2 - 2(d_2 - d_1)^2} \right\} = \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \left[ 925 \text{ mm} - \frac{\pi}{2} \times 280 \text{ mm} \right] + \sqrt{\left[ 925 \text{ mm} - \frac{\pi}{2} \times 280 \text{ mm} \right]^2 - 2(80 \text{ mm})^2} \right\} = 221,8 \text{ mm} \end{aligned}$$

L'angolo di avvolgimento  $\theta_1$  sulla puleggia 1 è ricavabile una volta noto l'angolo  $\phi$  di inclinazione dei rami della cinghia:

$$\mathbf{26-1:} \quad \phi = \arcsin \frac{d_2 - d_1}{2C_{1-2}} = \arcsin \frac{180 \text{ mm} - 100 \text{ mm}}{2 \times 221,8 \text{ mm}} = 10,4^\circ$$

$$\mathbf{26-1':} \quad \theta_1 = 180^\circ - 2\phi = 180^\circ - 2 \times 10,4^\circ = 159,2^\circ \Rightarrow C_\theta = 0,95$$

*Figura 26.13* (sulla retta della sezione A per  $L = 925$  mm):  $C_e = 0,90$

La velocità  $v_{1-2}$  della cinghia nel tratto tra le pulegge 1 e 2 vale:

$$\mathbf{6-13:} \quad v_{1-2} = \frac{\pi d_1 n_1 [\text{giri/min}]}{60 \text{ s/min}} = \frac{\pi \times 0,100 \text{ m} \times 2520 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 13,2 \text{ m/s}$$

*Tabella 26.5* (per  $d_2/d_1 = 1,8$ ):  $C_b = 1,12$

$$\mathbf{26-18} \text{ (calcolo del diametro equivalente): } d_{e1} = C_{b1} d = 1,12 \times 100 \text{ mm} = 112 \text{ mm}$$

La potenza di riferimento  $P_1$  trasmissibile dalla singola cinghia è (*Tabella 26.6* o tabelle del manuale):

$$P_1 = \left[ \left( 0,61 \cdot v^{-0,09} - \frac{26,68}{d_e} - 1,04 \times 10^{-4} \cdot v^2 \right) v \right] \cdot 0,7355 =$$

**1991.1** - Non tutti i manuali riportano la lunghezza unificata delle cinghie e anche quelli che hanno una tabella con la lunghezza unificata non ne riportano tutti i valori. Al candidato, che non sia in grado di trovare sul manuale il valore della lunghezza unificata, si consiglia di procedere arrotondando il valore teorico ricavato con la relazione **26-2**. Si tenga presente che variazioni, anche del 5 ÷ 6%, della lunghezza della cinghia non influenzano in modo apprezzabile il valore dei coefficienti correttivi  $C_e$  (per la lunghezza della cinghia) e  $C_\theta$  (per l'angolo di avvolgimento  $\theta$ ) che figurano nella formula della potenza effettiva trasmissibile  $P_{\text{eff}}$ .

$$= \left[ \left( 0,61 \cdot \left( 13,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^{-0,09} - \frac{26,68}{112 \text{ mm}} - 1,04 \times 10^{-4} \cdot \left( 13,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) \times 13,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cdot 0,7355 = 2,2 \text{ kW}$$

$$\mathbf{26-19:} P_{\text{eff}} = P_1 C_e C_\theta = 2,2 \text{ kW} \times 0,90 \times 0,95 = 1,88 \text{ kW}$$

Potenza di progetto  $P_{\text{prog}}$  trasmessa dall'albero motore 1 mediante  $z = 3$  cinghie:

$$P_{\text{prog}} = z P_{\text{eff}} = 3 \times 1,88 \text{ kW} = 5,6 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Passiamo adesso al tratto tra le pulegge 3 e 4 con la puleggia 3 che, come si è visto sopra, ruota alla velocità  $n_3 = n_2 = 1400$  giri/min, mentre la puleggia 4 della macchina operatrice ruota alla velocità assegnata  $n_4 = 750$  giri/min. Trascurando i rendimenti, la potenza che questo tratto potrà trasmettere sarà al massimo pari alla potenza di progetto di 5,6 kW. Dalla *Figura 26.12* che dà la velocità in funzione della potenza di progetto (oppure sul manuale), si vede che per  $n_3 = 1400$  giri/min e  $P_{\text{prog}} = 5,6$  kW siamo ancora nel campo delle cinghie di tipo A. Con i diametri primitivi scelti all'inizio, la velocità periferica  $v_{3,4}$  della cinghia si può ricavare facendo una proporzione con la velocità  $v_{1,2}$ :

$$\frac{v_{3,4}}{v_{1,2}} = \frac{d_3}{d_4} \Rightarrow v_{3,4} = v_{1,2} \frac{d_3}{d_4} = 13,2 \text{ m/s} \times \frac{100 \text{ mm}}{180 \text{ mm}} = 7,3 \text{ m/s}$$

Nuovamente si calcola la potenza di riferimento  $P_1$  trasmissibile dalla singola cinghia, mentre il valore dei coefficienti correttivi rimangono invariati poiché non è cambiato il valore dei diametri delle pulegge:

$$P_1 = \left[ \left( 0,61 \cdot v^{-0,09} - \frac{26,68}{d_e} - 1,04 \times 10^{-4} \cdot v^2 \right) v \right] \cdot 0,7355 =$$

$$= \left[ \left( 0,61 \cdot \left( 7,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^{-0,09} - \frac{26,68}{112 \text{ mm}} - 1,04 \times 10^{-4} \cdot \left( 7,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) \times 7,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cdot 0,7355 = 1,4 \text{ kW}$$

$$P_{3,4,\text{eff}} = P_1 C_e C_\theta = 1,4 \text{ kW} \times 0,90 \times 0,95 = 1,2 \text{ kW}$$

Assumendo la potenza da trasmettere uguale alla potenza di progetto ( $P = P_{\text{prog}} = 5,6$  kW), il numero  $z$  delle cinghie risulta:

$$\mathbf{26-20:} z = \frac{P_{\text{prog}}}{P_{3,4,\text{eff}}} = \frac{5,6 \text{ kW}}{1,2 \text{ kW}} = 4,7 \Rightarrow z = 5 \text{ cinghie} \quad \blacktriangleleft$$

c) Assunto un coefficiente di attrito effettivo<sup>1991.2</sup> della trasmissione a cinghia trapezoidale  $\mu' = 0,5$ , le due tensioni<sup>1991.3</sup>  $T$  e  $t$ , rispettivamente sul tratto teso e sul tratto lasco della coppia di pulegge, si possono calcolare con le relazioni fondamentali **26-10** e **26-16**. Si ricorda che l'angolo di avvolgimento  $\theta$ , che figura in quest'ultima equazione come esponente di  $e$  (base dei logaritmi naturali), va convertito (*Tabella I*) in radianti ( $\theta_1 = 159,2^\circ \times 0,0175 \text{ rad}/1^\circ = 2,8 \text{ rad}$ ). Per la puleggia 2 si ha:

$$\begin{cases} P = (T_2 - t_2)v \Rightarrow T_2 - t_2 = \frac{P_{\text{prog}}}{v} = \frac{5600 \text{ W}}{13,2 \text{ m/s}} = 424 \text{ N} \\ \frac{T_2}{t_2} = e^{0,5\theta} \Rightarrow \frac{T_2}{t_2} = e^{0,5 \times 2,8 \text{ rad}} = 4,0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 - t_2 = 424 \\ \frac{T_2}{t_2} = 4 \end{cases}$$

$$T_2 - t_2 = 424 \Rightarrow T_2 = 424 + t_2 \Rightarrow 4t_2 = 424 + t_2 \Rightarrow 4t_2 - t_2 = 424 \Rightarrow t_2 = \frac{424}{3} = 141,3 \text{ N}$$

$$T_2 = 424 + t_2 = 424 + 141,3 = 563,3 \text{ N}$$

La risultante  $F_2$  delle due tensioni  $T_2 = 563 \text{ N}$  e  $t_2 = 141 \text{ N}$  nei tratti liberi è:

$$\mathbf{26-7''}: F_2 = (T_2 + t_2)\cos\phi = (563 \text{ N} + 141 \text{ N})\cos 10,4^\circ = 692 \text{ N}$$

oppure, approssimata con:  $F_2 \cong T_2 + t_2 = 563 \text{ N} + 141 \text{ N} = 704 \text{ N}$  ◀

Si vede che l'errore che si commette usando la formula approssimata<sup>1991.4</sup> è piuttosto modesto, circa il 2%; oltretutto il valore approssimato è maggiore del valore corretto ed è quindi a favore della stabilità. Nel seguito verrà perciò utilizzato il valore approssimato. Ripetendo il calcolo per la puleggia 3 si ha:

**1991.2** - Per una cinghia trapezoidale il *coefficiente di attrito effettivo* è  $\mu' = \mu/\sin\alpha$  con  $\mu$  coefficiente di attrito di riferimento, in assenza cioè delle scanalature proprie della cinghia trapezoidale, e  $\alpha$  angolo di semiapertura della gola. Consultando i manuali si può ricavare il valore dell'angolo di semiapertura che oscilla tra  $17^\circ$  e  $19^\circ$  a seconda del tipo e del diametro di riferimento  $d$  della puleggia minore (UNI 5266); dividendo  $\mu$  per il seno di  $\alpha$ , si potrebbe così ricavare il valore di  $\mu'$ . Nella maggioranza dei casi di cinghie trapezoidali presenti in commercio, si è tuttavia rilevato lo stesso valore del coefficiente di attrito di riferimento  $\mu = 0,13$ , cosicché il valore del coefficiente di attrito effettivo  $\mu'$  si aggira attorno a 0,5. Ad esempio, la Gates Rubber Company dichiara che il proprio coefficiente di attrito effettivo vale 0,5123. Conviene allora, per semplicità, nel caso delle cinghie trapezoidali approssimare il coefficiente di attrito effettivo con l'unico valore  $\mu' = 0,5$  cosicché il rapporto delle tensioni  $T_1/T_2 = e^{\mu\theta/\sin\alpha}$  nella **26-16** diviene  $T_1/T_2 = e^{0,5\theta}$  con  $\theta$  angolo di avvolgimento.

**1991.3** - Di solito indichiamo con  $T_1$  e  $T_2$  rispettivamente le tensioni sul lato teso e sul lato lasco di una coppia di pulegge. Quando invece vi sono più coppie di pulegge e/o di ruote dentate, risulta più chiaro individuare le tensioni rispettivamente sul tratto teso e sul tratto lasco della generica coppia di pulegge con  $T$  (al posto di  $T_1$ ) e  $t$  (invece di  $T_2$ ).

**1991.4** - Si ricorda che (*Scheda 26.1*) la risultante delle azioni sull'albero è la somma vettoriale dei due tiri di cinghia  $T_1$  e  $T_2$  evidenziati in *Figura 1991-d*. L'angolo  $\phi$  però è sempre molto piccolo e quindi il valore del suo coseno è prossimo a 1 ( $\cos\phi \approx 1$ ). L'errore che si commette a usare l'espressione approssimata  $F = (T_1 + T_2)\cos\phi \cong T_1 + T_2$  nella relazione **26-7''** è perciò minimo.

$$P = (T_3 - t_3)v \Rightarrow T_3 - t_3 = \frac{P_{\text{prog}}}{v} = \frac{5600 \text{ W}}{7,3 \text{ m/s}} = 767 \text{ N} \Rightarrow 4t_3 - t_3 = 767 \text{ N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_3(4 - 1) = 767 \text{ N} \Rightarrow t_3 = \frac{767 \text{ N}}{3} = 255,67 \text{ N}; T_3 = 4t_3 = 4 \times 255,67 \text{ N} = 1022,67 \text{ N}$$

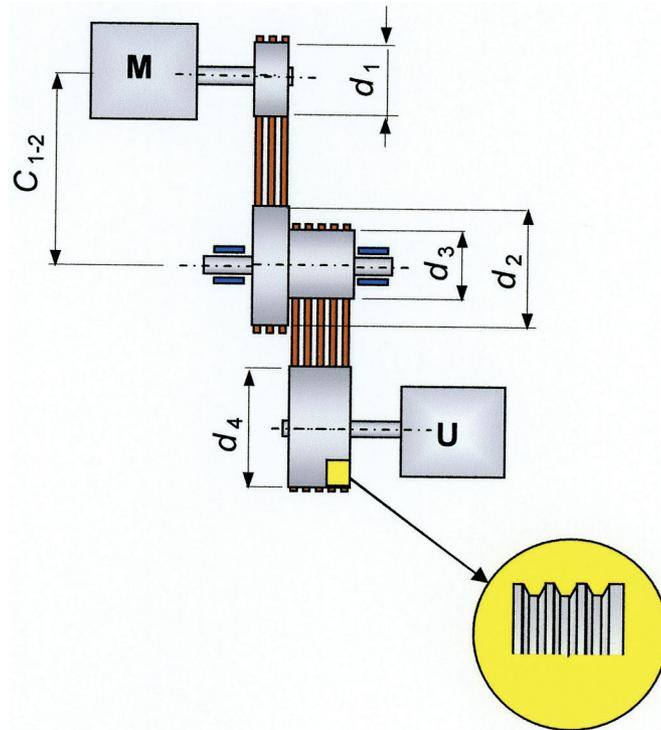


Fig. 1991-a - Schema della trasmissione tra motore primo M e utilizzatore U. Trattandosi di più di due pulegge, useremo, al posto della notazione abituale con  $d$  puleggia più piccola e  $D$  puleggia di diametro maggiore, i simboli  $d_1, d_2, d_3$  e  $d_4$  per indicare i diametri delle diverse pulegge.

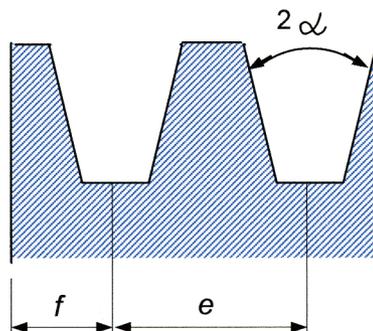


Fig. 1991-b - Dimensioni delle pulegge utilizzate per il calcolo dell'ingombro assiale (vedere la Figura 26.11-a del secondo volume).

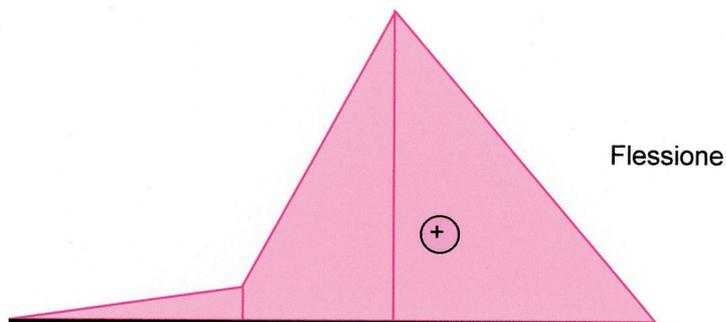
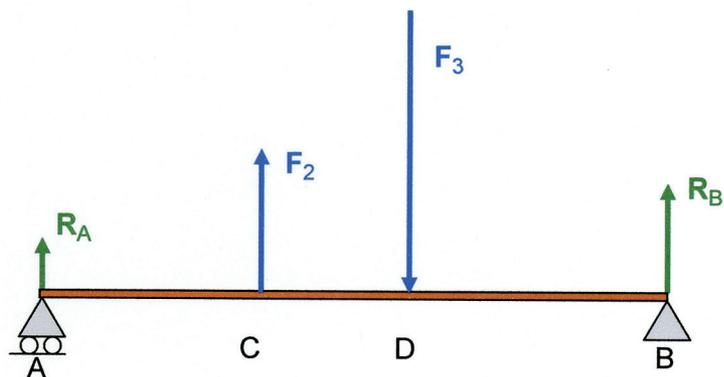
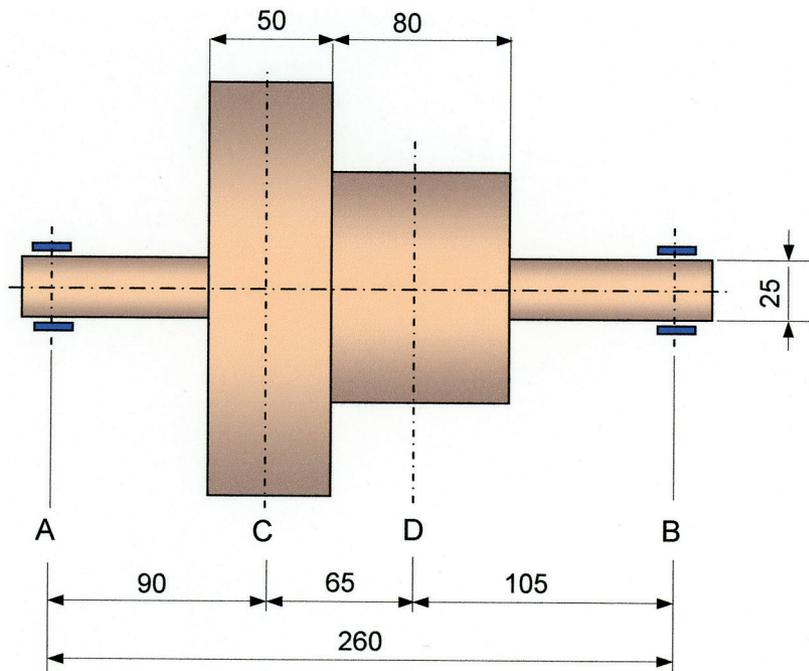
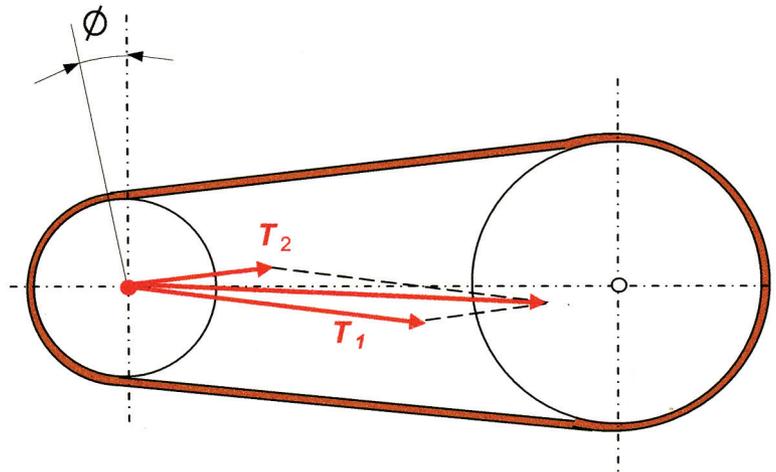


Fig. 1991-c - Schizzo quotato con carichi sull'albero intermedio e diagramma del momento flettente (le lunghezze sono in millimetri). Come specificato nell'enunciato del tema, il tiro delle cinghie della prima riduzione è parallelo e di verso opposto a quello della seconda riduzione.

Fig. 1991-d - La risultante delle azioni sull'albero è la somma vettoriale dei due tiri di cinghia  $T_1$  e  $T_2$ , ed è quindi inclinata rispetto alla congiungente i due centri<sup>1991.4</sup>. In prima approssimazione si assume la risultante orientata come la congiungente dei due centri di rotazione e di valore pari a  $T_1 + T_2$  (26-7").



La risultante  $F_3$  delle due tensioni  $T_3 = 1023 \text{ N}$  e  $t_3 = 256 \text{ N}$  nei tratti liberi è:

$$F_3 \cong T_3 + t_3 = 1023 \text{ N} + 256 \text{ N} = 1279 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

d) Sul manuale sono riportate le dimensioni unificate delle pulegge (norma UNI 5266) per cinghie trapezoidali di tipo A (Figura 1991-b):

- distanza fra due gole successive  $e = 15 \text{ mm}$  (qui  $e$  indica una lunghezza e non la base dei logaritmi naturali);
- larghezza delle spalle esterne  $f = 10 \text{ mm}$ .

$$\text{Ingombro assiale: } b_2 = (z - 1)e + 2f = (3 - 1) \times 15 \text{ mm} + 2 \times 10 \text{ mm} = 50 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{Ingombro assiale: } b_3 = (z - 1)e + 2f = (5 - 1) \times 15 \text{ mm} + 2 \times 10 \text{ mm} = 80 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Nello schema (Figura 1991-c) si suppone che la distanza fra gli appoggi sia pari a due volte la larghezza  $b_{2,3}$  di 130 mm della puleggia a gradino e che le forze derivanti dal tiro delle cinghie siano disposte al centro di ciascun gradino e simmetriche rispetto alla mezzzeria dell'albero; si trascura il peso proprio delle due pulegge. Le conseguenti reazioni vincolari negli appoggi A e B, assunte complanari come indicato nel testo, sono:

$$4-1: \curvearrowright \Sigma M_B = 0 \Rightarrow -R_A \times 0,260 \text{ m} - 704 \text{ N} \times 0,170 \text{ m} + 1279 \text{ N} \times 0,105 \text{ m} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_A = \frac{-704 \text{ N} \times 0,170 \text{ m} + 1279 \text{ N} \times 0,105 \text{ m}}{0,260 \text{ m}} = 56,2 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_A = 56 \text{ N} \uparrow$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A + F_2 - F_3 + R_B = 0 \Rightarrow R_B = -56 \text{ N} - 704 \text{ N} + 1279 \text{ N} =$$

$$= 519 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_B = 519 \text{ N} \uparrow$$

Diagramma del momento flettente (Figura 1991-c) con le forze  $F_2$  ed  $F_3$  applicate rispettivamente in C (calcolato iniziando da sinistra: tratto AC) e D (calcolato iniziando da destra: tratto BD):

$$\textcircled{D} \Sigma M_C = 0 \Rightarrow -R_A \cdot AC + M_C = 0 \Rightarrow M_C = +56 \text{ N} \times 0,090 \text{ m} = +5,0 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\textcircled{D} \Sigma M_D = 0 \Rightarrow +R_B \cdot BD - M_D = 0 \Rightarrow M_D = +519 \text{ N} \times 0,105 \text{ m} = +54,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Il diagramma di momento flettente (*Figura 1991-c*) evidenzia in D il momento massimo pari a  $M_{f,\max} = 54,5 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Si calcola allora con l'acciaio C 40 avente una  $\sigma_{\text{amm},f} = 72,2 \text{ MPa}$ , il diametro dell'albero intermedio  $d_{2-3}$ , al cui valore di 19,7 mm va poi aggiunto quello della profondità di cava  $t_1 = 3,5 \text{ mm}$  dovuta alla presenza della chiavetta di calettamento per valori del diametro compresi tra 17 e 22 mm (*Tabella 44.2*). Il diametro maggiorato pari a 23,2 mm viene infine portato a 25 mm per adeguarlo all'unificazione secondo le serie dei numeri normali citati nell'*Appendice C.1*.

$$44-1: d_{2-3} = \left( \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 54.500 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\pi \times 72,2 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 19,7 \text{ mm} \Rightarrow 25 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

## 1992. Trasmissione a cinghie trapezoidali e riduttore a denti dritti

Un ciclomotore è equipaggiato con un motore monocilindrico a due tempi che eroga la potenza di 1 kW al regime di 4000 giri/min. La trasmissione del moto dal motore alla ruota avviene mediante una frizione che comanda una trasmissione del tipo a cinghie trapezoidali azionante, a sua volta, un ingranaggio riduttore. Il riduttore è costituito da una coppia di ruote dentate cilindriche a denti dritti con la ruota condotta calettata sull'albero della ruota del ciclomotore. A frizione innestata il rapporto tra le velocità angolari della ruota e del motore è  $1/10$ .

Nell'ipotesi di un interasse tra motore e ruota di 450 mm, il candidato, dopo aver stabilito i rapporti parziali di trasmissione e aver opportunamente fissato ogni altro dato occorrente, esegua:

- il dimensionamento della trasmissione a cinghia e dell'ingranaggio riduttore;
- il disegno di fabbricazione della ruota dentata condotta sapendo che il diametro della sede su cui è calettata è di 20 mm;
- il ciclo di lavorazione della ruota dentata disegnata indicando le operazioni, le macchine utensili e le attrezzature occorrenti per una produzione di serie.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza del motore a combustione interna  $P = 1$  kW alla velocità  $n = 4000$  giri/min;
- rapporto di trasmissione globale  $i_{1/4} = \omega_1/\omega_4 = 10$  con  $\omega_1$  velocità angolare della ruota motrice (il motore) e  $\omega_4$  velocità angolare della ruota condotta (la ruota);
- interasse complessivo tra motore e ruota  $C_{1-4} = 450$  mm.

Quesiti:

- proporzionamento della trasmissione;
- dimensionamento delle cinghie trapezoidali;
- dimensionamento del riduttore a ruote dentate.

### 2. Schema dell'impianto: *Figura 1992*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- velocità periferica della cinghia  $v = 15$  m/s;
- modulo delle ruote dentate  $m = 2$ .

### 4. Soluzione

- Indichiamo i diametri  $d_1$  della puleggia motrice,  $d_2$  della puleggia condotta,  $d_3$  della ruota dentata motrice (pignone) e  $d_4$  della ruota dentata condotta. Fissato un valore della velo-

cità periferica  $v = 10,5$  m/s che cade nella fascia bassa dei valori consigliati ( $6 \div 30$  m/s), calcoliamo il diametro  $d_1$  della puleggia motrice.

$$\mathbf{6-13:} \quad v = \frac{\pi d_1 n_1 [\text{giri/min}]}{60 \text{ s/min}} \Rightarrow d_1 = \frac{v \cdot 60 \text{ s/min}}{\pi n_1 [\text{giri/min}]} = \frac{10,5 \text{ m/s} \times 60 \text{ s/min}}{\pi \times 4000 \text{ giri/min}} = 0,05 \text{ m} = 50 \text{ mm}$$

Dato il valore molto alto della velocità di rotazione ( $n = 4000$  giri/min) e il valore modesto della potenza ( $P = 1$  kW), scegliamo come sezione della cinghia trapezoidale una cinghia di tipo Z (grafico del manuale simile alla *Figura 26.12*) e adottiamo come valori dei diametri di riferimento unificati  $d_1 = 50$  mm e  $d_2 = 100$  mm (tabella del manuale simile alla *Tabella 26.4*). Calcolato il rapporto di trasmissione parziale  $i_{1/2} = 2$ , si può determinare il rapporto di trasmissione dell'ingranaggio riduttore  $i_{3/4}$ , essendo assegnato il rapporto di riduzione globale  $i_{1/4} = \omega_1/\omega_4 = 10$ , e le rispettive velocità.

$$\mathbf{26-12:} \quad i_{1/2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{160 \text{ mm}}{80 \text{ mm}} = 2 \quad n_2 = \frac{n_1}{i_{1/2}} = \frac{4000 \text{ giri/min}}{2} = 2000 \text{ giri/min}$$

$$\mathbf{25-34:} \quad i_{1/4} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = i_{1/2} \cdot i_{3/4} \Rightarrow i_{3/4} = \frac{i_{1/4}}{i_{1/2}} = \frac{10}{2} = 5 \quad n_4 = \frac{n_1}{i_{1/4}} = \frac{4000 \text{ giri/min}}{10} = 400 \text{ giri/min}$$

Utilizzando ruote dentate di modulo  $m = 2$  (*Scheda 25.1*), il rapporto tra i diametri e i denti degli ingranaggi devono per la **25-4** soddisfare  $i_{3/4} = d_4/d_3 = z_4/z_3 = 5$  con il diametro della ruota motrice  $d_3 = 28$  mm e quello della ruota condotta  $d_4 = 140$  mm. Sapendo che il numero minimo di denti del pignone di un ingranaggio cilindrico a denti diritti per un rapporto  $z_3/z_4 > 5$  è (*Tabella 25.1*)  $z_{3\text{min}} = 16$  denti, si sceglie un pignone con  $z_3 = 16$  denti e quindi un numero di denti della ruota condotta  $z_4 = i_{3/4} \cdot z_3 = 5 \times 16 = 80$  denti.

L'interasse (*Scheda 25.1*) tra le ruote dentate  $C_{3-4}$  (indicato nei manuali spesso con  $I$  anziché  $C$ ), vale  $C_{3-4} = (d_3 + d_4)/2 = 84$  mm. Per differenza dall'interasse globale assegnato  $C_{1-4} = 450$  mm, si ottiene l'interasse tra le pulegge:  $C_{1-2} = C_{1-4} - C_{3-4} = 366$  mm; valore che risulta accettabile poiché:

$$\mathbf{26-17:} \quad d_2 < C_{1-2} < 3(d_2 + d_1) \Rightarrow 160 \text{ mm} < 366 \text{ mm} < 3 \times (160 + 80) \text{ mm} = 720 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Calcoliamo i principali parametri della cinghia trapezoidale; nel calcolo della potenza di progetto consideriamo oltre al fattore di servizio  $K_S = 1,1$  (*Tabella 26.2*) anche un coefficiente di sicurezza o fattore di progetto  $n_{\text{prog}} = 1,1$ , dato il particolare tipo di applicazione particolarmente esposta agli urti e agli agenti atmosferici.

$$\mathbf{26-1:} \quad \phi = \arcsin \frac{d_2 - d_1}{2C_{1-2}} = \arcsin \frac{100 \text{ mm} - 50 \text{ mm}}{2 \times 366 \text{ mm}} = 3,9^\circ$$

$$\mathbf{26-1',} \quad \text{Figura 26.7: } \theta_1 = 180^\circ - 2\phi = 180^\circ - 2 \times 3,9^\circ = 172,2^\circ \Rightarrow C_\theta = 0,98$$

$$\mathbf{26-2:} \quad L_{1-2} = 2C_{1-2} + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4C_{1-2}} = 2 \times 366 \text{ mm} + \frac{\pi \times 150 \text{ mm}}{2} + \frac{(50 \text{ mm})^2}{4 \times 366 \text{ mm}} = 969 \text{ mm}$$

Manuale (simile alla *Figura 26.13*):  $C_e = 0,95$

*Tabella 26.5* (per  $d_2/d_1 = 2$ ):  $C_b = 1,12$

**26-18** (calcolo del diametro equivalente):  $d_{e1} = C_b d_1 = 1,12 \times 50 \text{ mm} = 56 \text{ mm}$

La potenza di riferimento  $P_1$  trasmissibile dalla singola cinghia Z è (dal manuale):

$$P_1 = \left[ \left( 0,34 \cdot v^{-0,09} - \frac{10,00}{d_e} - 0,64 \times 10^{-4} \cdot v^2 \right) v \right] \cdot 0,7355 =$$

$$= \left\{ \left[ 0,34 \cdot \left( 10,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^{-0,09} - \frac{10,00}{56 \text{ mm}} - 0,64 \times 10^{-4} \cdot \left( 10,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right] \times 10,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right\} \cdot 0,7355 = 0,69 \text{ kW}$$

$$\mathbf{26-13:} \quad P_{\text{prog}} = P_{\text{nom}} K_S n_{\text{prog}} = 1 \text{ kW} \times 1,1 \times 1,1 = 1,21 \text{ kW}$$

$$\mathbf{26-19:} \quad P_{\text{eff}} = P_1 C_e C_\theta = 0,69 \text{ kW} \times 0,95 \times 0,98 = 0,64 \text{ kW}$$

$$\mathbf{26-20:} \quad z = \frac{P_{\text{prog}}}{P_{\text{eff}}} = \frac{1,21 \text{ kW}}{0,64 \text{ kW}} = 1,89 \Rightarrow z = 2 \text{ cinghie} \quad \blacktriangleleft$$

c) Risolviamo l'equazione di Lewis rispetto alla larghezza  $b$  della dentatura sapendo (*Scheda 25.1*) che questa è uguale alla costante di proporzionalità  $\lambda$  moltiplicata per il modulo  $m$ :  $b = \lambda m$ . Calcoliamo poi coppia trasmessa  $M$ , velocità  $v_3$  della ruota motrice da cui dipende il coefficiente di velocità  $K_v^{1992.1}$  e gli altri parametri che figurano nell'equazione di Lewis; per il materiale assumiamo una ghisa grigia EN-GJL-250 con tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm}} = 50 \text{ MPa}$  (*Tabella 25.4*).

$$\mathbf{25-29:} \quad m = \left( \frac{2K_v M}{\lambda Y z_3 \sigma_{\text{amm}}} \right)^{1/3} \Rightarrow m^3 = \frac{2K_v M}{\left( \frac{b}{m} \right) Y z_3 \sigma_{\text{amm}}} \Rightarrow b = \frac{2K_v M}{m^2 Y z_3 \sigma_{\text{amm}}}$$

$$\mathbf{20-12:} \quad M = 9,55 \frac{P}{n} = 9,55 \times \frac{1.000 \text{ W}}{4000 \text{ giri/min}} = 2,39 \text{ N}\cdot\text{m}$$

**1992.1** - Si ricorda che il coefficiente dinamico è stato ridefinito come il reciproco di quello utilizzato nelle norme precedenti, per cui adesso è maggiore di 1 mentre prima era inferiore a 1. Nei manuali si può trovare ancora la vecchia formulazione del coefficiente dinamico con la quale si ottiene un numero inferiore a 1, valore che va quindi inserito al denominatore della frazione data dal manuale per il calcolo del modulo a flessione con la formula di Lewis.

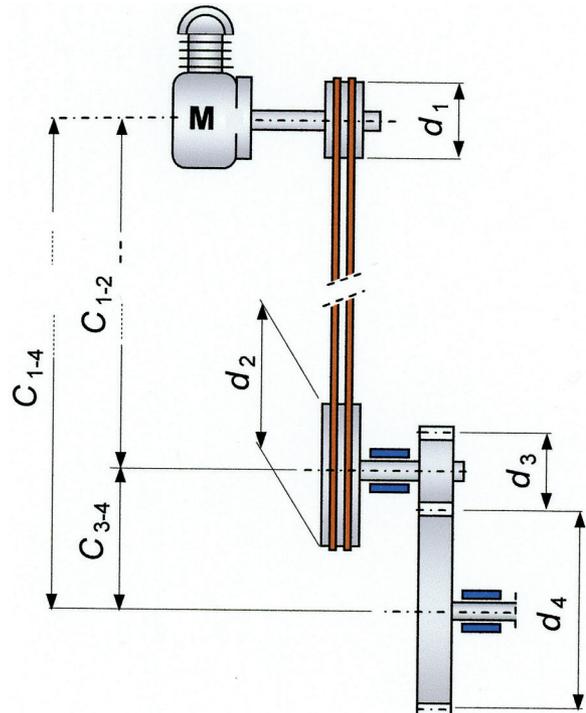
$$6-13: v_3 = \omega_3 r_3 = \frac{2\pi n_3}{60 \text{ s/min}} \frac{d_3}{2} = \frac{2 \times \pi \times 2000 \text{ giri/min} \times 0,028 \text{ m}}{60 \text{ s/min} \times 2} = 2,9 \text{ m/s} \approx 3 \text{ m/s}$$

$$\text{Tabella 25.3: } K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 3 \text{ m/s}}{3,05} = 1,98$$

Tabella 25.2 ( $z_1 = 16$ ):  $Y = 0,296$  (fattore di forma secondo Lewis)

$$b = \frac{2K_v M}{m^2 Y z_3 \sigma_{\text{amm}}} = \frac{2 \times 1,98 \times 2390 \text{ N}\cdot\text{mm}}{2^2 \times 0,296 \times 16 \times 50 \text{ N/mm}^2} = 10 \text{ mm}$$

Fig. 1992 - Schema della trasmissione.



## 1992E\*. Ingranaggio conico e accoppiamento scanalato

La ruota motrice di un ingranaggio conico ad assi concorrenti e ortogonali è ricavata direttamente dall'albero motore che è montato su due cuscinetti volventi e riceve il moto dal motore tramite un giunto.

L'albero con la ruota conica è realizzato in acciaio C 40 UNI 7845 ed è costituito dalle seguenti parti in ordine di successione:

- tratto cilindrico avente un diametro di 20 mm e lunghezza di 40 mm. Tale tronco presenta nel suo tratto iniziale scanalature longitudinali per il calettamento del semigiunto di trasmissione;
- il profilo delle scanalature è del tipo con appoggio medio e centraggio interno UNI 221;
- tronco cilindrico avente diametro di 25 mm e lunghezza di 15 mm, sede di un anello di tenuta;

- gola di alloggiamento di un anello elastico di sicurezza. La gola ha la larghezza di 2,15 mm e il diametro di fondo di 23,90 mm;
- perno avente il diametro di 25 mm e la lunghezza di 22 mm, sede del primo cuscinetto volvente;
- tronco cilindrico di raccordo tra le sedi dei cuscinetti avente il diametro di 23 mm e la lunghezza di 40 mm;
- perno avente il diametro di 30 mm e la lunghezza di 20 mm, sede del secondo cuscinetto volvente;
- tronco conico dentato.

La ruota conica, con dentatura normale a denti dritti, con profilo a evolvente, ha le seguenti caratteristiche:

- modulo  $m = 4$  mm;
- numero di denti  $z = 18$ ;
- semiangolo del cono primitivo  $\delta = 26^\circ 34'$ ;
- larghezza della dentatura  $b = 30$  mm;
- angolo di pressione  $\beta = 20^\circ$ .

Il candidato, per una potenza trasmessa dal giunto di 4 kW a 900 giri/min, assunto con giustificato criterio ogni altro dato occorrente, esegua:

- la verifica a resistenza della sede del semigiunto e il calcolo della lunghezza del tratto scanalato;
- la verifica del modulo della ruota dentata;
- il disegno di fabbricazione dell'albero con la ruota conica riportando le tolleranze dimensionali, le rugosità, e ogni altro particolare costruttivo non indicato nella descrizione effettuata (smussi, raccordi ecc.);
- il ciclo di lavorazione, per una produzione di media serie, dell'organo meccanico disegnato definendo il grezzo di partenza e indicando, per ogni operazione, la macchina utensile, le fasi, le attrezzature, gli utensili e gli strumenti di misura necessari.

(\*) - Programma sperimentale Ergon.

## 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza trasmessa dal giunto  $P = 4$  kW alla velocità di rotazione  $n_1 = 900$  giri/min;
- diametro dell'albero  $d = 20$  mm realizzato in acciaio C 40 con (Tabella 25.4) tensione ammissibile  $\sigma_{amm} = 140$  MPa e pressione ammissibile  $p_{amm} = 500 \div 520$  MPa.
- dentatura conica con modulo  $m = 4$  mm, numero di denti  $z_1 = 18$ ; semiangolo del cono primitivo  $\gamma_1 = 26^\circ 34' = 26^\circ + (34/60)^\circ = 26,57^\circ$  (nel volume 2 del corso abbiamo usato il simbolo  $\gamma$  invece di  $\delta$ ), larghezza della dentatura  $b = 30$  mm e angolo di pressione normale  $\phi = 20^\circ$  ( $\phi$  è il simbolo usato nel volume 2 per l'angolo di pressione al posto di  $\beta$ ).

Quesiti:

- verifica a resistenza della sede del semigiunto e calcolo della lunghezza  $L_{sc}$  del tratto scanalato;
- verifica del modulo della ruota dentata.

## 2. Schema dell'ingranaggio conico: *Figura 1992E*

### 3. Soluzione

- a) È assegnato il diametro esterno  $D = 20$  mm dell'albero scanalato. In corrispondenza degli scanalati a denti diritti (serie normale, UNI 8953) si legge sul manuale il profilo 6x16x20 con  $z = 6$  denti, diametro interno  $d = 16$  mm e diametro esterno  $D = 20$  mm (la larghezza della scanalatura è  $B = 4$  mm). Verifichiamo quindi il diametro interno dell'albero  $d = 16$  mm a torsione, valutandone la tensione tangenziale massima  $\tau_{max}$  che viene posto uguale alla tensione ammissibile a fatica  $\tau_{amm}$ . Tenendo presente che (*Tabella 44.1*) l'acciaio bonificato C 40 assegnato ha come resistenza a trazione  $\sigma_u = 650$  MPa, si calcola la tensione tangenziale  $\tau_u$  corrispondente e infine si valuta il valore del fattore di sicurezza che, risultando  $n = 7,1$ , è accettabile (*Paragrafo 44.1.2*).

$$7-10': P = M_t \omega = M_t \frac{2\pi n [\text{giri/min}]}{60 [\text{s/min}]} \Rightarrow M_t = \frac{60P}{2\pi n} = \frac{60 \text{ s/min} \times 4000 \text{ W}}{2 \times \pi \times 900 \text{ giri/min}} = 42,4 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$20-11, 20-11', 19-14: \tau_{max} = \frac{M_t}{Z_t} = \frac{M_t}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16M_t}{\pi d^3} = \frac{16 \times 42.400 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times (16 \text{ mm})^3} = 52,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \tau_{amm,f}$$

$$19-15: \tau_u = \frac{\sigma_u}{\sqrt{3}} = 0,577 \cdot \sigma_u = 0,577 \times 650 \text{ N/mm}^2 = 375 \text{ N/mm}^2$$

$$19-12: n = \frac{\text{resistenza del materiale}}{\text{tensione ammissibile}} = \frac{\tau_u}{\tau_{amm,f}} = \frac{375 \text{ N/mm}^2}{52,7 \text{ N/mm}^2} = 7,1 \quad \blacktriangleleft$$

Il rapporto tra la lunghezza dello scanalato  $L_{sc}$  e il diametro  $d$  dell'albero è:

$$45-8: \frac{L_{sc}}{d} = \frac{m \cdot \Omega}{k} \quad \text{con} \quad \Omega = \frac{d^2}{(D+d)(D-d)z}$$

dove:

$m$  = coefficiente tabulato in funzione del tipo di servizio e del trattamento delle superfici a contatto (sul manuale si legge  $m = 2,10$  per accoppiamenti fissi o scorrevoli non sotto carico);

$\Omega$  = caratteristica geometrica del profilo scanalato (UNI 221, centraggio interno e appoggio medio);

$k$  = coefficiente tabulato in funzione del tipo di servizio (sul manuale si legge  $k = 0,85$  per lavorazione non molto precisa);

$D$  = diametro esterno dell'albero scanalato;

$d$  = diametro interno dell'albero scanalato;

$z$  = numero di risalti (o di scanalature).

$$\Omega = \frac{d^2}{(D+d)(D-d)z} = \frac{(16 \text{ mm})^2}{(20 \text{ mm} + 16 \text{ mm})(20 \text{ mm} - 16 \text{ mm}) \times 6} = 0,296 \approx 0,3$$

$$\frac{L_{sc}}{d} = \frac{m \cdot \Omega}{k} = \frac{2,10 \times 0,3}{0,85} = 0,74 \Rightarrow L_{sc} = 0,74d = 0,74 \times 16 \text{ mm} = 11,8 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Prendiamo allora un tratto utile di 20 mm, tenendo presente che per un appoggio stretto o medio (qui si è preso un appoggio medio) il rapporto  $L_{sc}/d$  non deve risultare superiore a 1,5, mentre per un appoggio ampio deve essere compreso tra 1,5 e 2,5 in modo da assicurare una ripartizione assiale uniforme del carico sui vari denti.

- b) Sulla base dei dati assegnati dell'ingranaggio conico, ricaviamo gli altri dati che ci consentono di determinare la resistenza strutturale della dentatura. I calcoli fanno riferimento al valore medio del modulo  $m_m$  dell'ingranaggio conico. Il raggio primitivo medio  $r_m$  viene determinato considerando la proporzione tra triangoli simili nei quali uno dei lati è  $\overline{OD} = L - b/2$  (Figura 1992E che riproduce la Figura 25.24) con  $L$  lunghezza della generatrice (Scheda 25.3):

$$\frac{\overline{OD}}{L} = \frac{r_m}{r} \Rightarrow r_m = r \frac{L - b/2}{L} = r \left( 1 - \frac{b}{2L} \right) \quad L = \frac{d/2}{\sin \gamma} = \frac{d}{2 \sin \gamma}$$

$$\text{Scheda 25.3 (diametro primitivo): } d_1 = mz_1 = 4 \text{ mm} \times 18 = 72 \text{ mm} \Rightarrow r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{72 \text{ mm}}{2} = 36 \text{ mm}$$

$$\text{Semiangolo del cono primitivo della ruota condotta: } \gamma_2 = 90^\circ - \gamma_1 = 90^\circ - 26,57^\circ = 63,43^\circ$$

$$\text{25-19 (rapporto di trasmissione): } i = \tan \gamma_2 = \tan 63,43^\circ = 2 \quad i = \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow z_2 = iz_1 = 2 \times 18 = 36$$

$$\text{25-18 (denti della ruota virtuale o immaginaria): } z_{1v} = \frac{z_1}{\cos \gamma_1} = \frac{18}{\cos 26,57^\circ} = 20,12$$

$$\text{Scheda 25.3 (lunghezza della generatrice): } L = \frac{d_1/2}{\sin \gamma_1} = \frac{r_1}{\sin \gamma_1} = \frac{36 \text{ mm}}{\sin 26,57^\circ} = 80,5 \text{ mm}$$

Figura 1992E (raggio primitivo medio):

$$r_{1m} = r_1 \left( 1 - \frac{b}{2L} \right) = 36 \text{ mm} \times \left( 1 - \frac{30 \text{ mm}}{2 \times 80,5 \text{ mm}} \right) = 29,29 \text{ mm}$$

$$\text{Scheda 25.3 (modulo medio): } m_m = \frac{d_{1m}}{z_1} = \frac{2r_{1m}}{z_1} = \frac{2 \times 29,29 \text{ mm}}{18} = 3,25 \text{ mm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{1m} = m_m z_1 = 3,25 \text{ mm} \times 18 = 58,5 \text{ mm}$$

$$6-11: \omega_1 = \frac{2\pi n_1 [\text{giri/min}]}{60 [\text{s/min}]} = \frac{2 \times \pi \times 900 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 94,25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$6-13: v_m = \omega_1 r_{1m} = 94,25 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 0,02929 \text{ m} = 2,76 \text{ m/s}$$

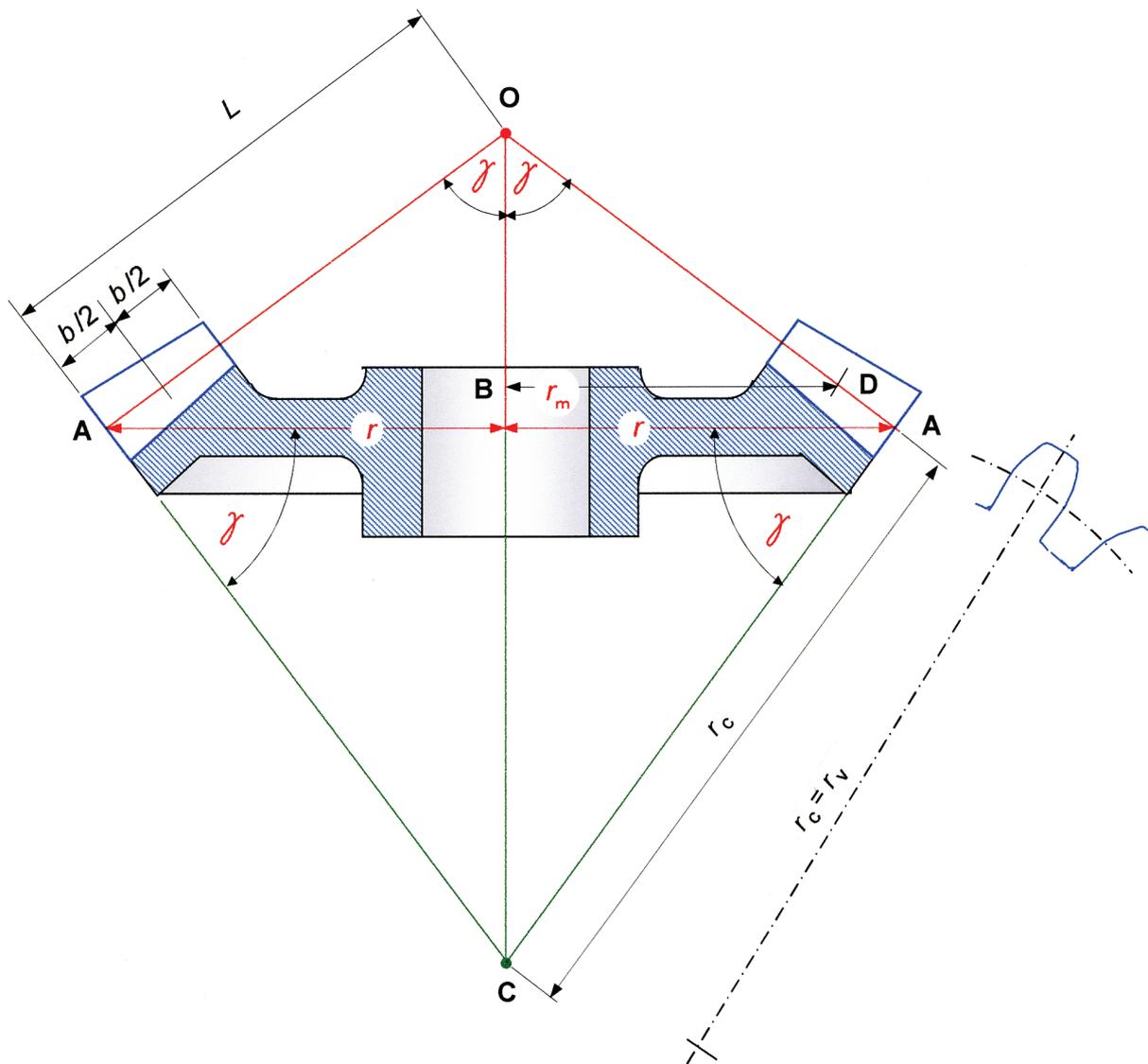


Fig. 1992E-a - Ingranaggio conico con indicati il vertice O del cono primitivo e il cono complementare di vertice C e raggio  $r_c$ , che diviene il raggio primitivo della ruota equivalente a denti dritti di raggio virtuale  $r_v$  per cui è  $r_c = r_v$  (a destra). Nella figura si è anche riportato il raggio primitivo medio  $r_m$  che viene determinato considerando la proporzione tra triangoli simili nei quali uno dei lati è  $\overline{OD} = L - b/2$  con  $L$  lunghezza della generatrice e  $b$  larghezza della dentatura.

Fattore di proporzionalità tra larghezza  $b$  e modulo  $m$ :  $b = \lambda_m m_m \Rightarrow \lambda_m = \frac{b}{m_m} = \frac{30 \text{ mm}}{3,25 \text{ mm}} = 9,2$

25-18 (denti della ruota virtuale o immaginaria):  $z_{1v} = \frac{z_1}{\cos \gamma_1} = \frac{18}{\cos 26,57^\circ} = 20,12$

Tabella 25.2 (fattore di forma di Lewis, funzione di  $z_{1v}$ ):  $Y = 0,322$

Tabella 25.3<sup>1992.1</sup>:  $K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 2,76 \text{ m/s}}{3,05} = 1,90$

$$25-29: m_m = \sqrt[3]{\frac{2K_v M}{\lambda Y z \sigma_{amm}}} = \left( \frac{2 \times 1,9 \times 42.400 \text{ N} \cdot \text{mm}}{9,2 \times 0,322 \times 18 \times 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 2,78 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$25-30: \sigma_c = K' \sqrt{\frac{2M_1}{bd_{1m}^2} \left( 1 + \frac{z_1}{z_2} \right)} = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \sqrt{\frac{2 \times 42.400 \text{ N} \cdot \text{mm}}{30 \text{ mm} \times (58,5 \text{ mm})^2} \left( 1 + \frac{18}{36} \right)} = 531 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

La verifica a flessione con la formula di Lewis è soddisfatta poiché è risultato un modulo medio  $m_m = 2,78 \text{ mm}$  contro il valore di  $3,25 \text{ mm}$  calcolato all'inizio. La verifica a usura invece fornisce una pressione di compressione superficiale  $\sigma_c = 531 \text{ MPa}$  solo di poco superiore al valore della pressione ammissibile dell'acciaio C 40 ( $p_{amm} = 500 \div 520 \text{ MPa}$  della Tabella 25.4). Volendo avere un margine di sicurezza adeguato bisognerebbe passare per l'ingranaggio conico a un acciaio C 50 con (Tabella 25.4)  $p_{amm} = 540 \div 560 \text{ MPa}$  al posto dell'acciaio C 40 assegnato come materiale dell'albero.

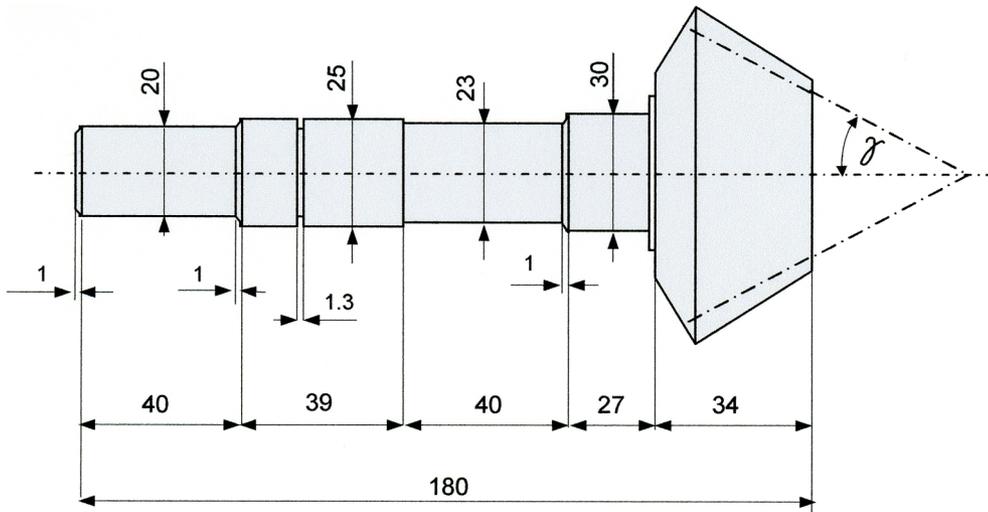


Fig. 1992E-b - Dimensioni dell'ingranaggio conico (le lunghezze sono in millimetri).

## 1993. Giunto cardanico

Il giunto di Cardano di figura (*Figura 1993-a*) è costituito da due forcelle contrapposte collegate tra loro da un blocco che funge da crociera. Per il collegamento alla crociera ogni forcella porta a ciascuna delle estremità dei bracci una vite con perno.

Nell'ipotesi che la potenza trasmessa dal giunto sia di 4 kW a 380 giri/min, il candidato, assunto con giustificato criterio ogni altro dato occorrente, esegua:

- il dimensionamento dell'albero del giunto e dei perni di accoppiamento crociera-forcella;
- la verifica della stabilità della forcella, dopo averne eseguito lo schizzo quotato.

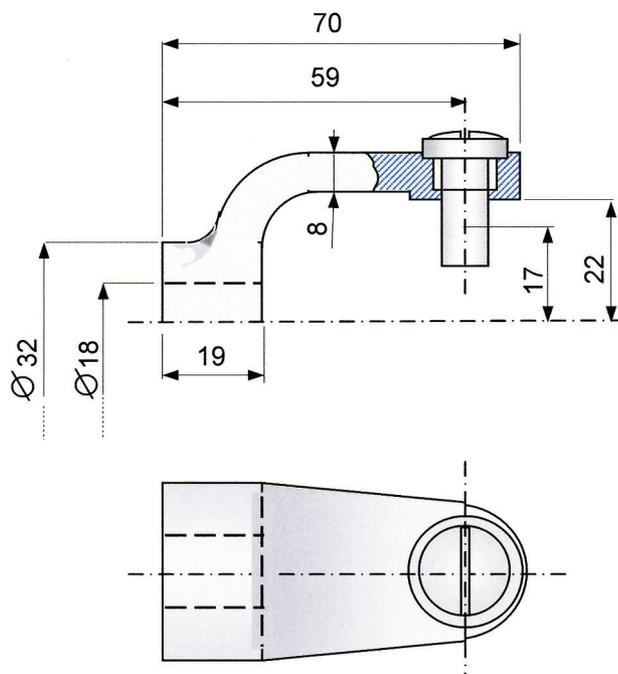


Fig. 1993-a - Giunto di Cardano: schizzo della flangia con perno allegato al Tema (le lunghezze sono in mm).

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza del giunto  $P = 4$  kW alla velocità di rotazione  $n = 380$  giri/min.

Quesiti:

- dimensionamento del diametro  $d_{alb}$  dell'albero del giunto;
- dimensionamento del diametro  $d_{perno}$  dei perni di accoppiamento crociera-forcella;
- verifica della stabilità della forcella.

### 2. Schema del giunto: *Figura 1993-a*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio C 25 con resistenza a trazione (indicata con  $\sigma_u$  oppure  $R_m$  in *Tabella 44.1*) pari a 550 ÷ 700 MPa;
- alcune dimensioni, funzioni della geometria del giunto.

### 4. Soluzione

- a) Se uno degli alberi (albero motore 1) è sottoposto a un momento costante  $M_t$  e gira con velocità costante, l'altro albero (albero condotto 2) è sottoposto a un momento variabile inversamente proporzionale alla sua velocità angolare istantanea (47-6), che non è costante poiché il giunto non è omocinetico, e di valor massimo  $M_{\max} = M_t / \cos \alpha$  (47-5) essendo  $\alpha$  l'angolo di inclinazione fra gli alberi, che normalmente non supera i 15° (*Paragrafo 47.2.4*). Ponendosi nelle condizioni peggiori ( $\alpha = 15^\circ$ ), si ottiene:

$$6-11: \omega = \frac{2\pi n [\text{giri/min}]}{60 [\text{s/min}]} = \frac{2 \times \pi \times 380 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 39,8 \text{ rad/s}$$

$$M_{\max} = \frac{P}{\omega \cos \alpha} = \frac{4000 \text{ W}}{39,8 \text{ rad/s} \times \cos 15^\circ} = 104 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Preso (*Tabella 44.1*) un acciaio C 25 con tensione ultima di rottura  $\sigma_u = 550 \text{ MPa}$ , la tensione normale ammissibile, per un fattore di sicurezza piuttosto modesto  $n = 4$ , è  $\sigma_{\text{amm},f} = \sigma_u / n = 550 \text{ MPa} / 4 = 137,5 \text{ MPa}$ ; la tensione tangenziale ammissibile è allora (19-15)  $\tau_{\text{amm},f} = \sigma_{\text{amm},f} / \sqrt{3} = 0,577 \times 137,5 \text{ MPa} = 79,3 \text{ MPa}$ . Il diametro  $d_{\text{alb}} = 18,8$  dell'albero di sezione circolare soggetto al solo momento torcente viene poi portato a 20 mm secondo la serie dei numeri normali R10 (*Appendice C.1*).

$$44-2: d_{\text{alb}} = \left( \frac{16M_t}{\pi \tau_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 104.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 79,3 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 18,8 \text{ mm} \Rightarrow 20 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Per effetto del carico il perno, assimilabile a una trave a mensola incastrata nel braccio della forcella e sporgente della lunghezza  $l_1$  (*Figura 1993-b*), è soggetto a un momento flettente  $M_f$  che nella sezione di attacco assume il valore massimo (*Appendice B.2-2*):  $M_f = (Fl_1) / 2$ . Assunto un braccio  $L_1 = 30 \text{ mm}$  per il calcolo della forza  $F$ , si ha  $F = M_{\max} / 2L_1 = 104.000 \text{ N}\cdot\text{mm} / (2 \times 30 \text{ mm}) = 1734 \text{ N}$ . Assumendo poi (*Tabella 44.3*) un valore  $l_1 / d_{\text{perno}} = 2$ , si può ricavare il diametro  $d_{\text{perno}}$ , calcolato come perno di estremità:

$$44-7: d_{\text{perno}} = \sqrt{5 \frac{F}{\sigma_{\text{amm}}} \frac{l_1}{d_{\text{perno}}}} = \sqrt{5 \times \frac{1734 \text{ N}}{147,5 \text{ N/mm}^2} \times 2} = 10,8 \text{ mm}$$

Scelto un perno con  $l_1 = 22 \text{ mm}$  e  $d_{\text{perno}} = 12 \text{ mm}$ , occorre adesso verificare che vengano rispettati i valori consentiti di pressione specifica  $p_{\text{amm}}$  sulla superficie di contatto della sede, tenendo presente che nei perni si ammettono pressioni specifiche di circa  $7 \text{ N/mm}^2$ .

Si ripetono poi gli stessi calcoli ponendo  $l_2 = 16$  mm; tenendo conto della variazione di  $F$  in relazione al braccio, la pressione specifica risulta verificata anche per  $l_2 = 16$  mm.

$$\frac{F}{l_1 d_{\text{perno}}} = \frac{1734 \text{ N}}{22 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}} = 6,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq p_{\text{amm}} = 7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \ll \text{verificato} \gg$$

- c) La forcella è schematizzabile come una trave a L incastrata nel mozzo di raccordo all'albero e sollecitata all'estremo opposto. La sollecitazione composta di flessione e torsione è massima nel punto d'incastro. Calcoliamo allora il momento flettente ideale  $M_{f,\text{id}}$  in funzione dei momenti flettente  $M_f$  e torcente  $M_t$  prendendo (Figura 1993-b) i bracci  $b_0 = 20$  mm,  $b_f = 28$  mm e  $b_t = 48$  mm; quindi, assumendo per la forcella una sezione circolare piena con  $d = 16$  mm, ne verifichiamo la stabilità.

$$M_f = Fb_f = M_{\text{max}} \frac{b_f}{2(b_0 + b_f)} = 104 \text{ N}\cdot\text{m} \times \frac{28 \text{ mm}}{2 \times (20 + 28) \text{ mm}} = 30,3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_t = Fb_t = M_{\text{max}} \frac{b_t}{2(b_0 + b_f)} = 104 \text{ N}\cdot\text{m} \times \frac{48 \text{ mm}}{2 \times (20 + 28) \text{ mm}} = 52 \text{ N}\cdot\text{m}$$

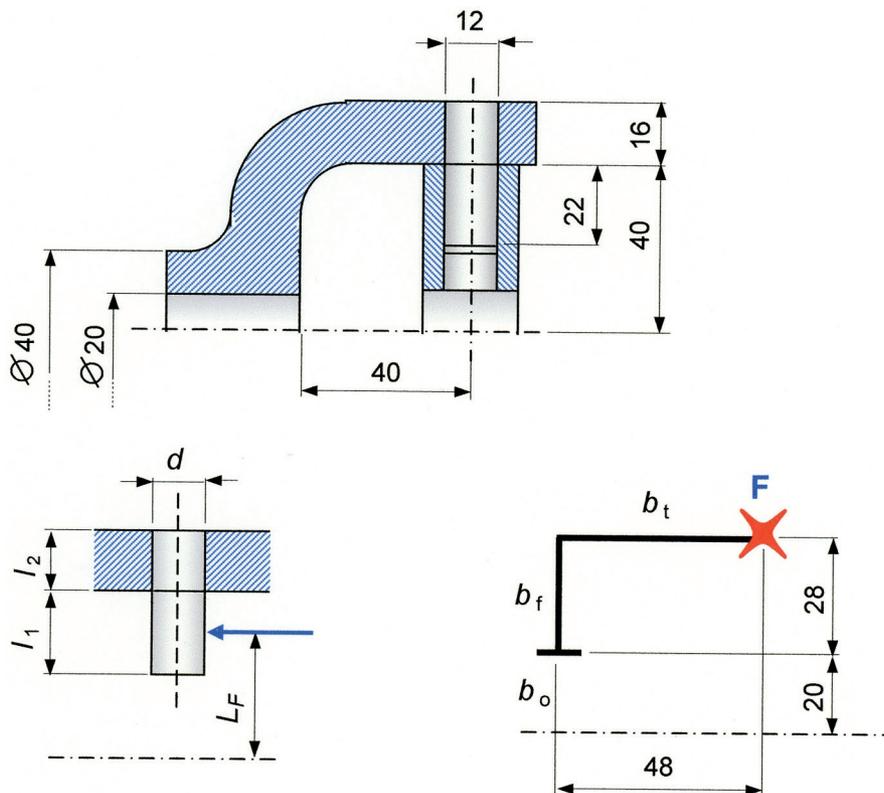


Fig. 1993-b - Schizzo del perno e schema di carico della forcella (le lunghezze sono in mm). Lo schema del perno è riportato nella Figura in basso a sinistra, mentre la Figura in basso a destra mostra lo schema della forcella (la stella rossa indica il punto in cui il vettore di modulo  $F$  è perpendicolare al piano del foglio).

$$21-5: M_{f, id} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2} = \sqrt{(30,3 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + \frac{3}{4}(52 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 54,3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$20-7, \text{ Tabella VII: } \sigma_{\max} = \frac{M_{f, id}}{Z_f} = \frac{M_{f, id}}{\frac{\pi d_{\text{forc}}^3}{32}} = \frac{32 \times 54,300 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times (16 \text{ mm})^3} = 135 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \sigma_{\text{amm}} = 147,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leftarrow$$

## 1995. Trasmissione a cinghie trapezoidali e alberi delle pulegge

Un motore Diesel a quattro tempi funzionante a 2200 giri/min, aziona, mediante cinghie trapezoidali, una pompa che a 3000 giri/min elabora  $0,030 \text{ m}^3/\text{s}$  di acqua con una prevalenza di 55 m.

Il candidato, assumendo con opportuno criterio ogni altro dato occorrente, esegua il proporzionamento della trasmissione, determinando inoltre:

- la potenza che deve fornire il motore;
- lo sforzo esercitato dalle cinghie sugli alberi delle pulegge.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- Motore Diesel:  $n_{\text{Diesel}} = 2200$  giri/min;
- Pompa:  $n_{\text{pompa}} = 3000$  giri/min; portata della pompa  $\dot{V} = 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$  (indicata anche con  $Q$ ); prevalenza manometrica  $h_u = 55$  m di colonna d'acqua.

Quesiti:

- a) potenza assorbita  $P_a$  dalla pompa in corrispondenza della potenza fornita dal motore Diesel;
- b) proporzionamento della trasmissione determinando il tipo e il numero di cinghie trapezoidali  $z$ ;
- c) azione  $F$  sull'albero;
- d) ingombro assiale  $b$  della puleggia e dimensionamento del diametro  $d$  degli alberi del motore e della pompa.

### 2. Schema dell'impianto: Figura 1995

### 3. Scelta dei dati mancanti

- pompa centrifuga con rendimento globale  $\eta_p = 0,80$  tipico di questo tipo di pompa;
- materiale degli alberi: acciaio bonificato C 40 con resistenza di trazione  $R_m = 650 \div 800 \text{ MPa}$  e un limite di snervamento  $R_e = 460 \text{ MPa}$  (Tabella 44.1).

## 4. Soluzione

$$\text{a) 17-5: } P_a = \frac{\dot{V}\rho gh_u}{\eta_P} = \frac{0,03 \text{ m}^3/\text{s} \times 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 55 \text{ m}}{0,8} = 20.233 \text{ W} = 20,2 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{b) 26-12: } i = \frac{\omega_D}{\omega_d} = \frac{n_D}{n_d} = \frac{2200 \text{ giri/min}}{3000 \text{ giri/min}} = 0,73$$

$$\text{26-13: } P_{\text{prog}} = P_{\text{nom}} K_S n_{\text{prog}} = 20,2 \text{ kW} \times 1,2 \times 1 = 24,2 \text{ kW}$$

– fattore di servizio  $K_S = 1,2$  per un servizio continuativo (*Tabella 26.2*);

– coefficiente di sicurezza  $n_{\text{prog}} = 1$  perché non precisato nell'enunciato del tema.

*Figura 26.12* ( $n = 3000$  giri/min e  $P_{\text{prog}} = 24,2$  kW): cinghia di tipo B ▶

Per la scelta del tipo di cinghia si considera la puleggia più piccola o più rapida, in questo caso la puleggia condotta che ruota alla velocità  $n_d = 3000$  giri/min. Si assume una velocità della cinghia  $v = 20$  m/s in modo da avere velocità periferiche contenute entro limiti tecnicamente accettabili (da 6 a 30 m/s) ma con preferenza dei valori più alti di 20 ÷ 25 m/s.

$$\text{6-13: } v = \frac{\pi d n [\text{giri/min}]}{60 \text{ s/min}} \Rightarrow d = \frac{60v}{\pi n_d} = \frac{60 \times 20 \text{ m/s}}{\pi \times 3000 \text{ giri/min}} = 0,1273 \text{ m} = 127,3 \text{ mm}$$

$$\text{26-12: } i = \frac{\omega_D}{\omega_d} = \frac{d}{D} = 0,73 \Rightarrow D = \frac{d}{i} = \frac{127,3 \text{ mm}}{0,73} = 174,4 \text{ mm}$$

Si scelgono (*Tabella 26.4*) dei diametri unificati delle due pulegge in modo da ottenere un rapporto di trasmissione prossimo a 0,73:

$$d = 125 \text{ mm}, \quad D = 170 \text{ mm} \Rightarrow d/D = 125 \text{ mm}/170 \text{ mm} = 0,735$$

Somma e differenza dei diametri:

$$D + d = 170 \text{ mm} + 125 \text{ mm} = 295 \text{ mm} \quad D - d = 170 \text{ mm} - 125 \text{ mm} = 45 \text{ mm}$$

Calcolo dell'interasse  $C$  (indicato anche con il simbolo  $I$ ) in prima approssimazione:

$$\text{26-17: } C \cong \frac{D + d}{2} + d = \frac{170 \text{ mm} + 125 \text{ mm}}{2} + 125 \text{ mm} = 272,5 \text{ mm}$$

$$\text{26-2: } L = 2C + \frac{\pi(D+d)}{2} + \frac{(D-d)^2}{4C} = 2 \times 272,5 \text{ mm} + \frac{\pi \times 295 \text{ mm}}{2} + \frac{(45 \text{ mm})^2}{4 \times 272,5 \text{ mm}} = 1010 \text{ mm}$$

La lunghezza unificata disponibile (*Tabella 26.7*) coincide con il valore teorico ricavato:  $L = 1010$  mm. L'interasse effettivo  $C_{\text{eff}}$  della trasmissione rimane allora quello di prima approssimazione  $C_{\text{eff}} = C = 272,5$  mm.

*Tabella 26.5* (per  $D/d = 1,36$ ):  $C_b = 1,10$

**26-18** (calcolo del diametro equivalente):  $d_e = C_b d = 1,10 \times 125 \text{ mm} = 137,5 \text{ mm}$

Calcolo della velocità per il diametro unificato della puleggia più piccola  $d = 125 \text{ mm} = 0,125 \text{ m}$ :

$$\mathbf{6-13:} \quad v = \frac{\pi d n [\text{giri/min}]}{60 \text{ s/min}} = \frac{\pi \times 0,125 \text{ m} \times 3000 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 19,6 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \text{Tabella 26.6 o tabelle del manuale: } P_1 &= \left[ \left( 1,08 \cdot v^{-0,09} - \frac{69,8}{d_e} - 1,78 \times 10^{-4} \cdot v^2 \right) v \right] \cdot 0,7355 = \\ &= \left\{ \left[ 1,08 \cdot \left( 19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^{-0,09} - \frac{69,8}{137,5 \text{ mm}} - 1,78 \times 10^{-4} \cdot \left( 19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right] \times 19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right\} \cdot 0,7355 = 3,61 \text{ kW} \end{aligned}$$

*Figura 26.13* (sulla retta della sezione B per  $L = 1010 \text{ mm}$ ):  $C_e = 0,86$

$$\mathbf{26-1:} \quad \phi = \arcsin \frac{D - d}{2C} = \arcsin \frac{170 \text{ mm} - 125 \text{ mm}}{2 \times 272,5 \text{ mm}} = 4,73^\circ$$

$$\mathbf{26-1':} \quad \theta_d = 180^\circ - 2\phi = 180^\circ - 2 \times 4,73^\circ = 170,5^\circ \Rightarrow C_\theta = 0,98$$

$$\mathbf{26-19:} \quad P_{\text{eff}} = P_1 C_e C_\theta = 3,61 \text{ kW} \times 0,86 \times 0,98 = 3,04 \text{ kW}$$

$$\mathbf{26-20:} \quad z = \frac{P_{\text{prog}}}{P_{\text{eff}}} = \frac{24,2 \text{ kW}}{3,04 \text{ kW}} = 7,96 \Rightarrow z = 8 \quad \blacktriangleleft$$

- c) Il rapporto tra le tensioni  $T_1$  e  $T_2$ , rispettivamente sul ramo teso e sul ramo lasco, è uguale a  $e$  (base dei logaritmi naturali) elevato al rapporto tra  $\mu\theta$  ( $\mu$  coefficiente di attrito e  $\theta$  angolo di avvolgimento) e  $\sin\alpha$  ( $\alpha$  angolo di semiapertura della gola). Si ricorda che l'angolo di avvolgimento  $\theta$ , va convertito (*Tabella I*) in radianti per cui risulta  $\theta_d = 173,2^\circ \times 0,0175 \text{ rad}/1^\circ = 3,0 \text{ rad}$ . Sul manuale (norma UNI 5266) si legge un angolo di semiapertura della gola, qui indicato con  $\alpha$ , per la cinghia di tipo B avente un diametro di riferimento  $d_d \leq 190 \text{ mm}$  di  $17^\circ$  ( $\sin\alpha = \sin 17^\circ = 0,29$ ). Si prende infine un valore del coefficiente di attrito  $\mu = 0,25^{1995.1}$ .

$$\mathbf{26-16:} \quad \frac{T_1}{T_2} = e^{\mu\theta/\sin\alpha} = e^{(0,25 \times 3 \text{ rad})/0,29} = 13,3 \Rightarrow T_1 = 13,3 T_2$$

**1995.1** - In questo caso si è seguito l'approccio tradizionale nel calcolo del rapporto delle tensioni della cinghia trapezoidale considerando un valore elevato del rapporto  $\mu/\sin\alpha = 0,25/0,29 = 0,86$ , mentre andrebbe considerato un coefficiente di attrito effettivo  $\mu' = \mu/\sin\alpha$  di valore molto più basso, attorno a 0,5 contro lo 0,86 che abbiamo utilizzato qui. Si veda a questo proposito la nota 1991.2 del *Tema 1991*. Viene così messo in evidenza quanto peso abbia la modifica del valore dell'esponente nella distribuzione delle tensioni tra ramo teso  $T_1$  e ramo lasco  $T_2$ . In questo Tema il rapporto tra le tensioni è pari a 13,3 mentre nel Tema 1991 era pari a 4,0 con un valore dell'angolo di avvolgimento  $\theta$  non molto diverso (3,0 rad in questo Tema contro 2,8 rad del *Tema 1991*).

$$\mathbf{26-10: } P = (T_1 - T_2)v \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{P_{\text{prog}}}{v} = \frac{24.200 \text{ W}}{19,6 \text{ m/s}} = 1235 \text{ N} \Rightarrow 13,3T_2 - T_2 = 1235 \text{ N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2(13,3 - 1) = 1235 \text{ N} \Rightarrow T_2 = \frac{1235 \text{ N}}{12,3} = 100 \text{ N}; \quad T_1 = 13,3T_2 = 13,3 \times 100 \text{ N} = 1330 \text{ N}$$

$$\mathbf{26-7''} \text{ (forza radiale } F \text{ sull'albero): } F = (T_1 + T_2)\cos\phi = (1330 \text{ N} + 100 \text{ N})\cos 3,4^\circ = 1427 \text{ N}$$

$$\text{oppure, approssimata con: } F \cong T_1 + T_2 = 1330 \text{ N} + 100 \text{ N} = 1430 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

d) Sul manuale sono riportate le dimensioni unificate delle pulegge (norma UNI 5266) per cinghie trapezoidali (*Figura 1991-b*):

– distanza fra due gole successive  $e = 19 \text{ mm}$ ;

– larghezza delle spalle esterne  $f = 12,5 \text{ mm}$ .

$$\text{Ingombro assiale: } b = (z - 1)e + 2f = (8 - 1) \times 19 \text{ mm} + 2 \times 12,5 \text{ mm} = 158 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Si suppone che gli alberi delle pulegge motrice e condotta siano accoppiati con giunti rispettivamente al motore e alla pompa. Gli appoggi di entrambi gli alberi sono disposti simmetricamente rispetto alla puleggia; l'interasse  $l$  fra gli appoggi è assunto identico e pari a 200 mm, avendo aumentato l'ingombro assiale dei cuscinetti del 27%, (schema semplificato di *Figura 1995*). Le reazioni vincolari (esclusivamente radiali) saranno uguali a  $F/2 = 1430 \text{ N}/2 = 715 \text{ N}$ . Il momento flettente  $M_f$ , essendo l'albero sollecitato dalla forza  $F$  posta al centro della puleggia, è pari a (*Appendice B.2-5*):

$$\mathbf{B.2-5: } M_f = \frac{F \cdot l}{4} = \frac{1430 \text{ N} \times 0,200 \text{ m}}{4} = 71,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Trascurando il rendimento a favore della stabilità, il momento torcente  $M_t$  di ingresso alla pompa è:

$$\mathbf{20-12: } M_t = \frac{60P}{2\pi n} \approx 9,55 \frac{P}{n} = 9,55 \frac{24.200 \text{ W}}{3000 \text{ giri/min}} = 77 \text{ N} \cdot \text{m}$$

L'albero è sollecitato da un momento torcente e da un momento flettente; il conseguente momento flettente ideale  $M_{f,\text{id}}$  è:

$$\mathbf{21-5: } M_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f^2 + 0,75M_t^2} = \sqrt{(71,5 \text{ N} \cdot \text{m})^2 + 0,75 \times (77 \text{ N} \cdot \text{m})^2} = 97,8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Si utilizza un acciaio C 40 con resistenza a trazione  $\sigma_u = 650 \text{ MPa}$  e una tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = 72,2 \text{ MPa}$ ; il fattore di sicurezza  $n = 9$  è molto alto poiché si sta dimensionando un organo rotante sollecitato a flessione. Al diametro  $d$  della sede che risulta pari a 24 mm va poi aggiunto quello della profondità di cava  $t_1 = 4,0 \text{ mm}$  dovuta alla presenza della chiavetta di calettamento per valori del diametro compresi tra 22 e 30 mm (*Tabella 44.2*). Il valore di 28 mm del diametro maggiorato è anche adeguato all'unificazione secondo la serie R20 dei numeri normali citati nell'*Appendice C.1*.

$$44-3: d = \left( \frac{32 \cdot M_{f, \text{id}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm}, f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 97.800 \text{ N} \cdot \text{m}}{\pi \times 72,2 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 24 \text{ mm} \Rightarrow 28 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Per le ipotesi fatte, il diametro ricavato risulta valido sia per l'albero motore che per l'albero condotto.

## 5. Commenti

Verifichiamo, per esercizio, che la tensione ideale corrisponda alla tensione ammissibile prescelta.

$$20-7, \text{ Tabella VII: } \sigma_{\text{max}} = \frac{M_f}{Z_f} = \frac{32M_f}{\pi d^3} = \frac{32 \times 71.500 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\pi \times (24 \text{ mm})^3} = 52,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$20-11, 20-11': \tau_{\text{max}} = \frac{M_t}{Z_t} = \frac{16M_t}{\pi d^3} = \frac{16 \times 77.000 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\pi \times (24 \text{ mm})^3} = 28,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

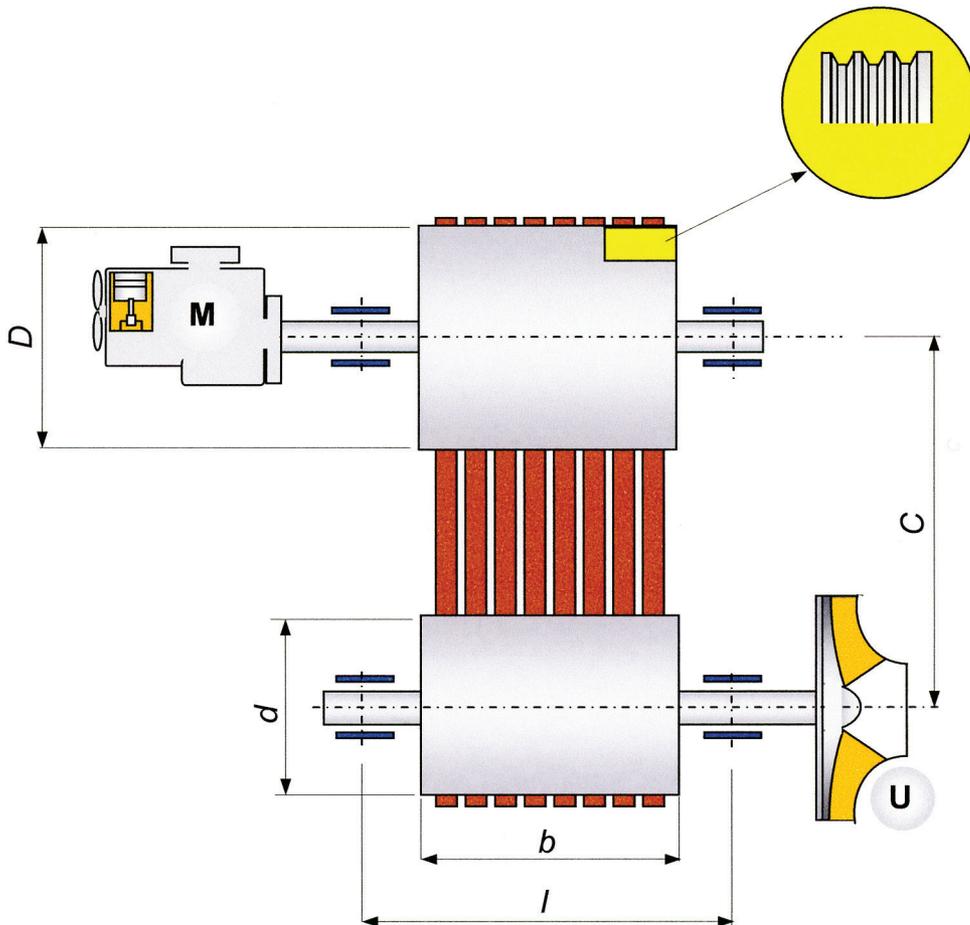


Fig. 1995 - Schema di montaggio delle pulegge motrice e condotta.

$$19-11: \sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(52,7 \frac{N}{mm^2}\right)^2 + 3 \times \left(28,4 \frac{N}{mm^2}\right)^2} = 72,1 \frac{N}{mm^2}$$

$$19-14: \sigma_{id} = 72,1 \frac{N}{mm^2} \approx \sigma_{amm,f} = 72,2 \frac{N}{mm^2}$$

## 1995E\*. Ruote dentate a denti dritti e verricello

Una coppia di ruote dentate a denti dritti trasmette il moto da un motore al tamburo di un verricello. Le caratteristiche dell'impianto sono le seguenti:

- potenza del motore: 20 kW al regime di 800 giri/min;
- diametro del tamburo: 0,35 m;
- velocità massima di sollevamento del carico: 0,7 m/s.

Il candidato, assumendo con giustificato criterio ogni altro dato occorrente, esegua il proporzionamento della trasmissione e la determinazione del carico sollevabile.

Indichi inoltre le macchine e le attrezzature occorrenti per una produzione di media serie di una delle ruote dentate.

(\*) - Programma sperimentale Ergon.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza nominale del motore elettrico  $P = 20$  kW;
- velocità di rotazione del motore  $n_1 = 800$  giri/min;
- diametro del tamburo del verricello  $D = 0,35$  m;
- velocità massima di sollevamento  $v_{\max, \text{tamb}} = 0,7$  m/s.

Quesiti:

- a) eseguire il proporzionamento dell'ingranaggio significa calcolare modulo  $m$  della coppia di ruote dentate a denti dritti, numero dei denti  $z_1$  e  $z_2$ , diametri primitivi  $d_1$  e  $d_2$  di pignone e ruota;
- b) determinare il carico  $Q$  da sollevare;
- c) indicare macchine e attrezzature per produrre le ruote dentate.

### 2. Schema dell'impianto: *Figura 1995E-a*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio bonificato C 40<sup>1995E.1</sup> con (Tabella 25.4) tensione ammissibile  $\sigma_{amm} = 140 \text{ N/mm}^2$  e pressione ammissibile  $p_{amm} = 400 \div 420 \text{ N/mm}^2$ ;
- rendimento medio di un ingranaggio cilindrico a denti dritti  $\eta_{ingr} = 0,98$ ;
- rendimento globale dell'impianto di sollevamento  $\eta_g = 0,80$ .

### 4. Soluzione

$$\text{a) 7-10': } P = M_1 \omega_1 = M_1 2\pi n_1 \Rightarrow M_1 = \frac{P}{2\pi n_1} = \frac{20.000 \text{ W}}{2 \times \pi \times \frac{800 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}}} = 239 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\text{6-11: } v_{\max, \text{tamb}} = \omega_2 R = 2\pi n_2 \frac{D}{2} \Rightarrow n_2 = \frac{v_{\max, \text{tamb}}}{\pi D} = \frac{60 \text{ s/min} \times 0,7 \text{ m/s}}{\pi \times 0,35 \text{ m}} = 38,2 \text{ giri/min}$$

$$\text{25-4: } i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2\pi n_1}{2\pi n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{800 \text{ giri/min}}{38,2 \text{ giri/min}} = 20,9 \approx 21$$

$$\text{25-4: } i = \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow z_2 = iz_1 = 21 \times 18 = 378 \text{ denti}$$

Come primo tentativo si assume un valore della velocità periferica  $v = 3 \text{ m/s}$  del pignone da introdurre nella formula<sup>1992.1</sup> che dà il coefficiente dinamico  $K_v$ .

$$\text{Tabella 25.3: } K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 3 \text{ m/s}}{3,05} = 1,98$$

Il modulo  $m$  viene calcolato con un valore della coppia corretta  $M_1 = 239 \text{ N}\cdot\text{m}$ : si è preso cioè un fattore di servizio uguale a 1,0 poiché, non essendo stato specificato il tipo di servizio, si assume (dal manuale) un fattore di servizio pari a 1,0 relativo a un funzionamento normale di 8 ore al giorno. Come numero minimo di denti del pignone di un ingranaggio cilindrico a denti dritti in presenza di un rapporto di trasmissione elevato si legge  $z_{1\min} = 18$  denti sulla Tabella 25.1. Si prende poi una costante di proporzionalità  $\lambda = 10$ , nella relazione tra larghezza dentatura  $b$  e modulo  $m$ , quale valore tipico delle applicazioni comuni.

Tabella 25.2:  $Y = 0,309$  (fattore di forma secondo Lewis)

---

**1995E.1** - L'acciaio bonificato C 40 ha (Tabella 44.1) caratteristiche meccaniche sufficienti ed è economicamente vantaggioso poiché il tipo di impianto trattato nel Tema non richiede acciai pregiati e più costosi. Non disponendo dei dati della Tabella 25.4 si può assumere  $\sigma_{amm} = R_m / (4 + 5)$  con  $R_m$  resistenza a trazione, mentre la pressione ammissibile si può calcolare in funzione della durezza Brinel  $H_B$  del materiale (25-31):  $p_{amm} = 2,3 H_B \sqrt[6]{10^8 / n_{\text{cicli}}}$ , con  $n_{\text{cicli}} = n_1 [\text{giri/s}] \times t [\text{s}]$  dato dalla frequenza di rotazione della ruota più piccola moltiplicata per il tempo totale di funzionamento  $t$ .

$$\mathbf{25-29:} \quad m = \sqrt[3]{\frac{2K_v M}{\lambda Y z \sigma_{\text{amm}}}} = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_1}{\lambda Y z_1 \sigma_{\text{amm}}}} = \left( \frac{2 \times 1,98 \times 239.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,309 \times 18 \times 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 4,95 \text{ mm} \Rightarrow m = 5 \text{ mm}$$

*Scheda 25.1:* Modulo  $m = 5$  mm, valore unificato immediatamente superiore al valore calcolato.

$$\mathbf{25-2:} \quad d_1 = m z_1 = 5 \text{ mm} \times 18 = 90 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{90 \text{ mm}}{2} = 45 \text{ mm}$$

$$\mathbf{6-11:} \quad v_1 = \pi r_1 n_1 = \pi \times 0,045 \text{ m} \times 800 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times \frac{1}{60 \text{ s/min}} = 1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Calcolato nuovamente il coefficiente dinamico, il valore della velocità periferica del pignone 1 risulta 1,9 m/s contro il valore di 3 m/s assunto come primo tentativo; il nuovo valore del modulo (4,63 mm contro 4,95 mm) non modifica il valore unificato di 5 mm che avevamo fissato prima.

$$\mathbf{Tabella 25.3:} \quad K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 1,9 \text{ m/s}}{3,05} = 1,62$$

$$\mathbf{25-29:} \quad m = \sqrt[3]{\frac{2K_v M}{\lambda Y z \sigma_{\text{amm}}}} = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_1}{\lambda Y z_1 \sigma_{\text{amm}}}} = \left( \frac{2 \times 1,62 \times 239.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,309 \times 18 \times 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 4,63 \text{ mm} \Rightarrow m = 5 \text{ mm}$$

$$\mathbf{Scheda 25.1:} \quad b = \lambda m = 10 \times 5 \text{ mm} = 50 \text{ mm}$$

$$\mathbf{Tabella 25.5:} \quad K' = 477 \sqrt{\text{N/mm}^2} \quad \text{per l'accoppiamento acciaio-acciaio}$$

$$\mathbf{25-30:} \quad \sigma_c = K' \sqrt{\frac{2M_1}{bd_1^2} \left( 1 + \frac{z_1}{z_2} \right)} = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{2 \times 239.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{50 \text{ mm} \times (143 \text{ mm})^2} \left( 1 + \frac{18}{378} \right)}} = 334 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 400 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

La verifica a usura risulta positiva e quindi il valore del modulo e degli altri parametri del proporzionamento dell'ingranaggio cilindrico a denti diritti sono:

$$m = 5 \text{ mm}; \quad z_1 = 18; \quad z_2 = 378; \quad d_1 = 90 \text{ mm}; \quad d_2 = id_1 = 21 \times 90 \text{ mm} = 1890 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{b) 25-9:} \quad M_2 = \eta_{\text{ingr}} M_1 i = 0,98 \times 239 \text{ N}\cdot\text{m} \times 21 = 4918,6 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\mathbf{2-2:} \quad M_2 = \left( Q \frac{D}{2} \right) \frac{1}{\eta_g} \Rightarrow Q = \frac{2M_2 \eta_g}{D} = \frac{2 \times 4918,6 \text{ N}\cdot\text{m} \times 0,80}{0,35 \text{ m}} = 22.485 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

## 5. Commenti

Lo schizzo quotato della *Figura 1995E-b* con una ruota enorme di quasi 2 m di diametro mette in luce come sia ben difficile immaginare macchine e attrezzature in grado di mettere in produzione, come richiesto dalla domanda (c), economicamente una media serie di queste ruote. Il diametro di quasi 2 m è dovuto alla richiesta di realizzare la riduzione in un solo stadio con il rapporto di trasmissione  $i = 21$ . D'altra parte si è sempre detto (*Unità 25*) che il valore del massimo rapporto di trasmissione di un ingranaggio cilindrico a denti diritti è  $5 \div 6$ . Occorre allora procedere con una riduzione in due stadi mediante il rotismo indicato nella *Figura 1995E-c* caratterizzato dai rapporti di trasmissione  $i_{1/2} = z_2/z_1$  e  $i_{3/4} = z_4/z_3$ . Poiché il valore del rapporto di riduzione del singolo stadio non deve superare  $5 \div 6$ , prendiamo per ciascuno stadio un valore del rapporto di riduzione singolo inferiore a 5 tale che il rapporto di riduzione complessivo risulti prossimo a 21:

$$25-34: i_{1/4} = i_{1/2} \cdot i_{3/4} = 4,5 \times 4,75 = 21,375 \approx 21$$

$$25-4: i_{1/2} = \frac{z_2}{z_1} = 4,5 \quad i_{3/4} = \frac{z_4}{z_3} = 4,75$$

Avendo due equazioni con quattro incognite, si sceglie il valore minimo del numero di denti nelle ruote 1 e 3 in grado di evitare l'interferenza (*Tabella 25.1*):  $z_1 = z_3 = 16$ . Corrispondentemente si ha:

$$\frac{z_2}{z_1} = 4,5 \Rightarrow z_2 = 4,5 \cdot z_1 = 4,5 \times 16 = 72 \quad \frac{z_4}{z_3} = 4,75 \Rightarrow z_4 = 4,75 \cdot z_3 = 4,75 \times 16 = 76$$

$P_{\text{nom}} = 20 \text{ kW}$  ( $n = 800 \text{ giri/min}$ )

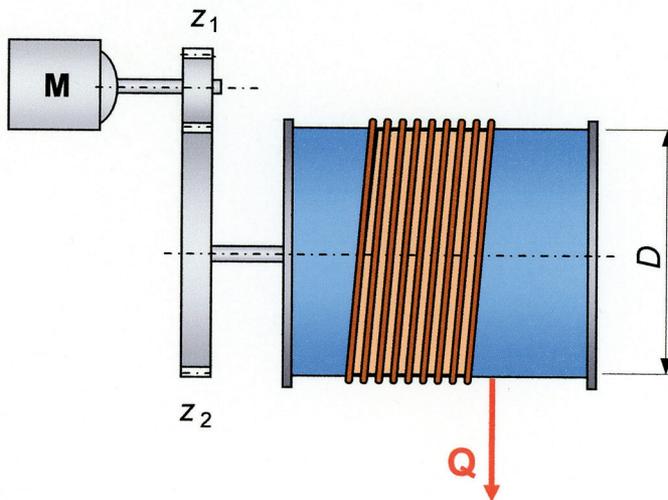


Fig. 1995E-a - Schema dell'impianto.

$P_{\text{nom}} = 20 \text{ kW}$  ( $n = 800 \text{ giri/min}$ )

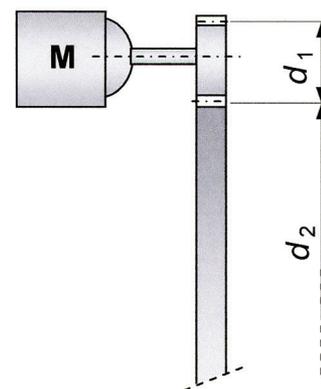


Fig. 1995E-b - Schizzo quotato con riduzione in un solo stadio come richiesto dal tema d'esame.

con velocità di rotazione sui tre alberi date da:

$$n_1 = 800 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \quad n_2 = \frac{n_1}{i_{1/2}} = \frac{800 \text{ giri/min}}{4,5} = 178 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

$$n_2 = n_3 \quad n_4 = \frac{n_3}{i_{3/4}} = \frac{178 \text{ giri/min}}{4,75} = 37,5 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

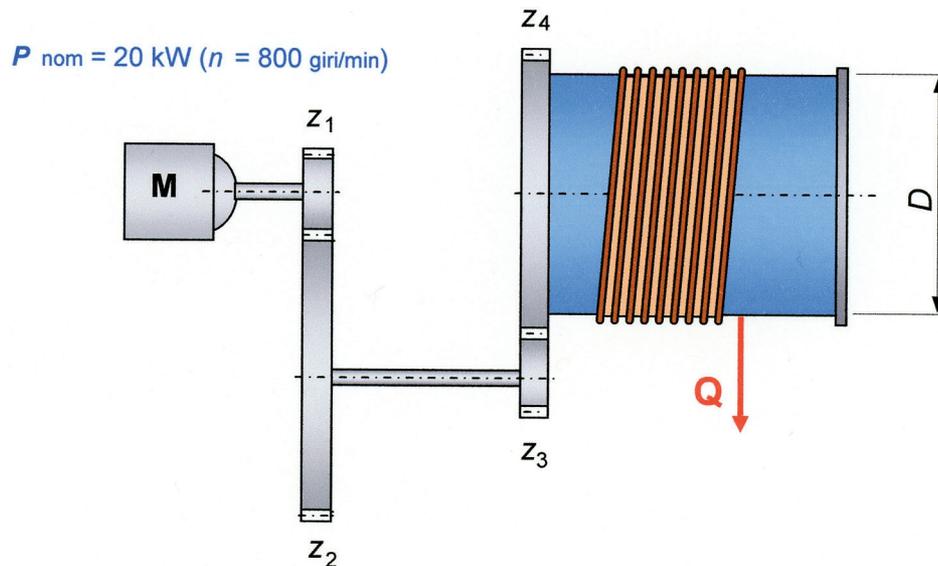


Fig. 1995E-c - Schizzo quotato con riduzione in due stadi.

## 1999. Biella lenta e prestazioni del motore Diesel

Di un motore Diesel quadricilindrico a quattro tempi sono noti i seguenti dati<sup>(\*)</sup>:

- rapporto corsa-alesaggio  $s/D_{\text{cil}} = 1,6$ ;
- velocità media degli stantuffi  $v_m = 3,86 \text{ m/s}$ ;
- velocità media di rotazione  $n = 290 \text{ giri/min}$ ;
- pressione massima nel cilindro:  $p = 8 \text{ MPa}$ .

Il candidato, assumendo con opportuno criterio ogni altro dato occorrente, esegua il proporzionamento della biella a sezione circolare uniforme cava, con rapporto tra i diametri pari a 0,4 e di lunghezza  $l = 0,9 \text{ m}$ . Determinare inoltre la potenza e il consumo orario del motore.

(\*) - I simboli di corsa e alesaggio dell'enunciato originale sono stati modificati per adattarli a quelli usati nel testo; l'unità di misura della pressione massima è stata convertita in megapascal.

### 1. Lettura dell'enunciato

I dati assegnati sono citati nell'enunciato del Tema.

Quesiti:

- calcolo dei principali parametri motoristici tra cui potenza utile al freno  $P_b$ , consumo specifico di combustibile  $bsfc$ , portata in massa di combustibile  $\dot{m}_f$  e portata in volume di gasolio  $\dot{V}_f$ ;
- dimensionamento della sezione circolare cava della biella a compressione semplice;
- verifica a carico di punta.

## 2. Schema della biella: *Figura 1999*

## 3. Scelta dei dati mancanti

- pressione media effettiva  $bmp$  del motore Diesel = 15 bar = 1,5 MPa;
- rendimento utile al freno  $\eta_f = 0,48$ ;
- acciaio da bonifica C 40 con (*Tabella 44.1*) resistenza a trazione  $\sigma_u = 650 \div 800$  MPa, limite di snervamento  $\sigma_y = 460$  MPa e modulo di elasticità  $E = 203$  GPa.

## 4. Soluzione

- Tenendo conto dei bassi valori della velocità media del pistone e della pressione massima nel cilindro assegnati nel tema<sup>1999.1</sup>, vengono assunti, di seguito, alcuni dati mancanti necessari per calcolare le grandezze richieste.

$$41-5: v_m = \frac{2sn}{60} \Rightarrow s = \frac{60v_m}{2n} = \frac{60 \times 3,86 \text{ m/s}}{2 \times 290 \text{ giri/min}} = 0,4 \text{ m} = 400 \text{ mm}$$

$$\frac{s}{D_{\text{cil}}} = 1,6 \Rightarrow D_{\text{cil}} = \frac{s}{1,6} = \frac{400 \text{ mm}}{1,6} = 250 \text{ mm}$$

$$V = z \frac{\pi D_{\text{cil}}^2}{4} s = 4 \frac{\pi \times (0,250 \text{ m})^2}{4} \times 0,4 \text{ m} = 0,0785 \text{ m}^3 = 78,5 \text{ dm}^3$$

$$n = \frac{n \text{ [giri/min]}}{60} = \frac{290 \text{ giri/min}}{60} = 4,83 \text{ giri/s}$$

$$41-15': P_b = bmp \cdot V \frac{n}{K} = 1,5 \times 10^6 \text{ Pa} \times 0,0785 \text{ m}^3 \times \frac{4,83 \text{ giri/s}}{2} = 284,4 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{Potenza specifica: } \frac{P_b}{V} = \frac{284,4 \text{ kW}}{78,5 \text{ dm}^3} = 3,6 \frac{\text{kW}}{\text{dm}^3}$$

**1999.1** - È un motore tipico per impiego stazionario di caratteristiche anomale rispetto a motori di pari applicazione. Si prenda, ad esempio, il motore Wärstilä 46 a 4 tempi sovralimentato che ha: 6 ÷ 8 cilindri, rapporto corsa-alesaggio  $s/D_{\text{cil}} = 1,4$ , potenza per unità di cilindrata  $P_b/V = 7,43 \text{ kW/dm}^3$ , pressione media effettiva massima  $bmp_{\text{max}} = 27,2 \text{ bar} = 2,72 \text{ MPa}$ , velocità di rotazione  $n = 333,3 \text{ giri/min}$  e velocità media del pistone  $v_m = 10 \text{ m/s}$ .

$$41-11: \eta_f = \frac{1}{bsfc \cdot LHV} \Rightarrow bsfc = \frac{1}{\eta_f \cdot LHV} = \frac{1}{0,48 \times 43.300 \text{ kJ/kg}} =$$

$$= 48,1 \times 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{kJ}} = 48,1 \frac{\text{g}}{\text{MJ}} \Rightarrow bsfc = 48,1 \frac{\text{g}}{\text{MJ}} \times \frac{3600 \text{ s/h}}{1000 \text{ kJ/MJ}} = 173,2 \frac{\text{g}}{\text{kWh}} \quad \blacktriangleleft$$

$$41-9: bsfc = \frac{\dot{m}_f}{P_b} \Rightarrow \dot{m}_f = bsfc \cdot P_b = 48,1 \frac{\text{g}}{\text{MJ}} \times 0,2844 \text{ MW} =$$

$$= 13,68 \times \frac{\text{g kg}/1000 \text{ g}}{\text{s h}/3600 \text{ s}} = 49,25 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad \blacktriangleleft$$

$$\dot{V}_f = \frac{\dot{m}_f}{\rho_{\text{gasolio}}} = \frac{49,25 \text{ kg/h}}{840 \text{ kg/m}^3} = 0,0586 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 58,6 \frac{\text{dm}^3}{\text{h}} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Dopo aver calcolato il carico assiale di compressione  $P$ , si determina l'area  $A$  della sezione della biella in funzione dei diametri esterno e interno. Essendo assegnato il rapporto tra questi diametri, si può così ottenere il valore del diametro esterno  $D$ . Come materiale prendiamo l'acciaio C 40. Il limite di fatica a sollecitazione assiale alternata è per la **19-18** del *Paragrafo 44.1.2*  $\sigma_f = (0,3 \div 0,45)\sigma_u$ ; trattandosi di un acciaio di media resistenza, possiamo prendere 0,4 valore prossimo a 0,45 estremo maggiore dell'intervallo, ottenendo così  $\sigma_f = 0,4 \cdot \sigma_u = 0,4 \times 650 \text{ MPa} = 260 \text{ MPa}$ . Preso poi un fattore di sicurezza  $n = 3,0$ , il valore della tensione ammissibile a fatica risulta  $\sigma_{\text{amm},f} = \sigma_f/n = 260 \text{ MPa}/3 = 86,7 \text{ MPa}$ .

$$14-1: p = \frac{P}{A_{\text{cil}}} \Rightarrow P = pA_{\text{cil}} = p \frac{\pi D_{\text{cil}}^2}{4} = 8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times \frac{\pi \times (250 \text{ mm})^2}{4} = 392,7 \text{ kN}$$

$$20-1, 19-14: \sigma = \frac{P}{A} \leq \sigma_{\text{amm},f} \Rightarrow A = \frac{P}{\sigma_{\text{amm},f}} = \frac{392.700 \text{ N}}{86,7 \text{ N/mm}^2} = 4529,4 \text{ mm}^2 \quad \blacktriangleleft$$

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}[D^2 - (0,4D)^2] = \frac{\pi}{4}D^2(1 - 0,16) = 0,66D^2 = 4529,4 \text{ mm}^2 \Rightarrow D^2 = \frac{4529,4 \text{ mm}^2}{0,66} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D = \sqrt{\frac{4529,4 \text{ mm}^2}{0,66}} = 82,8 \text{ mm} \quad d = 0,4D = 0,4 \times 82,8 \text{ mm} = 33,1 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Calcoliamo il raggio di inerzia (minimo)  $k$  della sezione circolare cava e quindi il rapporto di snellezza  $\lambda = L_e/k$  della biella di lunghezza  $L = 0,9 \text{ m}$ , che però nel nostro caso coincide con la lunghezza equivalente  $L_e$ , poiché la biella viene considerata come un'asta incernierata alle due estremità soggetta al carico assiale di compressione  $P$ . Calcoliamo poi il valore della snellezza limite di proporzionalità  $\lambda_{\text{lim},\text{prop}} = (L_e/k)_{\text{lim},\text{prop}}$  della formula di Eulero<sup>1964.1</sup>.

$$\text{Tabella VII: } k = \sqrt{\frac{D^2 + d^2}{16}} = \sqrt{\frac{(82,8 \text{ mm})^2 + (33,1 \text{ mm})^2}{16}} = 22,3 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{L_e}{k} = \frac{900 \text{ mm}}{22,3 \text{ mm}} = 40,3$$

$$\mathbf{23-10:} \quad \lambda_{\text{lim,prop}} = \left( \frac{L_e}{k} \right)_{\text{lim,prop}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} = \pi \times \sqrt{\frac{203.000 \text{ MPa}}{460 \text{ MPa}}} = 66$$

Confrontando la snellezza della biella pari a 40,3 con la snellezza limite  $\lambda_{\text{lim,prop}} = (L_e/k)_{\text{lim,prop}}$  della formula di Eulero pari a 66, si conclude (*Figura 23.17*) che non siamo nel campo Euleriano ma che comunque la snellezza della biella è superiore a 30 ed è quindi necessaria (*Paragrafo 48.4.2*) la verifica a carico di punta.

Verifichiamo la biella a carico di punta con la formula di Rankine procedendo per successive iterazioni. Il coefficiente  $\alpha$  per gli acciai vale 0,00010, 0,00015 e 0,00020 rispettivamente per basse, medie e alte snellezze; essendo basso il valore della snellezza della biella, prendiamo 0,00010 e ricaviamo il termine che figura al denominatore della formula di Rankine. Come tensione ammissibile, nella formula di Rankine, prendiamo la tensione ammissibile a fatica determinata prima:  $\sigma_{\text{amm,f}} = 86,7 \text{ MPa}$ .

$$1 + \alpha\lambda^2 = 1 + 0,0001 \times 40,3^2 = 1,162$$

$$\mathbf{48-15:} \quad \frac{P}{A} \leq \frac{\sigma_{\text{amm,f}}}{1 + \alpha\lambda^2} \Rightarrow P = \frac{\sigma_{\text{amm,f}}}{1 + \alpha\lambda^2} A = \frac{86,7 \text{ N/mm}^2}{1,162} \times 4529,4 \text{ mm}^2 = 337,95 \text{ kN}$$

Essendo il carico di punta sopportabile dalla biella (337,95 kN) minore del carico applicato (392,7 kN), secondo Rankine la biella potrebbe manifestare problemi per instabilità al carico di punta. Calcoliamo allora un nuovo valore (maggiore) dell'area  $A'$  della sezione circolare cava prendendo un valore della tensione ammissibile  $\sigma'_{\text{amm,f}}$  ottenuto dividendo la tensione ammissibile assegnata  $\sigma_{\text{amm,f}} = 86,7 \text{ MPa}$  per il termine  $(1 + \alpha\lambda^2) = 1,162$  che figura al denominatore della formula di Rankine:

$$\sigma'_{\text{amm,f}} = \frac{\sigma_{\text{amm,f}}}{(1 + \alpha\lambda^2)} = \frac{86,7 \text{ N/mm}^2}{1,162} = 74,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{P}{A} = \sigma'_{\text{amm,f}} \Rightarrow A' = \frac{P}{\sigma'_{\text{amm,f}}} = \frac{392.700 \text{ N}}{74,6 \text{ N/mm}^2} = 5264 \text{ mm}^2 \quad \blacktriangleleft$$

Con il nuovo valore  $A'$  dell'area della sezione calcoliamo i diametri esterno e interno e ripetiamo i calcoli per ricavare un nuovo valore del carico di punta  $P'$ .

$$A' = 0,66D'^2 = 5264 \text{ mm}^2 \Rightarrow D' = \sqrt{\frac{5264 \text{ mm}^2}{0,66}} = 89,3 \text{ mm}$$

$$d' = 0,4D' = 0,4 \times 89,3 \text{ mm} = 35,7 \text{ mm}$$

$$\text{Tabella VII: } k' = \sqrt{\frac{D'^2 + d'^2}{16}} = \sqrt{\frac{(89,3 \text{ mm})^2 + (35,7 \text{ mm})^2}{16}} = 24 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{L_e}{k} = \frac{900 \text{ mm}}{24 \text{ mm}} = 37,5 \quad 1 + \alpha\lambda^2 = 1 + 0,0001 \times 37,5^2 = 1,14$$

$$48-15: \frac{P'}{A'} = \frac{\sigma_{amm,f}}{1 + \alpha\lambda^2} \Rightarrow P' = \frac{\sigma_{amm,f}}{1 + \alpha\lambda^2} A' = \frac{86,7 \text{ N/mm}^2}{1,14} \times 5264 \text{ mm}^2 = 400 \text{ kN} \quad \blacktriangleleft$$

Il carico di punta di 400 kN è, questa volta, maggiore del carico di compressione di 392,7 kN che agisce sulla biella e quindi la biella con l'area maggiore  $A' = 5264 \text{ mm}^2$  è verificata.

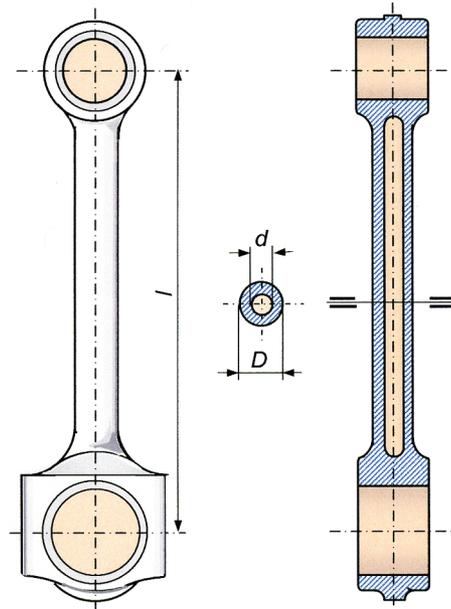


Fig. 1999 - Schema della biella.

## 2001. Biella veloce

Si fa l'ipotesi che durante un adeguato periodo di prova di una autovettura, vengano segnalate rotture del fusto delle bielle veloci in prossimità del piede.

Dopo una analisi approfondita del fenomeno, emerge che non era stato valutato opportunamente il tipo di sollecitazione gravante nella sezione di rottura.

Pertanto occorrerà rifare un nuovo calcolo per il dimensionamento.

Si dispone dei seguenti dati<sup>(\*)</sup>:

- lunghezza caratteristica  $d = 10 \text{ mm}$  della sezione a doppio T rappresentata in Figura;
- corsa del pistone  $s = 80 \text{ mm}$ ;
- alesaggio del cilindro  $D = 80 \text{ mm}$ ;
- velocità di rotazione del motore  $n = 5500 \text{ giri/min}$ ;

- lunghezza della biella  $l = 160$  mm;
- pressione massima nel cilindro  $p_{\max} = 2,85$  MPa;
- carico di rottura dell'acciaio della biella  $R = 920$  N/mm<sup>2</sup>.

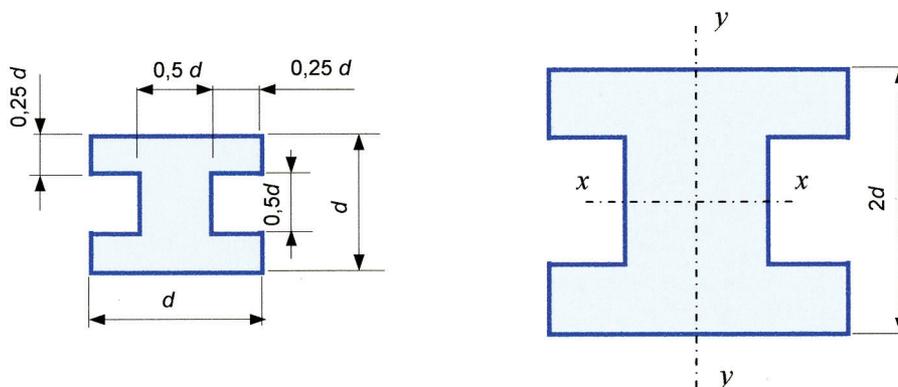


Fig. 2001-a - Sezione al piede di biella.

Il candidato indichi le principali sollecitazioni in una biella veloce e successivamente, adottando un coefficiente di sicurezza per bielle veloci  $n = 8$ :

- esegua le opportune verifiche sullo stato di fatto;
- determini le nuove dimensioni del fusto di biella;
- esegua uno schizzo quotato, con il raffronto delle condizioni geometriche iniziali con quelle ricalcolate nelle sezioni prossime al piede di biella e al bottone di manovella.

(\*) - Alcuni simboli sono stati modificati per adattarli a quelli usati nel testo; in particolare, le lunghezze delle due sezioni della trave a doppio T sono state espresse in funzione della lunghezza  $d$ .

## 1. Lettura dell'enunciato

Sono assegnati i dati citati nell'enunciato e:

- la tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = R/n = 920 \text{ MPa}/8 = 115 \text{ MPa}$ .

Quesiti:

- definire le sollecitazioni principali in una biella veloce;
- esprimere area  $A$ , momento di inerzia  $I$ , raggio di inerzia  $k$ , snellezza  $\lambda = L_e/k$  e modulo di resistenza a flessione  $Z_f$  in funzione della lunghezza caratteristica  $d$  della sezione a doppio T;
- verifiche sullo stato di fatto;
- nuovo dimensionamento a carico di punta;
- verifica a trazione;
- verifica a pressoflessione.

## 2. Sezione della biella: *Figura 2001-a* (allegata al Tema)

### 3. Soluzione

- a) In una biella veloce le sollecitazioni principali del fusto sono rappresentate da (*Paragrafo 48.4.1*) forza normale, carico di punta e a flessione laterale (colpo di frusta). L'analisi dei carichi mette in rilievo che i primi due calcoli a forza normale e a carico di punta riguardano la posizione della biella rispettivamente ai punti morti superiore e inferiore, mentre il calcolo a colpo di frusta è relativo alla posizione in quadratura della biella, quando cioè l'angolo tra biella e manovella è di  $90^\circ$ .
- b) Le dimensioni della sezione al piede di biella sono funzione della distanza  $d$  tra la parte esterna delle due ali della sezione a doppio T del fusto in corrispondenza del piede di biella. Conviene allora esprimere area  $A$ , momento di inerzia  $I$ , raggio di inerzia  $k$  e modulo di resistenza a flessione  $Z_f$  in funzione di  $d$  (*Figura 2001-a*). Del momento e del raggio di inerzia interessano i valori minimi  $I_{\min}$  e  $k_{\min}$ , riferiti cioè all'asse verticale  $yy$ , che verranno utilizzati nella verifica a carico di punta, mentre del modulo di resistenza a flessione, che verrà utilizzato nella verifica a flessione laterale (colpo di frusta), viene considerato il valore massimo  $Z_{f,\max}$ , calcolato quindi rispetto all'asse orizzontale  $xx$ .

Il momento di inerzia del rettangolo è (*Tabella VII*) la base  $b$  per il cubo dell'altezza  $h$  diviso 12:  $(bh^3)/12$ . Il momento di inerzia complessivo si calcola come somma dei momenti di inerzia dei rettangoli affiancati lungo  $y$  e precisamente due rettangoli laterali di base  $b = 0,25 \cdot d$  e altezza  $h = d$  e del rettangolo centrale di base  $b = 0,5 \cdot d$  e altezza  $h = 0,5 \cdot d$ . L'area  $A$  è l'area complessiva di questi tre rettangoli. Il rapporto di snellezza è  $\lambda = L_e/k$ , dove la lunghezza equivalente  $L_e$  coincide con la lunghezza  $l = 160$  mm della biella poiché è considerata come un'asta incernierata alle due estremità soggetta al carico assiale di compressione  $P$ .

$$A = 2 \cdot (0,25d \cdot d) + 0,5d \cdot 0,5d = 0,5 \cdot d^2 + 0,25 \cdot d^2 = 0,75 \cdot d^2 \quad \blacktriangleleft$$

$$I_{\min} = 2 \cdot \left[ \frac{0,25d \cdot d^3}{12} \right] + \left[ \frac{0,5d \cdot (0,5d)^3}{12} \right] = \frac{0,5d^4 + 0,0625d^4}{12} = \frac{0,5625d^4}{12} = 0,046875 \cdot d^4 \quad \blacktriangleleft$$

$$k_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{0,046875 \cdot d^4}{0,75 \cdot d^2}} = 0,25 \cdot d \quad \lambda = \frac{L_e}{k} = \frac{l}{k_{\min}} = \frac{160 \text{ mm}}{0,25 \cdot d} = \frac{640 \text{ mm}}{d} \quad \blacktriangleleft$$

Facendo sempre riferimento ai simboli della sezione a doppio T della *Tabella VII*, determiniamo poi il modulo di resistenza a flessione  $Z_{f,\max}$  in funzione di  $d$  rispetto all'asse  $x$ , che, come detto sopra, verrà utilizzato nella verifica a flessione laterale.

$$Z_{f,\max} = \frac{bd^3 - h^3(b-t)}{6d} = \frac{d \cdot d^3 - (0,5 \cdot d)^3 (d - 0,5 \cdot d)}{6d} = \frac{d^4 - 0,0625 \cdot d^4}{6 \cdot d} = 0,15625 \cdot d^3 \quad \blacktriangleleft$$

- c) Nel confrontare il valore assoluto della tensione sulla sezione al piede di biella di area  $A_{pb}$  dovuta alla forza di compressione  $P$  nelle condizioni più severe (all'avviamento) con la tensione ammissibile assegnata  $\sigma_{amm,f} = 115 \text{ MPa}$  si constata che la biella non risulta verificata.

$$48-11: P = p_{\max} A_{cil} = p_{\max} \frac{\pi D^2}{4} = 2.850.000 \text{ Pa} \times \left[ \frac{\pi}{4} (0,080 \text{ m})^2 \right] = 14,3 \text{ kN}$$

$$20-1: \sigma = \frac{P}{A_{pb}} = \frac{14.325,7 \text{ N}}{0,75 \cdot d^2} = \frac{14.300 \text{ N}}{0,75 \times (10 \text{ mm})^2} = 191 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > 115 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \ll \text{non verificata} \gg \blacktriangleleft$$

- d) Si procede a un nuovo dimensionamento della distanza  $d$  che figura nell'area  $A_{pb}$  ( $A_{pb} = 0,75 \cdot d^2$ ), seguendo la procedura di calcolo a carico di punta con la formula di Rankine. Al denominatore poniamo  $\alpha = 0,000125$  a motivo del valore medio-basso della snellezza ( $\lambda = 640 \text{ mm}/13 \text{ mm} = 49,2$ ).

$$20-1, 19-13: \frac{P}{0,75 \cdot d^2} = \sigma_{amm,f} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{P}{0,75 \cdot \sigma_{amm,f}}} = \sqrt{\frac{14.300 \text{ N}}{0,75 \times 115 \text{ N/mm}^2}} = 12,9 \text{ mm} \approx 13 \text{ mm}$$

$$1 + \alpha \lambda^2 = 1 + 0,000125 \times 49,2^2 = 1,3 \quad A_{pb} = 0,75 \cdot d^2 = 0,75 \times (13 \text{ mm})^2 = 126,75 \text{ mm}^2$$

$$48-15: \frac{P_{\text{Rankine}}}{A_{pb}} = \frac{\sigma_{amm,f}}{1 + \alpha \lambda^2} \Rightarrow P_{\text{Rankine}} = \frac{\sigma_{amm,f}}{1 + \alpha \lambda^2} A_{pb} = \frac{115 \text{ N/mm}^2}{1,3} \times 126,75 \text{ mm}^2 = 11,2 \text{ kN}$$

Essendo il carico di punta sopportabile dalla biella (11,2 kN) minore del carico applicato (14,3 kN), secondo Rankine la biella potrebbe manifestare problemi di instabilità. Calcoliamo allora un nuovo valore (maggiore) dell'area  $A'_{pb}$  della sezione prendendo un valore della tensione ammissibile  $\sigma'_{amm,f}$  ottenuto dividendo la tensione ammissibile assegnata  $\sigma_{amm,f} = 115 \text{ MPa}$  per il termine  $(1 + \alpha \lambda^2) = 1,3$  che figura al denominatore della formula di Rankine:

$$\sigma'_{amm,f} = \frac{\sigma_{amm,f}}{(1 + \alpha \lambda^2)} = \frac{115 \text{ N/mm}^2}{1,3} = 88,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\frac{P}{0,75 \cdot d^2} = \sigma'_{amm,f} \Rightarrow d' = \sqrt{\frac{P}{0,75 \cdot \sigma'_{amm,f}}} = \sqrt{\frac{14.300 \text{ N}}{0,75 \times 88,5 \text{ N/mm}^2}} = 14,7 \text{ mm} \approx 15 \text{ mm} \blacktriangleleft$$

Con questo nuovo valore  $d'$  ripetiamo i calcoli per ricavare un valore aggiornato del carico di punta  $P'$ ; essendo diminuita la snellezza della biella prendiamo il valore più basso del coefficiente al denominatore della formula di Rankine ( $\alpha' = 0,00010$ ).

$$\lambda = \frac{640 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} = 42,7 \quad 1 + \alpha' \lambda'^2 = 1 + 0,0001 \times 42,7^2 = 1,18$$

$$A'_{pb} = 0,75 \cdot d'^2 = 0,75 \times (15 \text{ mm})^2 = 168,75 \text{ mm}^2$$

$$48-15: \frac{P'_{\text{Rankine}}}{A'_{pb}} = \frac{\sigma_{\text{amm,f}}}{1 + \alpha' \lambda'^2} \Rightarrow P'_{\text{Rankine}} = \frac{\sigma_{\text{amm,f}}}{1 + \alpha' \lambda'^2} A'_{pb} = \frac{115 \text{ N/mm}^2}{1,18} \times 168,75 \text{ mm}^2 = 16,4 \text{ kN} \blacktriangleleft$$

Il carico di punta ricavato con la formula di Rankine pari a 16,4 kN è questa volta maggiore del carico di compressione  $P = 14,3 \text{ kN}$  che agisce sulla biella e quindi la biella con la lunghezza  $d' = 15 \text{ mm}$  è verificata. Possiamo adesso schizzare la biella (*Figura 2001-b*): la sezione al piede di biella con le lunghezze in funzione di  $d = 15 \text{ mm}$ , mentre per la sezione alla testa di biella rispettiamo le lunghezze della sezione al piede di biella ad eccezione dell'altezza assegnata pari a  $2d = 30 \text{ mm}$ . Definiamo inoltre i diametri interni del piede  $d_{p,i} = (0,25 \div 0,31)D$  e della testa  $d_{t,i} = (0,60 \div 0,67)D$  espressi in funzione dell'alesaggio  $D$  del cilindro (questi valori si leggono sul manuale). Prendendo i valori maggiori dell'intervallo (sono le proporzioni della biella della *Figura 48.25*), nel nostro caso avremo  $d_{p,i} = 0,31 \cdot D = 0,31 \times 80 \text{ mm} = 24,8 \text{ mm}$  e  $d_{t,i} = 0,67 \cdot D = 0,67 \times 80 \text{ mm} = 53,6 \text{ mm}$ .

- e) Il carico massimo normale è funzione del prodotto delle masse in gioco per le accelerazioni. Presa la sezione media del fusto di biella, calcoliamo la massa del fusto della biella moltiplicando il volume per la massa volumica dell'acciaio  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ . Moltiplichiamo (stima basata sui dati della *Tabella 48.1*) la massa del fusto per 1,4 per ottenere la massa della biella  $m_b$ , e poi la massa della biella per 0,83 per ottenere la massa di pistone, spinotto e delle fasce elastiche  $m_{\text{psf}}$ .

$$\text{Area della sezione al piede di biella: } A_{pb} = 0,75 \cdot d^2 = 0,75 \times (15 \text{ mm})^2 = 168,75 \text{ mm}^2$$

$$\text{Area della sezione alla testa di biella: } A_{tb} = 2 \cdot (3,75 \times 15) \text{ mm}^2 + (7,5 \times 22,5) \text{ mm}^2 = 281,25 \text{ mm}^2$$

$$\text{Area media del fusto: } A_{m,fb} = \frac{A_{pb} + A_{tb}}{2} = \frac{168,75 \text{ mm}^2 + 281,25 \text{ mm}^2}{2} = 225 \text{ mm}^2$$

$$\text{Volume del fusto: } V_{fb} = A_{m,fb} \cdot l = 225 \text{ mm}^2 \times 160 \text{ mm} = 36.000 \text{ mm}^3$$

$$\text{Massa del fusto: } m_{fb} = V_{fb} \cdot \rho = 36.000 \times 10^{-9} \text{ m}^3 \times 7850 \text{ kg/mm}^3 = 0,283 \text{ kg} = 283 \text{ g}$$

$$\text{Massa della biella: } m_b = 1,4 \cdot m_{fb} = 1,4 \times 283 \text{ g} = 396 \text{ g}$$

$$\text{Massa di pistone, spinotto e fasce elastiche: } m_{\text{psf}} = 0,83 \cdot m_b = 0,83 \times 396 \text{ g} = 329 \text{ g}$$

Calcoliamo quindi il carico massimo normale a trazione, che si raggiunge al punto morto superiore TDC a  $720^\circ$ , moltiplicando le masse ridotte (*Paragrafo 48.4.1*) per le rispettive accelerazioni.

$$41-1: s = 2r \Rightarrow r = \frac{s}{2} = \frac{80 \text{ mm}}{2} = 40 \text{ mm};$$

$$48-1: \text{rapporto di allungamento } \lambda = \frac{r}{l} = \frac{40 \text{ mm}}{160 \text{ mm}} = 0,25$$

$$6-11: \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 5500 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 576 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad 48-2: \alpha_m = \omega^2 r = \left(576 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times 0,04 \text{ m} = 13.271 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$48-5: \alpha \equiv \omega^2 r [\cos \theta + \lambda \cos(2\theta)] = 13.271 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times [\cos 0^\circ + 0,25 \times \cos(2 \times 0^\circ)] =$$

$$= 13.271 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times [1 + 0,25] = 16.589 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$48-13: F_{\text{TDC},720^\circ} = + \left( \frac{m_b}{2} + m_{\text{psf}} \right) \cdot \alpha_{\text{pb,TDC}} + \frac{m_b}{2} \cdot \alpha_m = + \left( \frac{0,396}{2} + 0,329 \right) \text{ kg} \times 16.589 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} +$$

$$+ \frac{0,396 \text{ kg}}{2} \times 13.271 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = + 8742,4 \text{ N} + 2627,6 \text{ N} = + 11.370 \text{ N}$$

Come area di riferimento prendiamo quella prossima alla testa di biella  $A_{\text{tb}} = 281,25 \text{ mm}^2$ , indicata come sezione al bottone di manovella, che è quella più sollecitata a trazione.

$$20-1: \sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{\text{amm},f} = 115 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \Rightarrow \frac{11.370 \text{ N}}{281,25 \text{ mm}^2} = 40,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 115 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \ll \text{verificato} \gg \blacktriangleleft$$

- f) Con riferimento alla sezione del fusto in prossimità del piede di biella (*Paragrafo 48.4.3*), calcoliamo prima la tensione a flessione laterale della biella (colpo di frusta) e poi la tensione normale di compressione per la forza di compressione  $F_b$  dovuta alla pressione dei gas  $p_{\text{gas}}$  che agiscono sulla biella in quadratura. Non disponendo di un diagramma della pressione all'interno del cilindro, si può ritenere la pressione in quadratura durante la fase di espansione pari a  $1/3$  del valore massimo assegnato di 2,85 MPa:  $p_{\text{gas}} = (1/3)p_{\text{max}} = (1/3)2,85 \text{ MPa} = 0,95 \text{ MPa}$ . Moltiplicando la pressione dei gas  $p_{\text{gas}}$  per l'area  $A_{\text{cil}}$  relativa al cilindro di alesaggio  $D$ , si calcola la forza dei gas  $F_g$ .

$$48-18: M_{f,\text{max}} = 0,064 \omega^2 r A \rho l^2 =$$

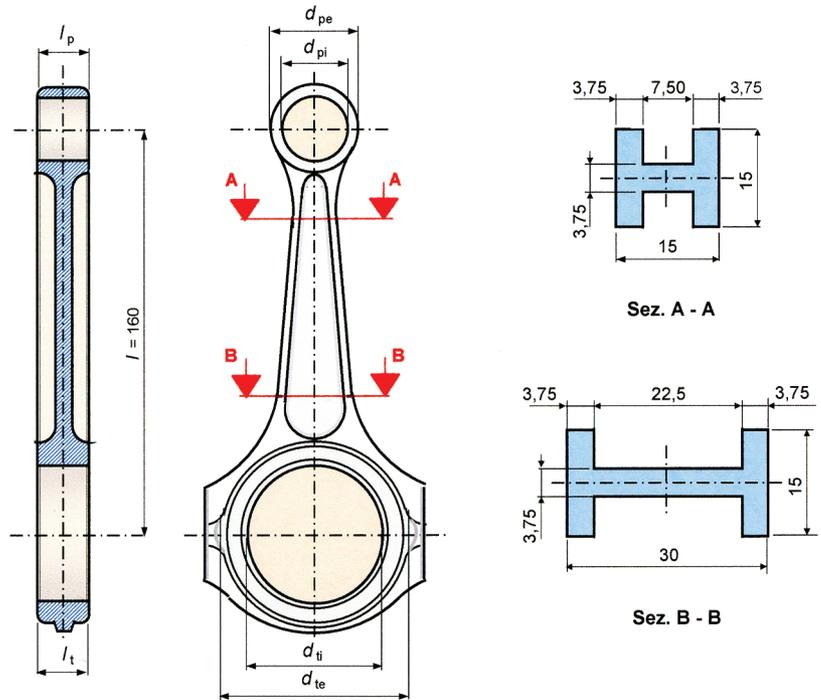
$$= 0,064 \times \left(576 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times 0,04 \text{ m} \times 0,00012675 \text{ m}^3 \times 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times (0,16 \text{ m})^2 = 21,634 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$Z_{f,\text{max}} = 0,15625 \cdot d^3 = 0,15625 \times (15 \text{ mm})^3 = 527,34 \text{ mm}^3$$

$$20-7: \sigma_{\text{max}} = \frac{M_f}{Z_f} = \frac{21,634 \text{ N} \cdot \text{mm}}{527,34 \text{ mm}^3} = 41 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$48-11: F_g = p_{\text{gas}} A = p_{\text{gas}} \frac{\pi D^2}{4} = 0,95 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times \frac{\pi \times (80 \text{ mm})^2}{4} = 4775 \text{ N}$$

Fig. 2001-b - Schizzo della biella con le sezioni del fusto in prossimità del piede (A-A) e della testa di biella (B-B); le dimensioni sono in millimetri.



$$48-22: F_b = F_g \frac{\sqrt{l^2 + r^2}}{l} = -4775 \text{ N} \times \frac{\sqrt{(160 \text{ mm})^2 + (40 \text{ mm})^2}}{160 \text{ mm}} = -4922 \text{ N}$$

$$20-1: \frac{F_b}{A} = \frac{-4922 \text{ N}}{126,75 \text{ mm}^2} = -38,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Confrontando il valore assoluto della tensione  $\sigma$  a pressoflessione con la tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = 115 \text{ MPa}$ , la biella risulta verificata con largo margine.

$$48-19: \sigma = \frac{F_b}{A} \pm \frac{M_{f,\text{max}}}{Z_f} = -38,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} - 41 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = -79,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma = 79,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \sigma_{\text{amm},f} = 115 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \ll \text{verificato} \gg$$

## 2002. Volano in ghisa

Per regolare il regime di rotazione di un gruppo elettrogeno, viene calettato sull'albero di trasmissione del motore un volano in ghisa.

Si hanno i seguenti dati:

- coppie polari dell'alternatore  $p = 2$ ;
- frequenza della corrente elettrica di rete  $f = 50 \text{ Hz}$ ;

– potenza all’asse del motore (Diesel 4 cilindri, 4 tempi)  $P = 30$  kW.

Il candidato, dopo aver assunto con motivato criterio i dati ritenuti necessari, effettui:

- il dimensionamento di massima del volano;
- la verifica della corona alla forza centrifuga;
- lo schizzo quotato dell’organo meccanico.

Il candidato, inoltre, illustri sinteticamente le caratteristiche costruttive e di funzionamento dell’organo meccanico.

## 1. Lettura dell’enunciato

Dati assegnati:

- coppie polari dell’alternatore  $p = 2$  e frequenza della corrente elettrica di rete  $f = 50$  Hz;
- potenza del motore (Diesel 4 cilindri, 4-tempi)  $P = 30$  kW.

Quesiti:

- calcolo del momento di inerzia di massa  $I$  del volano;
- dimensionamento dell’altezza  $h$  e della larghezza  $b$  della corona del volano;
- verifica della tensione circonferenziale  $\sigma_{\text{circ}}$ .

## 2. Schema dell’impianto: *Figura 2002*

## 3. Scelta dei dati mancanti

- corona del volano a sezione rettangolare di altezza  $h$  e larghezza  $b$  con rapporto  $b/h = 2$ .

## 4. Soluzione

- Essendo assegnate frequenza di rete  $f$  e coppie di poli  $p = 2$ , si calcola la velocità di rotazione  $n$  [giri/min] dell’alternatore (se si usasse la **17-23** che è espressa in funzione del numero dei poli  $N_p$ , si avrebbe  $N_p = 4$ ). Assumendo che la velocità  $n$  sia anche la velocità di rotazione del motore Diesel, si può calcolare la sua velocità angolare media  $\omega$  e quindi il valore del momento di inerzia del volano  $I$ , che verrà utilizzato per il dimensionamento nell’ipotesi di ritenere trascurabile il contributo delle razze e del mozzo.

$$n = \frac{60f}{p} = \frac{60 \times 50 \text{ Hz}}{2} = 1500 \text{ giri/min}$$

$$\mathbf{6-11:} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1500 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 157 \text{ rad/s}$$

$$\mathbf{47-16, Tabelle 47.5 e 47.6:} \quad I = \frac{2\pi \cdot \varphi \cdot P}{C_s \cdot \omega^3} = \frac{2 \times \pi \times 0,25 \times 30.000 \text{ W}}{0,0025 \times (157 \text{ rad/s})^3} = 4,87 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad \blacktriangleleft$$

- b) Sapendo che (*Paragrafo 47.4.3*) per volani in ghisa ( $\rho = 7250 \text{ kg/m}^3$ ) il limite della velocità periferica è  $v_m \leq 40 \text{ m/s}$ , si calcola il raggio medio  $r_m$  della corona del volano a razze. Si dimensiona poi la corona a sezione rettangolare del volano di altezza  $h$  e larghezza  $b$  (*Figura 2002*) assumendo un rapporto  $b/h = 2$ ; risulta così  $b = 2h$ .

$$6-13: v_m = \omega r_m \Rightarrow r_m = \frac{v_m}{\omega} = \frac{40 \text{ m/s}}{157 \text{ rad/s}} = 0,25 \text{ m} = 250 \text{ mm}$$

$$47-18: h \cdot b = \frac{I}{2\pi\rho r_m^3} = \frac{4,87 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{2 \times \pi \times 7250 \text{ kg/m}^3 \times (0,25 \text{ m})^3} = 6,84 \times 10^{-3} \text{ m}^2 = 6840 \text{ mm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{6.840 \text{ mm}^2}{b} = \frac{6.840 \text{ mm}^2}{2h} \Rightarrow h^2 = \frac{6.840 \text{ mm}^2}{2} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{6.840 \text{ mm}^2}{2}} = 58,5 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$b = 2h = 2 \times 58,5 \text{ mm} = 117 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Calcoliamo infine la tensione circonferenziale  $\sigma_{\text{circ}}$ , il cui valore rispetterà la tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm}} = 12 \text{ MPa}$  poiché (*Paragrafo 47.4.3*) si era appunto calcolata la velocità periferica  $v_m$  prendendo una tensione ammissibile pari a circa 12 MPa.

$$47-19: \sigma_{\text{circ}} = \rho\omega^2 r_m^2 = 7250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \left(157 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \times (0,25 \text{ m})^2 = 11,12 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \sigma_{\text{amm}} = 12 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

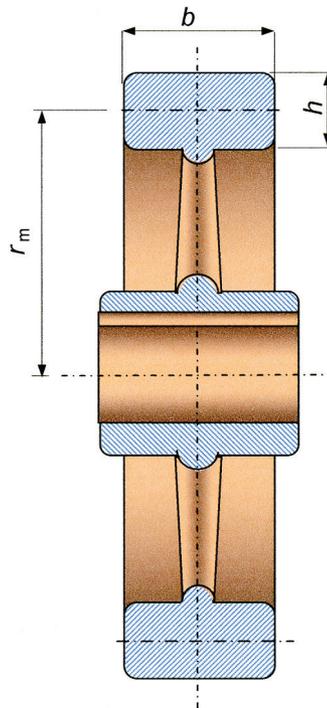


Fig. 2002 - Schizzo del volano con la corona a sezione rettangolare di altezza  $h$  e larghezza  $b$ .

## 2004. Manovella di una pompa a stantuffo a semplice effetto e volano

Una pompa a stantuffo a semplice effetto ha le seguenti caratteristiche:

- velocità di rotazione: 120 giri al minuto primo;
- diametro del cilindro: 200 mm;
- corsa del pistone: 320 mm;
- prevalenza manometrica: 280 J/kg;
- fluido movimentato: fanghi con massa volumica di 1600 kg/m<sup>3</sup>.

Il candidato:

1. Disegni con opportuna scala il diagramma del momento richiesto in funzione dell'angolo di manovella.
2. Esegua uno schizzo quotato della manovella di estremità del meccanismo assumendo con proprio criterio tutte le dimensioni occorrenti.
3. Indichi, in riferimento alle varie posizioni della manovella, le maggiori sollecitazioni presenti nelle sezioni trasversali della stessa ed effettui verifiche di resistenza di quelle che ritiene più pericolose dopo aver specificato il materiale da usare.
4. (Facoltativo) con l'aiuto del diagramma del momento richiesto, in via approssimata, valuti il momento di inerzia di un volano che garantisca un grado di irregolarità nel periodo non superiore al 4%.

In alternativa al punto 3)

3. Calcoli, in riferimento alle posizioni critiche della manovella (quadratura e allineamento con la biella), le sollecitazioni presenti nelle sezioni trasversali più pericolose.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- velocità di rotazione dell'albero motore  $n = 120 \text{ giri/min} = 2 \text{ giri/s}$ ;
- prevalenza manometrica  $gh_u = 280 \text{ J/kg}$  con  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ;
- diametro del cilindro  $D = 200 \text{ mm}$ ;
- corsa del pistone  $s = 320 \text{ mm}$ ;
- massa volumica del fluido  $\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$ .

Quesiti:

- a) calcolo di portata  $\dot{V}$ , pressione  $p$ , potenza assorbita  $P_a$ , momento medio  $M_m$ , forza  $F$  sul pistone e momento istantaneo  $M$ ;
- b) dimensionamento del perno di manovella;
- c) dimensionamento del perno di banco;
- d) verifica della sezione tangente al mozzo del perno di manovella;
- e) verifica della sezione tangente al mozzo dell'albero;
- f) calcolo del momento di inerzia  $I$  del volano.

## 2. Schema del manovellismo: *Figura 2004-a*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- rendimento volumetrico della pompa  $\eta_v = 0,98$ ;
- rendimento organico o meccanico della pompa  $\eta_o = 0,96$ ;
- rendimento idraulico della pompa  $\eta_h = 0,96$ ;
- rendimento totale della pompa  $\eta_P = \eta_v \eta_o \eta_h = 0,98 \times 0,96 \times 0,96 = 0,90$ ;
- rapporto tra raggio di manovella e lunghezza della biella  $\lambda = r/l = 0,25$ ;
- acciaio al carbonio bonificato C 40 per la manovella con resistenza a trazione  $R_m = 650 \div 800$  MPa (*Tabella 44.1*), resistenza a fatica assiale alternata  $\sigma_f = 292$  (letta sulla *Tabella 19.2* oppure calcolata con la **19-18** del *Paragrafo 44.1.2*) e, preso un fattore di sicurezza  $n = 3$  (*Paragrafo 44.1.2*), tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{amm,f} = 97$  MPa.

### 4. Soluzione

- a) Le formule utilizzate per ricavare le principali caratteristiche geometriche e funzionali sono riportate nei *Paragrafi 17.4.2* e *17.4.3* del primo volume.

$$17-13: s = 2r \Rightarrow r = \frac{s}{2} = \frac{320 \text{ mm}}{2} = 160 \text{ mm}$$

$$17-14: A_{\text{pist}} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times (0,2 \text{ m})^2}{4} = 0,0314 \text{ m}^2; V = A_{\text{pist}} s = 0,0314 \text{ m}^2 \times 0,32 \text{ m} = 0,010048 \text{ m}^3$$

$$17-15: v_m = 2sn = 2 \times 0,32 \text{ m} \times 2 \text{ giri/s} = 1,28 \text{ m/s}$$

Ricordando<sup>17.8</sup> che le pompe vengono classificate in funzione della velocità media  $v_m$  in pompe lente ( $0,3 \div 0,8$  m/s), pompe normali ( $0,8 \div 1,2$  m/s) e pompe veloci ( $1,2 \div 2,4$  m/s), la velocità media della pompa attuale risulta di poco superiore a quella delle pompe normali.

Calcoliamo portata che viene indicata con  $\dot{V}$  (variazione del volume  $V$  nel tempo  $t$ ) oppure con  $Q$ , potenza assorbita  $P_a$  e momento medio  $M_m$ . Trascurando le forze di inerzia data la bassa velocità di rotazione della pompa, calcoliamo la forza  $F$  che occorre esercitare sul pistone, prodotto della pressione massima del ciclo  $p_{\text{max}} = \Delta p$  per l'area  $A_{\text{pist}}$  del pistone rapportato al rendimento organico (o meccanico) della pompa  $\eta_o = 0,96$ .

$$17-16': \dot{V} = \eta_v \frac{\pi D^3}{4} \left( \frac{s}{D} \right) n = 0,98 \times \frac{\pi \times (0,2 \text{ m})^3}{4} \times 1,6 \times 2 \text{ giri/s} = 0,0197 \text{ m}^3/\text{s} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{oppure } \dot{V} = \eta_v \frac{\pi D^2}{4} \frac{v_m}{2} = 0,98 \times 0,0314 \text{ m}^2 \times \frac{1,28 \text{ m/s}}{2} = 0,0197 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$14-2: \Delta p = \rho (gh_u) = 1600 \text{ kg/m}^3 \times 280 \text{ J/kg} = 448.000 \text{ Pa} \quad \blacktriangleleft$$

$$17-18 \text{ oppure } 17-5: P_a = \frac{\dot{V}\Delta p}{\eta_p} = \frac{0,0197 \text{ m}^3/\text{s} \times 448.000 \text{ Pa}}{0,9} = 9806 \text{ W} \quad \blacktriangleleft$$

$$6-11: \omega = 2\pi n = 2 \times \pi \times 2 \text{ giri/s} = 12,6 \text{ rad/s}$$

$$7-10': P_a = M_m \omega \Rightarrow M_m = \frac{P_a}{\omega} = \frac{9806 \text{ W}}{12,6 \text{ rad/s}} = 778 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

$$48-14: F = \frac{p_{\max} A_{\text{pist}}}{\eta_o} = \frac{448.000 \text{ Pa} \times 0,0314 \text{ m}^2}{0,96} = 14.653 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

Fissato  $\lambda = 0,25$  come rapporto tra raggio di manovella  $r$  e lunghezza della biella  $l$ , determiniamo il momento istantaneo  $M$ . Il diagramma della *Figura 2004-b* mette in rilievo che il valore massimo del momento istantaneo si raggiunge in prossimità della posizione in quadratura ( $\theta = 76^\circ$  e  $\beta = 14^\circ$ ), come si può constatare calcolando il momento per i seguenti valori dell'angolo di manovella  $\theta$ :  $72^\circ$ ,  $76^\circ$  e  $80^\circ$ .

$$48-1: \lambda = \frac{r}{l} = 0,25 \Rightarrow l = \frac{r}{\lambda} = \frac{160 \text{ mm}}{0,25} = 640 \text{ mm}$$

$$48-21: \tan \theta = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,25} = 4 \Rightarrow \theta = \arctan 4 = 76^\circ$$

$$\theta + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 76^\circ = 14^\circ$$

$$48-12: M = Fr \sin \theta \left( 1 + \frac{\lambda \cos \theta}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \theta}} \right)$$

$$M|_{72^\circ} = 14.653 \text{ N} \times 0,16 \text{ m} \times \sin 72^\circ \left( 1 + \frac{0,25 \times \cos 72^\circ}{\sqrt{1 - 0,25^2 \times (\sin 72^\circ)^2}} \right) = 2407 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{\max} = M|_{76^\circ} = 14.653 \text{ N} \times 0,16 \text{ m} \times \sin 76^\circ \left( 1 + \frac{0,25 \times \cos 76^\circ}{\sqrt{1 - 0,25^2 \times (\sin 76^\circ)^2}} \right) = 2416 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

$$M|_{80^\circ} = 14.653 \text{ N} \times 0,16 \text{ m} \times \sin 80^\circ \left( 1 + \frac{0,25 \times \cos 80^\circ}{\sqrt{1 - 0,25^2 \times (\sin 80^\circ)^2}} \right) = 2412 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Se avessimo utilizzato la **48-12** approssimata che considera il prodotto  $\lambda^2 \sin^2 \theta \approx 0$ , la differenza con i risultati ottenuti sopra sarebbe stata molto modesta:

$$\mathbf{48-12} \text{ (formula approssimata): } M \cong Fr \left[ \sin \theta + \frac{\lambda \sin(2 \cdot \theta)}{2} \right]$$

$$M|_{72^\circ} = 14.653 \text{ N} \times 0,16 \text{ m} \times \left[ \sin 72^\circ + \frac{0,25 \times \sin(2 \times 72^\circ)}{2} \right] = 2402 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M|_{76^\circ} = 14.653 \text{ N} \times 0,16 \text{ m} \times \left[ \sin 76^\circ + \frac{0,25 \times \sin(2 \times 76^\circ)}{2} \right] = 2412 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M|_{80^\circ} = 14.653 \text{ N} \times 0,16 \text{ m} \times \left[ \sin 80^\circ + \frac{0,25 \times \sin(2 \times 80^\circ)}{2} \right] = 2409 \text{ N} \cdot \text{m}$$

b) Il procedimento semplificato per il dimensionamento del perno o bottone di manovella (*Paragrafo 48.5.2*) è trattato nel Tema 2005. In questo caso, visto che si è già calcolato l'andamento del momento istantaneo  $M$  in funzione dell'angolo di manovella  $\theta$  e che questo è massimo in quadratura, si tiene conto della forza  $F_b$  trasmessa tra biella e manovella. Preso un rapporto tra lunghezza del perno e diametro del perno  $l_{\text{perno}}/d = 1,5$  (*Tabella 44.3*), si calcola il diametro  $d$  del perno con l'equazione dei perni d'estremità e quindi la sua lunghezza  $l$  che viene arrotondata a 50 mm. Si effettuano infine le verifiche a pressione ammissibile  $p_{\text{amm}}$  (9 MPa, *Paragrafo 48.5.2*), a flessione e a surriscaldamento (*Tabella 44.4* oppure *Tabella 44.5*); quindi si effettua il proporzionamento del perno di manovella (*Figure 48.36 e 2004-c*).

$$\mathbf{48-10: } F_b = \frac{F}{\cos \beta} = \frac{14.653 \text{ N}}{\cos 14^\circ} = 15.102 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{44-7: } d = \sqrt{\frac{5F_b}{\sigma_{\text{amm},f}} \left( \frac{l_{\text{perno}}}{d} \right)} = \sqrt{\frac{5 \times 15.102 \text{ N}}{97 \text{ N/mm}^2}} 1,5 = 34,2 \text{ mm} \Rightarrow d = 35 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$\frac{l_{\text{perno}}}{d} = 1,5 \Rightarrow l_{\text{perno}} = 1,5 \cdot d = 1,5 \cdot 35 \text{ mm} = 52,5 \text{ mm} \Rightarrow l_{\text{perno}} = 50 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{44-8: } p = \frac{F_b}{dl_{\text{perno}}} = \frac{15.102 \text{ N}}{35 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}} = 8,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq p_{\text{amm}} = 9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

$$M_f = F_b \frac{l_{\text{perno}}}{2} = 15.102 \text{ N} \times \frac{50 \text{ mm}}{2} = 377.550 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$20-7, \text{ Tabella VII: } \sigma_{\max} = \frac{M_f}{Z_f} = \frac{M_f}{0,1 \cdot d^3} = \frac{377.550 \text{ N} \cdot \text{mm}}{0,1 \times (35 \text{ mm})^3} = 88 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \sigma_{\text{amm},f} = 97 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$6-13: v = \omega \frac{d}{2} = 12,6 \text{ rad/s} \times \frac{0,035 \text{ m}}{2} = 0,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$44-8, \text{ Tabella 44.4: } pv = 8,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times 0,22 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,89 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2} \leq (pv)_{\text{limite}} = 3,0 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

Il proporzionamento risulta:

- diametro del mozzo del perno di manovella  $d_1 = (2 \div 2,5)d \Rightarrow d_1 = 2 \times 35 \text{ mm} = 70 \text{ mm}$
- lunghezza del mozzo (perno di manovella smontabile)  $l_1 = (1,5 \div 1,7)d = 1,6 \times 35 \text{ mm} = 56 \text{ mm}$

- c) Il perno di banco è un perno intermedio con sollecitazione prevalente di flessotorsione in quanto quella di taglio si ritiene trascurabile (*Paragrafi 44.1.2 e 21.5*). Si stima (*Figura 48.36*) un valore della distanza tra le mezzerie dei perni di manovella e di banco pari a  $L_2 = 3,5 \cdot d = 3,5 \text{ mm} \times 35 \text{ mm} \approx 122 \text{ mm}$ . In quadratura (*Paragrafo 48.5.1*), la forza  $F_b$  lungo la biella coincide con la componente tangenziale  $F_t$  ( $F_b \equiv F_t$ ) mentre la componente radiale  $F_r$  è nulla ( $F_r = 0$ ). La forza tangenziale  $F_t$  genera il momento flettente  $M_{f\perp} = F_t L_2$  che fa inflettere l'albero su un piano perpendicolare a quello del disegno (*Figura 2004-d*) e il momento torcente  $M_t = F_t r$  (con  $r$  raggio di manovella) uguale al valore trovato sopra per l'angolo di manovella di  $76^\circ$ :  $M_{76^\circ} = 2416 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Si calcola il momento flettente ideale e quindi il diametro  $D$  del perno di banco.

$$M_{f\perp} = F_t L_2 = 15.102 \text{ N} \times 122 \text{ mm} = 1.842.444 \text{ N} \cdot \text{mm} = 1842 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = F_t r = 15.102 \text{ N} \times 160 \text{ mm} = 2.416.320 \text{ N} \cdot \text{mm} = 2416 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$21-5: M_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f^2 + 0,75M_t^2} = \sqrt{(1842 \text{ N} \cdot \text{m})^2 + 0,75 \times (2416 \text{ N} \cdot \text{m})^2} = 2788 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$44-3: D = \left( \frac{32M_{f,\text{id}}}{\pi \sigma_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 2.788.000 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\pi \times 97 \text{ MPa}} \right)^{1/3} = 66 \text{ mm}$$

Il diametro dell'estremità dell'albero da collegare al mozzo risulta (*Figura 48.36*)  $D' = 0,9 \cdot D = 0,9 \times 66 \text{ mm} = 59 \text{ mm}$ . Questo diametro va portato a  $67 \text{ mm}$  per tener conto della profondità  $t_1 = 7,5 \text{ mm}$  della cava per la linguetta (*Tabella 44.2*); parallelamente va aumentato il diametro del perno di banco che viene portato al valore  $D = 73 \text{ mm}$ . La lunghezza del mozzo è (*Figura 48.36*)  $L_1 = (1,0 \div 1,2)D = 1,1 \times 67 \text{ mm} = 74 \text{ mm}$ , mentre la lunghezza del perno di banco risulta  $L = 1,3 \times 73 \text{ mm} = 95 \text{ mm}$  avendo preso un rapporto tra lunghezza e diametro  $L/D = 1,3$  (*Tabella 44.3*). Non conoscendo i carichi sull'albero, eseguiamo la verifica della pressione specifica considerando la forza massima

che agisce sulla biella  $F_b = 15.102 \text{ N}$  e la verifica a riscaldamento che risulta accettabile con entrambi i metodi delle *Tabelle 44.4 e 44.5*.

$$44-8: p = \frac{F_b}{DL} = \frac{15.102 \text{ N}}{73 \text{ mm} \times 95 \text{ mm}} = 2,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq p_{\text{amm}} = 2 \div 3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

$$6-13: v = \omega \frac{D}{2} = 12,6 \text{ rad/s} \times \frac{0,073 \text{ m}}{2} = 0,46 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$44-8: pv = 2,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times 0,46 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,15 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2} \leq (pv)_{\text{limite}} = 2,0 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

$$44-9: W = \frac{F_b n}{L} = \frac{15.102 \text{ N} \times 120 \text{ giri/min}}{95 \text{ mm}} = 19.076 \frac{\text{N} \cdot \text{giri}}{\text{mm} \cdot \text{min}} \leq W_{\text{amm}} = 15.000 \div 20.000 \frac{\text{N} \cdot \text{giri}}{\text{mm} \cdot \text{min}} \quad \blacktriangleleft$$

La lunghezza effettiva  $L_2$ , ottenuta con il proporzionamento effettuato sopra, risulta 147 mm contro il valore  $L_2 = 122 \text{ mm}$  che avevamo stimato inizialmente.

$$L_2 = \frac{l_{\text{perno}}}{2} + L_1 + \frac{L}{2} = \frac{50 \text{ mm}}{2} + 75 \text{ mm} + \frac{95 \text{ mm}}{2} = 147 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Il diametro  $D^* = 68,4 \text{ mm}$ , ottenuto con il nuovo dimensionamento in base alla lunghezza  $L_2 = 147 \text{ mm}$ , è solo di poco diverso dal diametro di 67 mm calcolato sopra con il valore stimato di 122 mm ed è comunque inferiore al diametro che avevamo fissato inizialmente di 73 mm; il diametro finale rimane quindi  $D = 73 \text{ mm}$ .

$$M_{f\perp} = F_t L_2 = 15.102 \text{ N} \times 147 \text{ mm} = 2.219.994 \text{ N} \cdot \text{mm} = 2219 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$21-5: M_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f^2 + 0,75 M_t^2} = \sqrt{(2219 \text{ N} \cdot \text{m})^2 + 0,75 \times (2416 \text{ N} \cdot \text{m})^2} = 3049,9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$44-3: D^* = \left( \frac{32 M_{f,\text{id}}}{\pi \sigma_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 3.049.900 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\pi \times 97 \text{ MPa}} \right)^{1/3} = 68,4 \text{ mm}$$

Il proporzionamento definitivo risulta allora (*Figure 48.36 e 2004-d*):

- spessore del braccio  $b = (0,7 \div 0,9)d = 0,8 \times 35 \text{ mm} = 28 \text{ mm} \Rightarrow b = 30 \text{ mm}$
- distanza tra le mezzerie dei perni di manovella e di banco  $L_2 = 147 \text{ mm}$
- diametro del mozzo del perno di banco  $D_1 = (1,8 \div 2,0)D = 1,8 \times 73 \text{ mm} = 131 \text{ mm}$
- sezione tangente al mozzo del perno di manovella di lato  $a_1 = 1,1 \cdot d_1 = 1,1 \times 70 \text{ mm} = 77 \text{ mm}$
- sezione tangente al mozzo dell'albero di lato  $a_2 = 0,9 \cdot D_1 = 0,9 \times 131 \text{ mm} = 118 \text{ mm}$

- d) Le verifiche delle sezioni tangenti ai mozzi nelle due estremità del braccio vengono effettuate nelle posizioni più sollecitate, che per la sezione 1 tangente al mozzo di diametro  $d_1$  del perno di manovella è quella al punto morto superiore (*Paragrafo 48.6.2*), mentre per la sezione 2 tangente al mozzo di diametro  $D_1$  del perno di banco è quella in quadratura (*Paragrafo 48.6.3*).

Per la sezione 1 con verifica nella posizione di punto morto superiore a pressoflessione si considerano (*Figura 2004-e*): area della sezione  $A_1$ , momento flettente  $M_f$  generato dalla forza massima  $F$  distante  $c = (l_{\text{perno}} + b)/2 = (50 \text{ mm} + 30 \text{ mm})/2 = 40 \text{ mm}$  dalla sezione rispetto a cui si valuta il momento, e i valori assoluti delle tensioni di compressione e di flessione. Asse neutro della flessione è l'asse  $x$  della sezione (*Paragrafo 48.6.2*).

$$A_1 = a_1 \cdot b = 77 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} = 2310 \text{ mm}^2$$

$$20-1: \sigma_N = \frac{F}{A_1} = \frac{14.653 \text{ N}}{2310 \text{ mm}^2} = 6,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$M_f = F \cdot c = 14.653 \text{ N} \times 40 \text{ mm} = 596.120 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$20-7, \text{ Tabella VII: } \sigma_M = \frac{M_f}{Z_{f,x-x}} = \frac{M_f}{\frac{a_1 \cdot b^2}{6}} = \frac{6 \times 596.120 \text{ N} \cdot \text{mm}}{77 \times (30 \text{ mm})^2} = 51,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = 6,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} + 51,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 57,9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \sigma_{\text{amm},f} = 97 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

Per la sezione 2 con verifica nella posizione in quadratura a flessotorsione (*Figura 2004-f*), la forza  $F_b = F_t$ , perpendicolare alla manovella, dà luogo a un momento flettente  $M_f$  e a un momento torcente  $M_t$ . Il momento flettente è il prodotto della forza per la distanza  $m = r - D_1/2 = 160 \text{ mm} - 131 \text{ mm}/2 = 94,5 \text{ mm}$  del punto di applicazione di  $F_t$  dalla tangente al mozzo dell'albero; asse neutro della flessione è l'asse  $y$  della sezione (*Paragrafo 48.6.3*). Per il calcolo della tensione tangenziale massima  $\tau_{\text{max}}$  dovuta al momento torcente bisogna considerare la torsione di una sezione non più circolare (*Paragrafo 20.5*) ma rettangolare (*Paragrafo 48.6.1*). Per il calcolo della sezione rettangolare si usa il coefficiente  $k'$  (*Tabella 48.2*), funzione del rapporto tra il lato maggiore  $a$  e quello minore  $b$  del rettangolo; nel nostro caso (rettangolo di base  $a_2$  e altezza  $b$ ) si ha:  $a_2/b = 118 \text{ mm}/30 \text{ mm} = 3,93$  e  $k' = 2,6$ .

$$M_f = F_t \cdot m = 15.102 \text{ N} \times 94,5 \text{ mm} = 1.427.139 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_t = F_t \cdot c = 15.102 \text{ N} \times 40 \text{ mm} = 604.080 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$20-7, \text{ Tabella VII: } \sigma_{\text{max}} = \frac{M_f}{Z_{f,y-y}} = \frac{M_f}{\frac{b \cdot a_2^2}{6}} = \frac{6 \times 1.427.139 \text{ N} \cdot \text{mm}}{30 \text{ mm} \times (118 \text{ mm})^2} = 20,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$48-25: \tau_{zy,\text{max}} = k' \frac{M_z}{ab^2} = k' \frac{M_t}{a_2 b^2} = 2,6 \frac{604.080 \text{ N} \cdot \text{mm}}{118 \text{ mm} \times (30 \text{ mm})^2} = 14,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$19-11: \sigma_{\text{id}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\left(20,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)^2 + 3 \times \left(14,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right)^2} = 32,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \sigma_{\text{amm},f} = 97 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \blacktriangleleft$$

- e) Avevamo calcolato all'inizio la variazione di pressione  $\Delta p = 448.000 \text{ Pa}$  e il volume di fluido spostato  $V = A_{\text{pist}}s = 0,01 \text{ m}^3$ . Tenuto conto dei rendimenti organico  $\eta_o = 0,96$  e idraulico  $\eta_h = 0,96$ , il lavoro resistente  $W_r$  che incontra la pompa nel comprimere il fluido è il prodotto della variazione di pressione  $\Delta p$  per il volume di fluido spostato  $V$ :

$$W_r = \frac{\Delta p V}{\eta_o \eta_h} = \frac{448.000 \text{ Pa} \times 0,010048 \text{ m}^3}{0,96 \times 0,96} = 4885 \text{ J}$$

In un giro completo dell'albero motore di  $2\pi \text{ rad}$  ( $360^\circ$ ), la pompa a semplice effetto compie questo lavoro durante una variazione dell'angolo di manovella tra  $0$  e  $\pi \text{ rad}$  ( $180^\circ$ ), mentre nella rimanente parte tra  $\pi$  e  $2\pi \text{ rad}$  ( $180^\circ$  e  $360^\circ$ ) il lavoro è nullo. Avevamo poi calcolato il momento medio  $M_m = 778 \text{ N}\cdot\text{m}$ , valore che corrisponde a  $M_m = W_r/2\pi = 4885 \text{ J}/2\pi = 778 \text{ N}\cdot\text{m}$  calcolato con la 7-6' ( $W = M\theta$ ).

Il coefficiente di fluttuazione della velocità o grado di irregolarità  $C_s$  (indicato nei manuali italiani con  $\delta$ ) è il rapporto tra la differenza delle velocità angolari ( $\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}$ ) e la velocità angolare media  $\omega$  (Paragrafo 47.4.2). Volendo ottenere  $C_s = 0,04$ , l'intervallo di variazione tra le velocità massima e minima risulta:

$$47-14: C_s = \frac{\omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}}}{\omega} \Rightarrow \omega_{\text{max}} - \omega_{\text{min}} = C_s \omega = 0,04 \times 12,6 \text{ rad/s} = 0,50 \text{ rad/s}$$

Il momento di inerzia del volano  $I$  deve essere in grado di coprire l'area del lavoro eccedente (essendo  $W = M\theta$ , l'area della Figura 2004-g rappresenta un lavoro) al di sopra del momento motore medio  $M_m$ , in pratica la metà del lavoro resistente calcolato sopra  $W_{\text{ecced}} = W_r/2 = 4885 \text{ J}/2 = 2442,5 \text{ J}$ :

$$47-15: W = IC_s \omega^2 \Rightarrow I = \frac{W}{C_s \omega^2} = \frac{2442,5 \text{ J}}{0,04 \times (12,6 \text{ rad/s})^2} = 384,6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

Si ottiene così un valore molto alto del momento di inerzia, valore che andrebbe ridimensionato accontentandosi di un valore più modesto del coefficiente di fluttuazione.

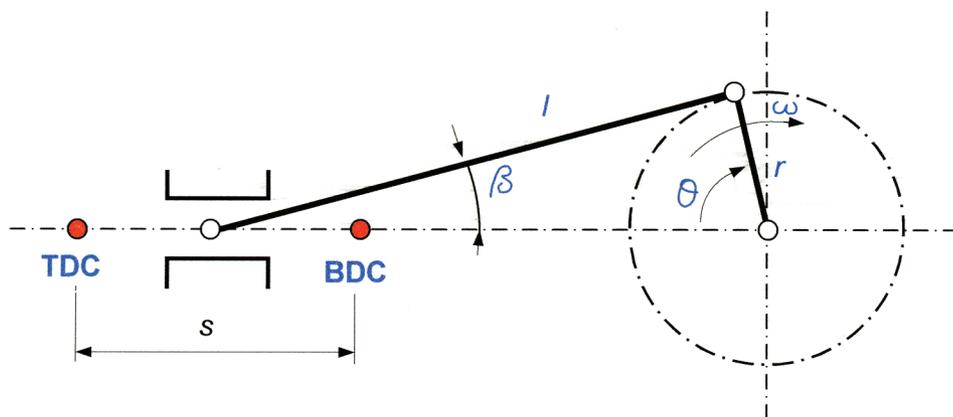


Fig. 2004-a - Schema del manovellismo (TDC = punto morto superiore; BDC = punto morto inferiore).

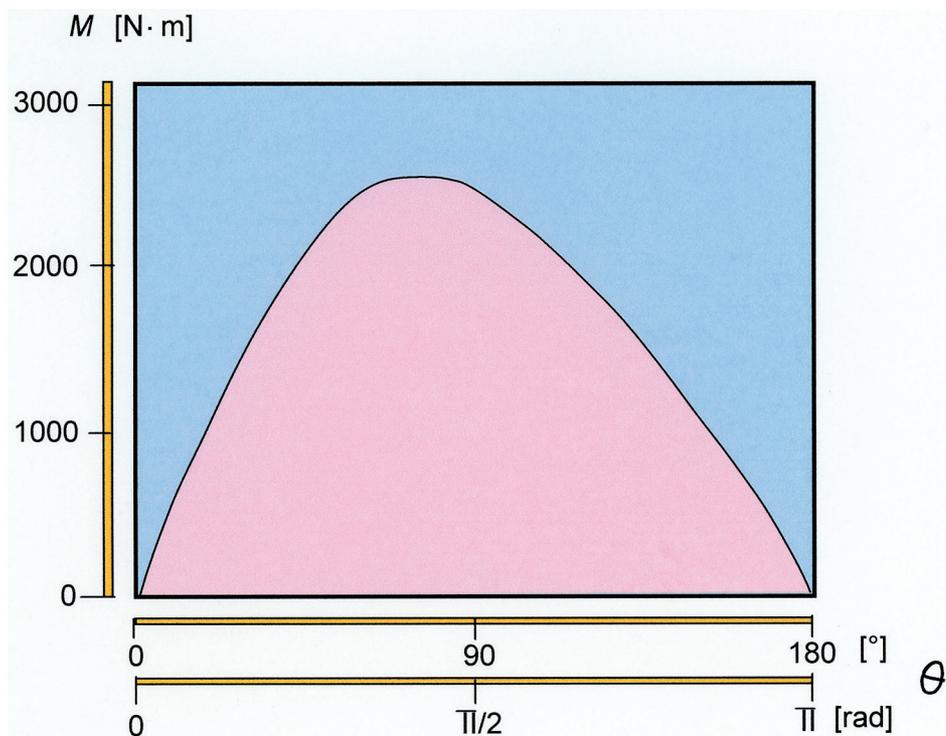


Fig. 2004-b - Diagramma del momento istantaneo  $M$  in funzione dell'angolo di manovella  $\theta$ . Il momento istantaneo massimo si raggiunge a  $76^\circ$  dell'angolo di manovella e vale  $M_{\max} = 2416 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

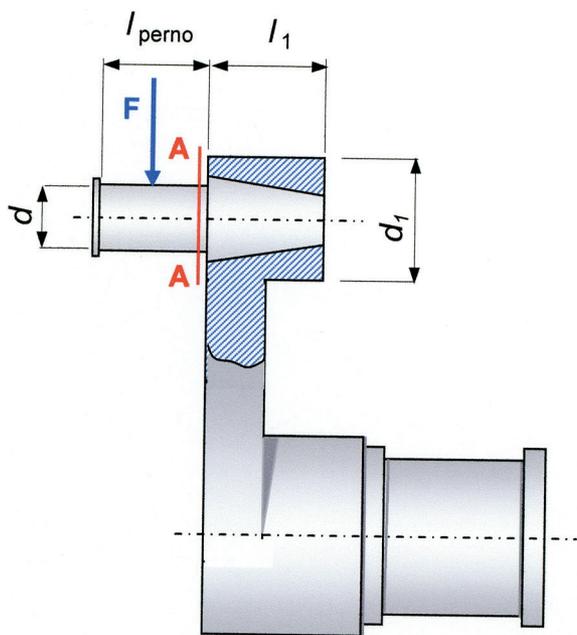


Fig. 2004-c - Dimensionamento del perno di manovella.

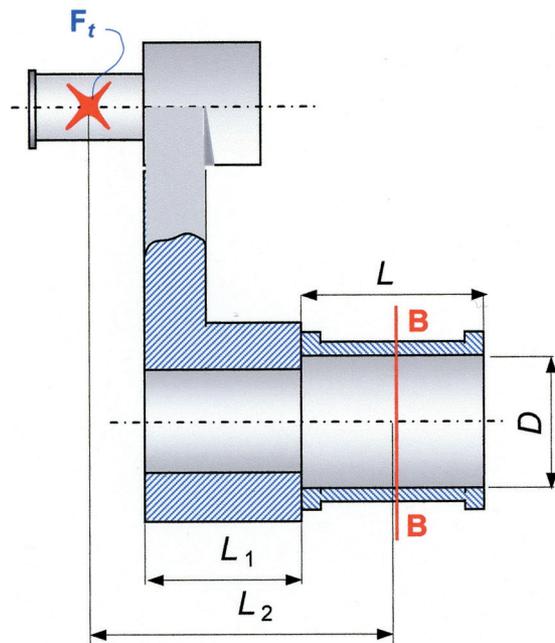


Fig. 2004-d - Dimensionamento del perno di banco (la stella rossa indica il punto in cui il vettore  $F_t$  è perpendicolare al piano del foglio).

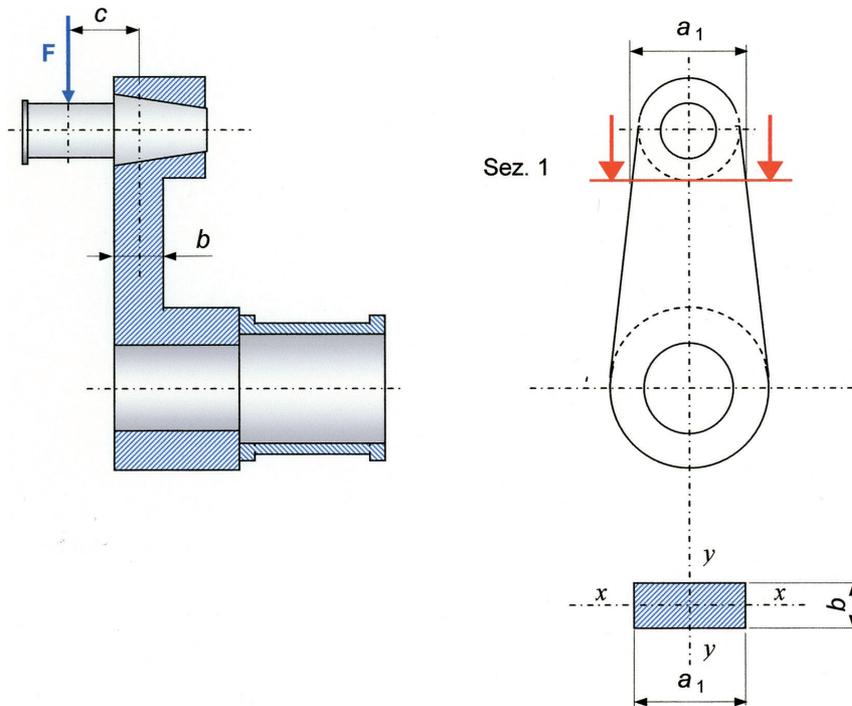


Fig. 2004-e - Dimensionamento della maschetta con verifica della sezione 1 tangente al mozzo del perno di manovella (configurazione con manovella al punto morto superiore).

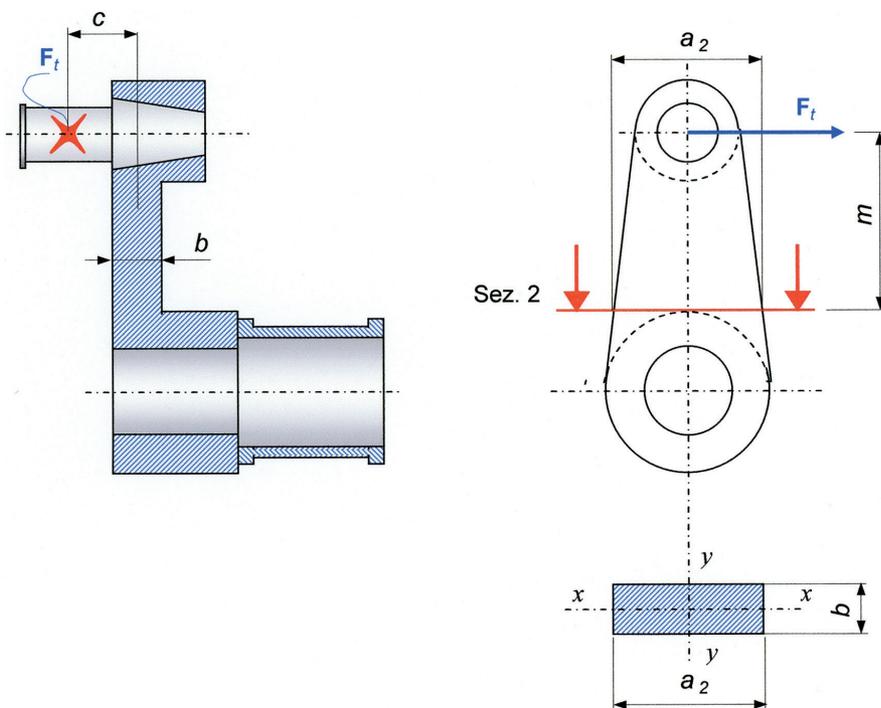


Fig. 2004-f - Dimensionamento della maschetta con verifica della sezione 2 tangente al mozzo dell'albero in quadratura (la stella rossa indica il punto in cui il vettore  $F_t$  è perpendicolare al piano del foglio).

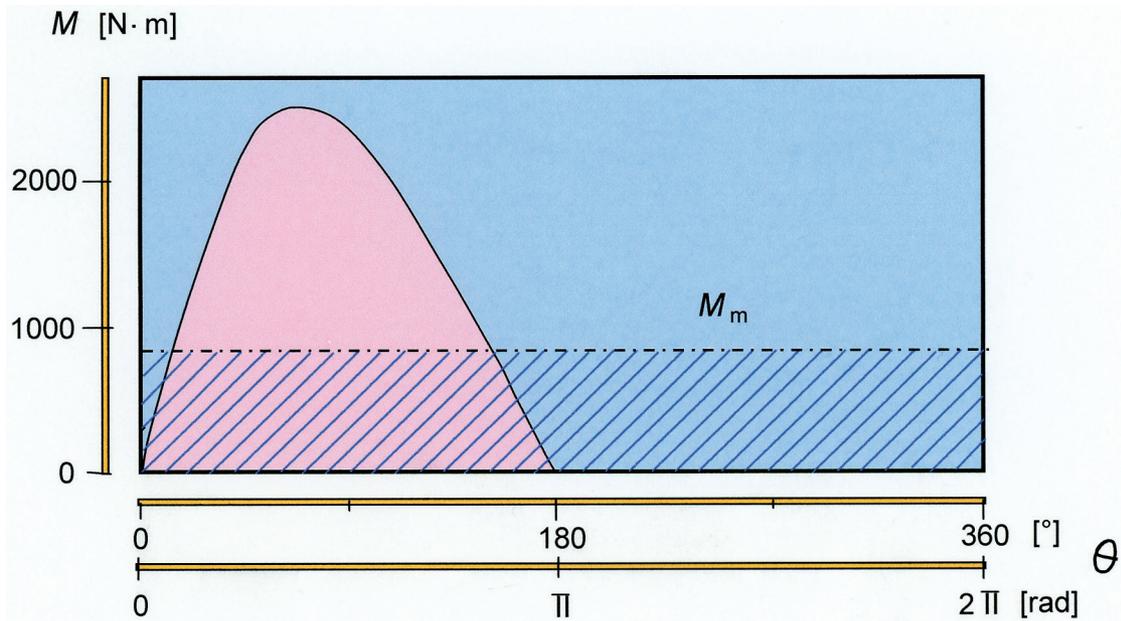


Fig. 2004-g - Diagramma del momento istantaneo  $M$  assorbito dall'albero motore in funzione dell'angolo di manovella  $\theta$  e momento motore medio  $M_m = 778 \text{ N}\cdot\text{m}$ . L'area tratteggiata in azzurro è il lavoro corrispondente al momento motore medio  $M_m$  nell'intervallo da 0 a  $360^\circ$ , mentre l'area rosa al di sopra di  $M_m$  è il lavoro eccedente rispetto al lavoro resistente. Il volano assorbe l'eccesso di lavoro motore rispetto a quello resistente sotto forma di energia cinetica in modo da rispettare il valore assegnato  $C_s = 0,04$  del coefficiente di fluttuazione della velocità.

## 2005. Perno di manovella di una pompa a stantuffo a semplice effetto

Una pompa a stantuffo, a semplice effetto, è azionata da una manovella d'estremità che ruota alla velocità di 150 giri/min.

I dati di targa della macchina sono<sup>(\*)</sup>:

- portata  $\dot{V} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$  di acqua;
- prevalenza totale: 80 m di colonna d'acqua.

Il candidato, dopo aver fissato opportunamente i rapporti caratteristici del manovellismo e ogni altro dato occorrente, esegua:

1. il disegno schematico del manovellismo, dal quale risultino le quote degli elementi principali necessari per la definizione della geometria;
2. il dimensionamento del perno di estremità della manovella, nell'ipotesi che sia interposta una bronzina fra esso e la biella;
3. il disegno di fabbricazione del perno stesso, completo di quote, tolleranze e grado di rugosità superficiale;
4. il ciclo di lavorazione, nell'ipotesi che si debba produrre un lotto di pochi elementi.

Il candidato accenni, inoltre, alle procedure da adottare per effettuare un controllo di qualità.

(\*) - Alcuni simboli delle quantità fisiche e alcune unità di misura dell'enunciato originale sono stati modificati per adattarli a quelli solitamente impiegati nel testo. Ad esempio, la portata della pompa è indicata con  $\dot{V} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$  (variazione del volume  $V$  nel tempo  $t$ ) anziché con  $Q = 15 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

### 1. Lettura dell'enunciato

Sono assegnati:

- velocità di rotazione dell'albero motore  $n = 150 \text{ giri/min} = 2,5 \text{ giri/s}$ ;
- prevalenza totale uguale alla prevalenza manometrica  $h_t = h_u = 80 \text{ m}$  di colonna d'acqua, ritenendo trascurabili le perdite nei condotti  $h_L$  secondo la definizione data nell'equazione 17-7;
- portata della pompa  $\dot{V} = 0,015 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Quesiti:

- a) calcolare diametro  $D$  del cilindro e corsa  $s$  del pistone, pressione  $p$ , potenza assorbita  $P_a$ , momento resistente medio  $M_m$  e forza  $F$  sul pistone;
- b) dimensionare il perno di manovella.

### 2. Schema del manovellismo: *Figura 2005-a*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- rapporto corsa/diametro  $s/D = 1,5$ ;

- rendimento volumetrico della pompa  $\eta_v = 0,98$ ;
- rendimento organico o meccanico della pompa  $\eta_o = 0,96$ ;
- rendimento idraulico della pompa  $\eta_h = 0,96$ ;
- rendimento totale della pompa  $\eta_P = \eta_v \eta_o \eta_h = 0,98 \times 0,96 \times 0,96 = 0,90$ ;
- rapporto tra raggio di manovella e lunghezza della biella  $\lambda = r/l = 0,25$ ;
- acciaio al carbonio bonificato C 40 per la manovella con resistenza a trazione  $R_m = 650$  MPa (*Tabella 44.1*), resistenza a fatica assiale alternata  $\sigma_f = 292$  (letta sulla *Tabella 19.2* oppure calcolata con la **19-18** del *Paragrafo 44.1.2*) e, preso un fattore di sicurezza  $n = 3$  (*Paragrafo 44.1.2*), tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{amm,f} = 97$  MPa.

#### 4. Soluzione

- a) Le formule utilizzate per ricavare le principali caratteristiche geometriche e funzionali sono riportate nei *Paragrafi 17.4.2* e *17.4.3* del primo volume. Sulla base del rapporto  $s/D = 1,5$  adottato, si determina il diametro  $D$  del pistone con la formula della portata.

$$17-16': \dot{V} = \eta_v \frac{\pi D^3}{4} \left(\frac{s}{D}\right) n \Rightarrow D = \left[ \frac{4\dot{V}}{\eta_v \pi n (s/D)} \right]^{1/3} = \left[ \frac{4 \times 0,015 \text{ m}^3/\text{s}}{0,98 \times \pi \times 2,5 \text{ giri/s} \times 1,5} \right]^{1/3} = 0,173 \text{ m} \quad \blacktriangleleft$$

$$\frac{s}{D} = 1,5 \Rightarrow s = 1,5 \cdot D = 1,5 \times 173 \text{ mm} \approx 260 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$17-13: s = 2r \Rightarrow r = \frac{s}{2} = \frac{260 \text{ mm}}{2} = 130 \text{ mm} \quad \lambda = \frac{r}{l} \Rightarrow l = \frac{r}{\lambda} = \frac{130 \text{ mm}}{0,25} = 520 \text{ mm}$$

$$17-14: A_{\text{pist}} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times (0,173 \text{ m})^2}{4} = 0,0235 \text{ m}^2 \quad V = A_{\text{pist}} s = 0,0235 \text{ m}^2 \times 0,26 \text{ m} = 0,00611 \text{ m}^3$$

$$17-15: v_m = 2sn = 2 \times 0,26 \text{ m} \times 2,5 \text{ giri/s} = 1,3 \text{ m/s}$$

Ricordando<sup>17.8</sup> che le pompe vengono classificate in funzione della velocità media  $v_m$  in pompe lente ( $0,3 \div 0,8$  m/s), pompe normali ( $0,8 \div 1,2$  m/s) e pompe veloci ( $1,2 \div 2,4$  m/s), la velocità media della pompa attuale risulta di poco superiore a quella delle pompe normali.

Calcoliamo potenza assorbita  $P_a$  e momento medio  $M_m$ . Trascurando le forze di inerzia data la bassa velocità di rotazione della pompa, calcoliamo poi la forza  $F$  che occorre esercitare sul pistone, prodotto della pressione massima del ciclo  $p_{\text{max}} = \Delta p$  per l'area  $A_{\text{pist}}$  del pistone rapportato al rendimento organico (o meccanico) della pompa  $\eta_o = 0,96$ .

$$14-2: \Delta p = \rho g h_u = 1000 \text{ kg/m}^3 \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 80 \text{ m di colonna d'acqua} = 784.800 \text{ Pa} \quad \blacktriangleleft$$

$$17-18 \text{ oppure } 17-5: P_a = \frac{\dot{V} \Delta p}{\eta_P} = \frac{0,015 \text{ m}^3/\text{s} \times 784.800 \text{ Pa}}{0,9} = 13.080 \text{ W} = 13 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

$$6-11: \omega = 2\pi n = 2 \times \pi \times 2,5 \text{ giri/s} = 15,7 \text{ rad/s}$$

$$7-10': P_a = M_m \omega \Rightarrow M_m = \frac{P_a}{\omega} = \frac{13.080 \text{ W}}{15,7 \text{ rad/s}} = 833 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$48-14: F = \frac{p_{\max} A_{\text{pist}}}{\eta_o} = \frac{784.800 \text{ Pa} \times 0,0235 \text{ m}^2}{0,96} = 19.211 \text{ N}$$

b) Trascurando le forze di inerzia e l'inclinazione della biella, si calcola il perno di estremità (Paragrafo 48.5.2) con la forza  $F = 19.211 \text{ N}$  trasmessa tra biella e manovella e poi, preso un rapporto tra lunghezza del perno e diametro del perno  $l_{\text{perno}}/d = 1,5$  (Tabella 44.3), si calcola il diametro  $d$  del perno con l'equazione dei perni d'estremità. Si effettuano infine le verifiche a pressione ammissibile  $p_{\text{amm}}$  (9 MPa, Paragrafo 48.5.2) e a surriscaldamento (Tabella 44.4 oppure Tabella 44.5); quindi si effettua il proporzionamento del perno di manovella (Figura 48.36).

$$44-7: d = \sqrt{\frac{5F_b}{\sigma_{\text{amm},f}} \left( \frac{l_{\text{perno}}}{d} \right)} = \sqrt{\frac{5 \times 19.211 \text{ N}}{97 \text{ N/mm}^2}} 1,5 = 38,5 \text{ mm} \Rightarrow d = 40 \text{ mm}$$

$$\frac{l_{\text{perno}}}{d} = 1,5 \Rightarrow l_{\text{perno}} = 1,5 \cdot d = 1,5 \cdot 40 \text{ mm} = 60 \text{ mm}$$

$$44-8: p = \frac{F_b}{dl_{\text{perno}}} = \frac{19.211 \text{ N}}{40 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}} = 8,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq p_{\text{amm}} = 9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$6-13: v = \omega \frac{d}{2} = 15,7 \text{ rad/s} \times \frac{0,04 \text{ m}}{2} = 0,314 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$44-8, \text{ Tabella 44.4: } pv = 8,2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times 0,314 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2,6 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2} \leq (pv)_{\text{limite}} = 3,0 \frac{\text{W}}{\text{mm}^2}$$

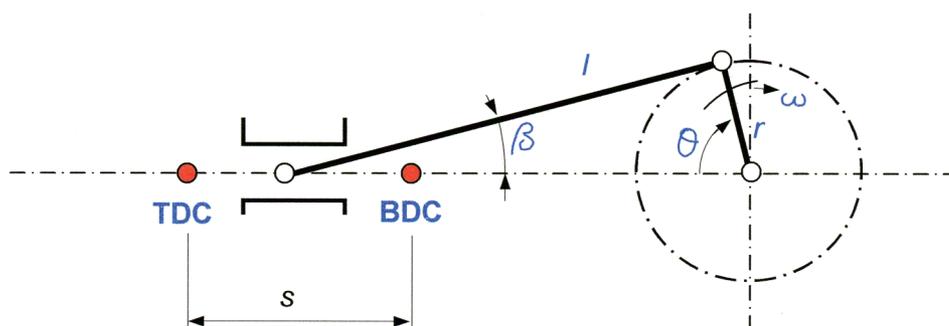


Fig. 2005-a - Schema del manovellismo (TDC = punto morto superiore; BDC = punto morto inferiore).

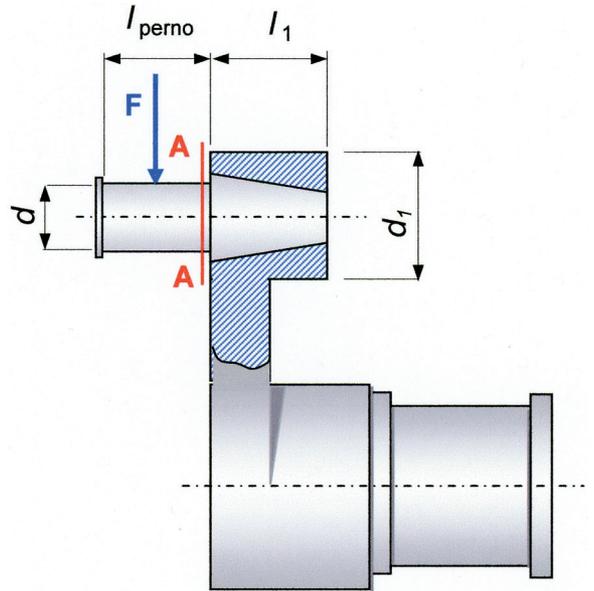


Fig. 2005-b - Schizzo della manovella.

Il proporzionamento risulta:

- diametro del mozzo del perno di manovella  $d_1 = (2 \div 2,5)d \Rightarrow$   
 $\Rightarrow d_1 = 2 \times 40 \text{ mm} = 80 \text{ mm}$
- lunghezza del mozzo (perno di manovella smontabile)  $l_1 = (1,5 \div 1,7)d \Rightarrow$   
 $\Rightarrow l_1 = 1,6 \times 40 \text{ mm} = 64 \text{ mm}$

## 2006. Riduttore con cinghie trapezoidali e ruote a denti dritti

Si debba trasmettere una potenza di 7,5 kW da un motore elettrico avente velocità angolare di 1450 giri/min a una macchina operatrice funzionante a 225 giri/min.

La riduzione di velocità deve essere attuata mediante una prima trasmissione con cinghie trapezoidali a un albero di rinvio con rapporto di trasmissione 2 e, successivamente, con coppia di ruote dentate cilindriche a denti dritti da realizzarsi con acciaio C 60 bonificato.

Il candidato, tenendo presente che la macchina operatrice è sottoposta a tipi di sforzo assimilabili a quelli di una pompa a pistoni e che è destinata a un uso continuo nell'arco delle otto ore lavorative giornaliere, dimensiona gli elementi della trasmissione, relazionando su scelte attuate, calcoli effettuati, risultati ottenuti e rappresentando il tutto in uno schizzo quotato.

Inoltre il candidato, dopo opportuna e motivata scelta dei materiali e sulla scorta dell'architettura prescelta, dimensiona le principali sezioni dell'albero di rinvio.

## 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza nominale  $P_{\text{nom}} = 7,5$  kW del motore elettrico M alla velocità di rotazione  $n_1 = 1450$  giri/min;
- utilizzatore U: macchina operatrice con una velocità di rotazione  $n_4 = 225$  giri/min;
- rapporto di trasmissione con cinghie trapezoidali  $i_{1/2} = 2$  dalla puleggia 1 alla puleggia 2;
- materiale delle ruote dentate conduttrice 3 e condotta 4: acciaio C 60 con (*Tabella 25.4* oppure manuale) resistenza a trazione  $R_m = 850 \div 1000$  MPa,  $\sigma_{\text{amm}} = 190$  MPa<sup>2006.1</sup>,  $p_{\text{amm}} = 560 \div 580$  MPa e durezza Brinell  $H_B = 560 \div 580$ ;

Quesiti:

- proporzionamento della trasmissione a cinghie trapezoidali;
- proporzionamento della trasmissione a ruote dentate cilindriche a denti dritti;
- azioni sull'albero di rinvio e ingombri assiali della puleggia e della ruota dentata;
- dimensionamento del diametro  $d$  dell'albero di rinvio.

## 2. Schema dell'impianto: *Figura 2006-a*

## 3. Scelta dei dati mancanti

- materiale dell'albero di rinvio: acciaio bonificato C 50 con (*Tabella 44.1*) resistenza a trazione  $R_m = 750$  MPa e  $\sigma_{\text{amm},f} = 83$  MPa avendo preso un coefficiente di sicurezza per carichi variabili  $n = 9$ .

## 4. Soluzione

- Si calcola la potenza di progetto o potenza corretta  $P_{\text{prog}}$  in cui poniamo il fattore di servizio  $K_S = 1,3$  (*Tabella 26.2*) e il coefficiente di sicurezza  $n_{\text{prog}} = 1$ , dato che va precisato dal progettista e che qui non è stato assegnato:

$$\mathbf{26-13:} \quad P_{\text{prog}} = P_{\text{nom}} K_S n_{\text{prog}} = 7,5 \text{ kW} \times 1,3 \times 1 = 9,75 \text{ kW}$$

*Figura 26.12* ( $n_1 = 1450$  giri/min della puleggia più piccola,  $P_{\text{prog}} = 9,75$  kW): Cinghia di sezione A

Fissato un valore della velocità della cinghia  $v_{1-2} = 15$  m/s, intermedio tra i valori consigliati ( $6 \div 30$  m/s), si calcola il diametro della puleggia più piccola  $d_1$ :

$$\mathbf{(6-13):} \quad v_{1-2} = \frac{\pi d_1 n_1 \text{ [giri/min]}}{60 \text{ s/min}} \Rightarrow d_1 = \frac{60 v_{1-2}}{\pi n_1} = \frac{60 \times 15 \text{ m/s}}{\pi \times 1450 \text{ giri/min}} = 0,198 \text{ m} = 198 \text{ mm}$$

---

**2006.1** - Se non si avesse a disposizione la tensione ammissibile dell'acciaio che figura nella formula di Lewis, si può ricavarne il valore dividendo la resistenza a trazione  $R_m = 850$  MPa per 4,5 ottenendo  $\sigma_{\text{amm}} = 189$  MPa, valore prossimo a 190 MPa che si legge sulla *Tabella 25.4*.

$$\mathbf{26-12:} \quad i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = 2 \Rightarrow d_2 = id_1 = 2 \times 198 \text{ mm} = 396 \text{ mm}$$

*Tabella 26.4* (diametri unificati più vicini):  $d_1 = 200 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 400 \text{ mm}$

$$\mathbf{26-17}$$
 (interasse):  $C_{1-2} \cong \frac{d_2 + d_1}{2} + d_1 = \frac{400 \text{ mm} + 200 \text{ mm}}{2} + 200 \text{ mm} = 500 \text{ mm}$

$$\mathbf{26-2:} \quad L_{1-2} = 2C_{1-2} + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4C_{1-2}} = 2 \times 500 \text{ mm} + \frac{\pi \times 600 \text{ mm}}{2} + \frac{(200 \text{ mm})^2}{4 \times 500 \text{ mm}} = 1962 \text{ mm}$$

*Tabella 26.7* (lunghezza commerciale):  $L_{1-2} = 2015 \text{ mm}$

$$\mathbf{26-3:} \quad C_{1-2,\text{eff}} = \frac{1}{4} \left\{ \left[ L_{1-2} - \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) \right] + \sqrt{\left[ L_{1-2} - \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) \right]^2 - 2(d_2 - d_1)^2} \right\} =$$

$$= \frac{1}{4} \left\{ \left[ 2015 \text{ mm} - \frac{\pi}{2} \times 600 \text{ mm} \right] + \sqrt{\left[ 2015 \text{ mm} - \frac{\pi}{2} \times 600 \text{ mm} \right]^2 - 2(200 \text{ mm})^2} \right\} = 527 \text{ mm}$$

$$\mathbf{26-1:} \quad \phi = \arcsin \frac{d_2 - d_1}{2C_{1-2}} = \arcsin \frac{400 \text{ mm} - 200 \text{ mm}}{2 \times 527 \text{ mm}} = 10,9^\circ$$

$$\mathbf{26-1':} \quad \theta_1 = 180^\circ - 2\phi = 180^\circ - 2 \times 10,9^\circ = 158,2^\circ \Rightarrow C_\theta = 0,95$$

*Figura 26.13* (sulla retta della sezione A per  $L = 2015 \text{ mm}$ ):  $C_e = 1,05$

La velocità  $v_{1-2}$  della cinghia nel tratto tra le pulegge 1 e 2 in funzione del diametro unificato adottato  $d_1 = 200 \text{ mm}$  vale:

$$\mathbf{6-13:} \quad v_{1-2} = \frac{\pi d_1 n_1 [\text{giri/min}]}{60 \text{ s/min}} = \frac{\pi \times 0,200 \text{ m} \times 1450 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 15,2 \text{ m/s}$$

*Tabella 26.5* (per  $d_2/d_1 = 2$ ):  $C_b = 1,12$

$$\mathbf{26-18}$$
 (diametro equivalente):  $d_{e1} = C_b d_1 = 1,12 \times 200 \text{ mm} = 224 \text{ mm}$

Si calcola quindi la potenza di riferimento  $P_1$  trasmissibile dalla singola cinghia e poi si confronta la potenza di progetto  $P_{\text{prog}}$  con la potenza effettivamente trasmessa da una sola cinghia  $P_{\text{eff}}$  per ricavare il numero  $z$  delle cinghie:

$$\mathbf{Tabella 26.6}$$
 o manuale:  $P_1 = \left[ \left( 0,61 \cdot v^{-0,09} - \frac{26,68}{d_e} - 1,04 \times 10^{-4} \cdot v^2 \right) v \right] \cdot 0,7355 =$

$$= \left\{ \left[ 0,61 \cdot \left( 15,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^{-0,09} - \frac{26,68}{224 \text{ mm}} - 1,04 \times 10^{-4} \cdot \left( 15,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right] \times 15,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right\} \cdot 0,7355 = 3,7 \text{ kW}$$

$$26-19: P_{\text{eff}} = P_1 C_e C_\theta = 3,7 \text{ kW} \times 1,05 \times 0,95 = 3,69 \text{ kW}$$

$$26-20: z = \frac{P_{\text{prog}}}{P_{\text{eff}}} = \frac{9,75 \text{ kW}}{3,69 \text{ kW}} = 2,6 \Rightarrow z = 3 \text{ cinghie} \quad \blacktriangleleft$$

b) Il rapporto di trasmissione complessivo  $i_{1/4}$  fra le pulegge 1 e 4 è (25-34) il prodotto del rapporto di trasmissione parziale  $i_{1/2}$  tra le pulegge 1 e 2 delle cinghie trapezoidali e il rapporto  $i_{3/4}$  tra le ruote dentate 3 e 4; il rapporto di trasmissione si può esprimere come rapporto tra le velocità di rotazione oppure come reciproco del rapporto tra il numero dei denti (25-4). Si prende (Tabella 25.1) un numero minimo di denti della ruota più piccola (pignone)  $z_3 = 16$  e si ricava il numero di denti  $z_4$  della ruota più grande.

$$i_{1/4} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{1450 \text{ giri/min}}{225 \text{ giri/min}} = 6,44; \quad i_{1/4} = i_{1/2} \cdot i_{3/4} \Rightarrow i_{3/4} = \frac{i_{1/4}}{i_{1/2}} = \frac{6,44}{2} = 3,22$$

$$i_{3/4} = 3,22 = \frac{n_3}{n_4} \Rightarrow n_3 = i_{3/4} n_4 = 3,22 \times 225 \frac{\text{giri}}{\text{min}} = 725 \frac{\text{giri}}{\text{min}} = 12,1 \frac{\text{giri}}{\text{s}}$$

$$i_{3/4} = 3,22 = \frac{z_4}{z_3} \Rightarrow z_4 = 3,22 \cdot z_3 = 3,22 \times 16 = 51,52 \Rightarrow 52 \text{ denti}$$

Si fa in primo luogo l'ipotesi che il rendimento della trasmissione a cinghie sia pari a uno e quindi la potenza trasmessa  $P$  è quella nominale ( $P = P_{\text{nom}} = 7,5 \text{ kW}$ ). Calcoliamo quindi il modulo  $m$  della dentatura cilindrica a denti diritti con la formula di Lewis, prendendo la velocità periferica  $v_{3,4} = 3 \text{ m/s}$  di primo tentativo per calcolare il coefficiente dinamico  $K_v^{1992.1}$ , il valore del momento torcente  $M_3$  corretto con lo stesso fattore di servizio  $K_S = 1,3$  che abbiamo utilizzato per la trasmissione a cinghia e la costante di proporzionalità  $\lambda = 10$  nella relazione  $b = \lambda m$  tra larghezza dentatura  $b$  e modulo  $m$  (Scheda 25.1).

$$6-11: \omega_3 = \frac{2\pi n_3}{60} = \frac{2 \times \pi \times 725 \text{ giri/min}}{60} = 75,9 \text{ rad/s}$$

$$7-10': P = M\omega \Rightarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{7.500 \text{ W}}{75,9 \text{ rad/s}} = 98,8 \text{ N}\cdot\text{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_3 = 98,8 \text{ N}\cdot\text{m} \times 1,3 = 128,4 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\text{Tabella 25.3: } K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 3 \text{ m/s}}{3,05} = 1,98$$

Tabella 25.2 (fattore di forma di Lewis funzione di  $z_3 = 16$  denti):  $Y = 0,296$

$$25-29: m = \sqrt[3]{\frac{2K_v M}{\lambda Y z \sigma_{amm}}} = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_3}{\lambda Y z_3 \sigma_{amm}}} = \left( \frac{2 \times 1,98 \times 128.400 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,296 \times 16 \times 190 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 3,8 \text{ mm} \Rightarrow m = 4 \text{ mm}$$

Il modulo che risulta dal calcolo con la formula di Lewis viene arrotondato al valore superiore normalizzato  $m = 4$  (*Scheda 25.1*). Con questo valore si ricalcolano velocità  $v_{3-4}$  e coefficiente dinamico  $K_v$ :

$$25-2: d_3 = mz_3 = 4 \text{ mm} \times 16 = 64 \text{ mm} \Rightarrow r_3 = \frac{d_3}{2} = \frac{64 \text{ mm}}{2} = 32 \text{ mm}$$

$$v_{3-4} = \omega_3 r_3 = 75,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 32 \text{ mm} = 2429 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 2,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 2,4 \text{ m/s}}{3,05} = 1,79$$

$$m = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_3}{\lambda Y z_3 \sigma_{amm}}} = \left( \frac{2 \times 1,79 \times 128.400 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,296 \times 16 \times 190 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 3,67 \text{ mm} \Rightarrow m = 4 \text{ mm}$$

Il modulo risultante è solo di poco più basso del modulo trovato precedentemente e, quando arrotondato alla dimensione unificata immediatamente superiore, conferma il modulo precedente di 4 mm.

Ricaviamo la larghezza della dentatura  $b_3$  (*Scheda 25.1*) che utilizzeremo nella formula della verifica a usura:

$$\text{Scheda 25.1: } b_3 = \lambda m = 10 \times 4 \text{ mm} = 40 \text{ mm}$$

$$\text{Tabella 25.5 (accoppiamento acciaio-acciaio): } K' = 477 \sqrt{\text{N}/\text{mm}^2}$$

$$25-30: \sigma_c = K' \sqrt{\frac{2M_3}{b_3 d_3^2} \left(1 + \frac{z_3}{z_4}\right)} = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{2 \times 128.400 \text{ N}\cdot\text{mm}}{40 \text{ mm} \times (64 \text{ mm})^2} \left(1 + \frac{16}{52}\right)}} = 683 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Il pignone non risulta verificato a usura perché la pressione di compressione superficiale  $\sigma_c = 683 \text{ N}/\text{mm}^2$  è maggiore della pressione ammissibile di contatto  $p_{amm} = 560 \div 580 \text{ MPa}$  della *Tabella 25.4*. Passiamo allora al modulo superiore  $m = 4,5$  (*Scheda 25.1*) ed effettuiamo nuovamente la verifica a usura:

$$d_3 = mz_3 = 4,5 \text{ mm} \times 16 = 72 \text{ mm} \quad b = \lambda m = 10 \times 4,5 \text{ mm} = 45 \text{ mm}$$

$$\sigma_c = K' \sqrt{\frac{2M_3}{b_3 d_3^2} \left(1 + \frac{z_3}{z_4}\right)} = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{2 \times 128.400 \text{ N}\cdot\text{mm}}{45 \text{ mm} \times (72 \text{ mm})^2} \left(1 + \frac{16}{52}\right)}} = 572 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Il valore della pressione di compressione superficiale  $\sigma_c = 572 \text{ N/mm}^2$  è adesso confrontabile con il valore della pressione ammissibile di contatto  $p_{\text{amm}} = 560 \div 580 \text{ MPa}$  della *Tabella 25.4*. D'altra parte, volendo fare un calcolo più preciso visto che l'enunciato del tema parla di un funzionamento continuo nell'arco di 8 ore giornaliere, si ottiene una pressione ammissibile ancora più alta (665 MPa) calcolandola in funzione della durezza Brinell  $H_B$  e tenendo conto della frequenza di rotazione  $n_3$  della ruota più piccola moltiplicata per il tempo totale di funzionamento  $t$  (*Tabella 25.6*):

$$n_{\text{cicli}} = n_3 [\text{giri/s}] \times t [\text{s}] = \frac{725 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} \times 150.000 \text{ h} \times 3600 \text{ s/h} = 6,5 \times 10^9 \text{ cicli}$$

$$\mathbf{25-31:} \quad p_{\text{amm}} = 2,3 H_B \sqrt[6]{\frac{10^8}{n_{\text{cicli}}}} = 2,3 \times 580 \times \sqrt[6]{\frac{10^8}{6,5 \times 10^9 \text{ cicli}}} = 665 \text{ MPa}$$

oppure con la formula che si può trovare sul manuale:

$$p_{\text{amm}} = 25 \left( H_B / \sqrt[6]{n_1 h} \right) = 25 \left( \frac{580}{\sqrt[6]{725 \text{ giri/min} \times 150.000 \text{ h}}} \right) = 665 \text{ MPa}$$

Possiamo così ritenere soddisfatta la verifica a usura e quindi il modulo della dentatura vale:

$$m = 4,5 \text{ mm} \quad \leftarrow$$

In conclusione, con questo valore del modulo, abbiamo (*Scheda 25.1*):

- $z_3 = 16$ , numero di denti del pignone;
- $z_4 = 52$ , numero di denti della ruota condotta;
- $d_3 = m z_3 = 4,5 \text{ mm} \times 16 = 72 \text{ mm}$ , diametro primitivo del pignone;
- $d_4 = m z_4 = 4,5 \text{ mm} \times 52 = 234 \text{ mm}$ , diametro primitivo della ruota condotta;
- $b_3 = \lambda m = 10m = 10 \times 4,5 \text{ mm} = 45 \text{ mm}$ , larghezza della dentatura;
- $C_{3-4} = (d_3 + d_4)/2 = (72 \text{ mm} + 234 \text{ mm})/2 = 153 \text{ mm}$ , interasse.

- c) Assunto un coefficiente di attrito effettivo<sup>1991.2</sup> della trasmissione a cinghia trapezoidale  $\mu' = 0,5$ , le due tensioni<sup>1991.3</sup>  $T_2$  e  $t_2$ , rispettivamente sul tratto teso e sul tratto lasco della puleggia 2, possono essere calcolate con le relazioni fondamentali **26-10** e **26-16**. Si ricorda che l'angolo di avvolgimento  $\theta$ , che figura in quest'ultima equazione come esponente di  $e$ , va convertito (*Tabella I*) in radianti ( $\theta_1 = 158,2^\circ \times 0,0175 \text{ rad/1}^\circ = 2,8 \text{ rad}$ ).

$$\begin{cases} P = (T_2 - t_2)v \Rightarrow T_2 - t_2 = \frac{P_{\text{prog}}}{v_{1.2}} = \frac{9750 \text{ W}}{15,2 \text{ m/s}} = 641 \text{ N} \\ \frac{T_2}{t_2} = e^{0,5\theta} \Rightarrow \frac{T_2}{t_2} = e^{0,5 \times 2,8 \text{ rad}} = 4,0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 - t_2 = 641 \\ \frac{T_2}{t_2} = 4 \end{cases}$$

$$T_2 - t_2 = 641 \Rightarrow T_2 = 641 + t_2 \Rightarrow 4t_2 = 641 + t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{641}{3} = 213,67 \text{ N} \approx 214 \text{ N}$$

$$T_2 = 641 + t_2 = 641 + 214 = 855 \text{ N}$$

Trascurando il peso proprio della puleggia, la forza risultante  $F_2$  delle due tensioni  $T_2 = 855 \text{ N}$  e  $t_2 = 214 \text{ N}$  è<sup>1991.4</sup>:

$$\mathbf{26-7'': } F_2 \cong T_2 + t_2 = 855 \text{ N} + 214 \text{ N} = 1069 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

Il pignone dell'ingranaggio cilindrico a denti dritti di diametro  $d_3 = 72 \text{ mm}$  trasmette il momento  $M_3 = 128,4 \text{ N}\cdot\text{m}$  calcolato in precedenza. Calcoliamo le componenti tangenziale  $F_t$  e radiale  $F_r$  della forza  $F$  che agisce normalmente alla superficie dei denti nel punto di contatto, considerando l'angolo di pressione normale  $\phi = 20^\circ$  (*Scheda 25.1*).

$$\mathbf{25-8: } M = F_t r \Rightarrow F_{t3} = \frac{M_3}{d_3/2} = \frac{128.400 \text{ N}\cdot\text{mm}}{(72 \text{ mm})/2} = 4142 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{25-7: } F_{r3} = F_{t3} \tan \phi = 4142 \text{ N} \times \tan 20^\circ = 1508 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

Valutiamo quindi gli ingombri assiali della puleggia su cui sono applicate  $z = 3$  cinghie sull'albero di rinvio; si era già visto che l'ingombro della dentatura era  $b_3 = 45 \text{ mm}$ . Sul manuale sono riportate le dimensioni unificate delle pulegge (norma UNI 5266) per cinghie trapezoidali di tipo A (*Figura 26.11-a*):

- distanza fra due gole successive  $e = 15 \text{ mm}$ ;
- larghezza delle spalle esterne  $f = 10 \text{ mm}$ .

$$\text{Ingombro assiale della puleggia: } b_2 = (z - 1)e + 2f = (3 - 1) \times 15 \text{ mm} + 2 \times 10 \text{ mm} = 50 \text{ mm}$$

La lunghezza dell'albero di rinvio pari a 2 volte la somma gli ingombri assiali di puleggia e ruota  $2(b_2 + b_3) = 2 \times (50 + 45) \text{ mm} = 190 \text{ mm}$  tiene conto anche degli ingombri dei cuscinetti (*Figura 2006-b*).

- d) I carichi, ai quali è soggetto l'albero di rinvio (*Figura 2006-b*), agiscono sia sul piano verticale  $x-y$  con le forze radiali della puleggia nel punto C ( $F_2 = 1069 \text{ N}$ ) e del pignone nel punto D ( $F_{r3} = 1508 \text{ N}$ ) e sia sul piano orizzontale  $x-z$  con la forza tangenziale ancora del pignone applicata in D ( $F_{t3} = 4142 \text{ N}$ ). Gli appoggi dell'albero di rinvio danno luogo alle reazioni  $R_{Ay}$  ed  $R_{By}$ , sul piano verticale e alle reazioni  $R_{Az}$  ed  $R_{Bz}$  sul piano orizzontale. Scriviamo le equazioni di equilibrio 4-1 nei due piani, quello verticale  $x-y$  e quello orizzontale  $x-z$ . Le reazioni dirette secondo l'asse  $y$  sono:

$$\curvearrowright \Sigma M_A = 0 \Rightarrow -F_2 \cdot AC + F_{r3} \cdot AD + R_{By} \cdot AB =$$

$$= -1609 \text{ N} \times 0,065 \text{ m} + 1508 \text{ N} \times 0,05 \text{ m} + R_{By} \times 0,1 \text{ m} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{By} = \frac{+104,6 \text{ N}\cdot\text{m} - 75,4 \text{ N}\cdot\text{m}}{0,1 \text{ m}} = +292 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R_{By} = 292 \text{ N} \uparrow}$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow +F_2 - R_{Ay} + F_{r3} + R_{By} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{Ay} = +F_2 + F_{r3} + R_{By} = 1609 \text{ N} + 1508 \text{ N} + 292 \text{ N} = +3409 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_{Ay} = 3409 \text{ N} \downarrow$$

È indifferente il verso del carico  $F_{t3}$  applicato in D; potrebbe essere preso nel senso delle  $z$  positive e quindi diretto verso l'alto oppure nel senso delle  $z$  negative verso il basso. Le reazioni infatti sui due piani, verticale e orizzontale, vengono composte con il teorema di Pitagora e quindi il loro calcolo non viene modificato dall'uno o dall'altro verso di  $F_{t3}$ . Prendiamo allora il verso del carico  $F_{t3}$  rivolto verso il basso. Le reazioni dirette secondo l'asse  $z$  sono quelle di una trave con il carico in mezzzeria e quindi valgono (*Appendice B.2-5*):

$$R_{Az} = R_{Bz} = \frac{F_{t3}}{2} = 2071 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_{Az} = \mathbf{R}_{Bz} = 2071 \text{ N} \uparrow$$

Calcoliamo il valore del momento flettente sull'appoggio A e nel punto D dove sono applicati i carichi  $F_{r3}$  ed  $F_{t3}$  della ruota dentata. Considerando le forze a sinistra della sezione A e cioè il solo carico  $F_2$ , si ha:

$$M_{f,\text{vert},A} = +F_2 \cdot AC = +(1069 \text{ N} \times 0,065 \text{ m}) = +69,5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Nel punto D vi sono due momenti flettenti,  $M_{f,\text{vert}}$  sul piano verticale  $x$ - $y$  generato da  $F_{r3}$  ed  $M_{f,\text{orizz}}$  sul piano orizzontale  $x$ - $z$  generato da  $F_{t3}$ ; ambedue questi momenti risultano positivi (*Figura 22.2-c*) in quanto tendono a produrre un insellamento della trave. Considerando le forze a destra della sezione D e cioè la sola reazione  $R_B$ , si ha:

$$M_{f,\text{vert},D} = +R_{By} \cdot BD = +(292 \text{ N} \times 0,05 \text{ m}) = +14,6 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{f,\text{orizz},D} = +R_{Bz} \cdot BD = +(2071 \text{ N} \times 0,05 \text{ m}) = +103,55 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Benché la flessione avvenga su due piani, si può utilizzare la risultante vettoriale dei momenti in quanto la trave è di sezione circolare; si tratta cioè di calcolare il modulo del momento flettente risultante  $M_f$  prendendo la radice quadrata della somma dei quadrati dei due momenti verticale  $M_{f,\text{vert}}$  e orizzontale  $M_{f,\text{orizz}}$  (*Tabella IV*):

$$M_{f,D} = \sqrt{M_{f,\text{vert},D}^2 + M_{f,\text{orizz},D}^2} = \sqrt{(14,6 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + (103,55 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = \sqrt{10.936 \text{ N}\cdot\text{m}} = 104,6 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Il punto più sollecitato dell'albero di rinvio è il punto D dove è applicata la ruota dentata; qui, oltre al momento flettente  $M_{f,D} = 104,6 \text{ N}\cdot\text{m}$ , agisce il momento torcente  $M_3 = 128,4 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Il momento flettente ideale  $M_{f,\text{id}}$  calcolato con la formula di von Mises vale:

$$\mathbf{21-5:} \quad M_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4}M_t^2} = \sqrt{(104,6 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (128,4 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 152,7 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Il diametro calcolato con l'acciaio C 50, avente una  $\sigma_{\text{amm},f} = 83 \text{ MPa}$ , è di 26,6 mm; a questo valore va aggiunta la profondità di cava  $t_1 = 4,0 \text{ mm}$  per la presenza della chavetta di calettamento in un intervallo di diametro  $22 \div 30 \text{ mm}$  (*Tabella 44.2*). Il valore

risultante di 30,6 mm dovrebbe poi essere portato a 32 mm per adeguarlo all'unificazione secondo la serie dei numeri normali riportata nell'Appendice C.1.

$$44-3: d = \left( \frac{32 \cdot M_{f,id}}{\pi \cdot \sigma_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 152.700 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 83 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 26,6 \text{ mm} \Rightarrow d = 32 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Le stesse considerazioni fatte sopra si applicano al calcolo per flessotorsione del diametro  $d$  dell'albero in corrispondenza del perno intermedio relativo all'appoggio A, dove agiscono il momento flettente  $M_{f,A} = 69,5 \text{ N}\cdot\text{m}$  e il momento torcente  $M_3 = 128,4 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

$$21-5: M_{f,id} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2} = \sqrt{(69,5 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (128,4 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 131,1 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$44-3: d = \left( \frac{32 \cdot M_{f,id}}{\pi \cdot \sigma_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 131.100 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 83 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 25,2 \text{ mm} \Rightarrow d = 32 \text{ mm}$$

La forza  $F$  agente sul perno in direzione radiale va considerata come la somma vettoriale delle forze agenti su più piani, cosicché componendo le due reazioni verticale e orizzontale in A si calcola la pressione media  $p$  sul perno data dalla forza diviso la lunghezza  $l$  e il diametro minimo  $d$  del perno.

$$F_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{(3409 \text{ N})^2 + (2071 \text{ N})^2} = \sqrt{15.910.322 \text{ N}} = 3989 \text{ N}$$

$$p = \frac{F_A}{dl} = \frac{3989 \text{ N}}{26 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}} = 3,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Preso come riferimento la  $p_{amm}$  delle macchine utensili riportata dal manuale, questa pressione deve rispettare una pressione ammissibile  $p_{amm} = 3 \div 9 \text{ N/mm}^2$  e quindi il valore di  $3,8 \text{ N/mm}^2$  può ritenersi accettabile.

Sul perno di estremità agisce la forza  $F_B$  che si ottiene componendo le reazioni verticale e orizzontale in B. Il diametro minimo  $d_B$  si calcola prendendo un valore  $l/d = 1,6$  (nel manuale per le macchine utensili si trova  $l/d = 1,2 \div 2$ ). La forza  $F_B$  è comunque molto più bassa della forza che agisce sul perno A e quindi il suo diametro risulta sensibilmente più basso di quello in B; si può allora, per uniformità soprattutto di lavorazione, fare un perno uguale a quello adottato in A.

$$F_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{(292 \text{ N})^2 + (2071 \text{ N})^2} = 2091 \text{ N}$$

$$44-7: d_B = \sqrt{\frac{5F_B}{\sigma_{amm,f}} \frac{l}{d}} = \sqrt{\frac{5 \times 2091 \text{ N}}{83 \text{ N/mm}^2} \times 1,6} = 14,2 \text{ mm}$$

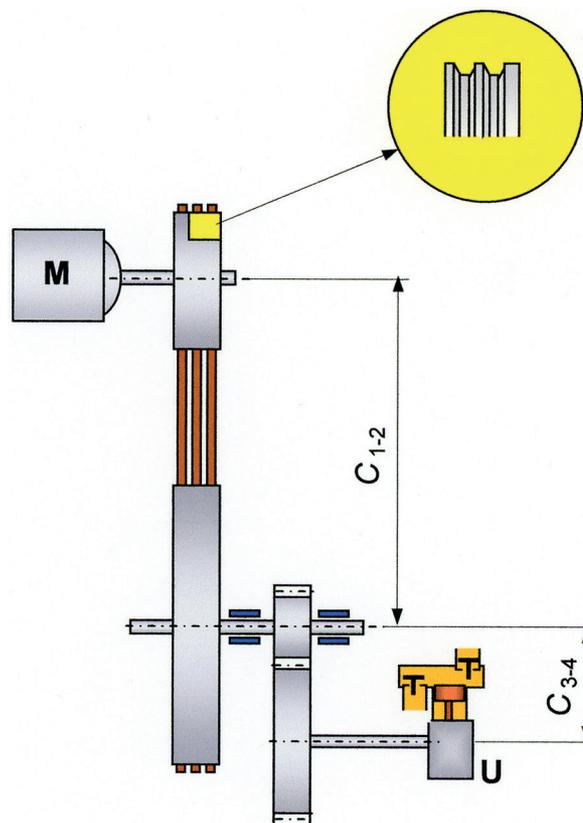


Fig. 2006-a - Schema della trasmissione dal motore primo M all'utilizzatore U.

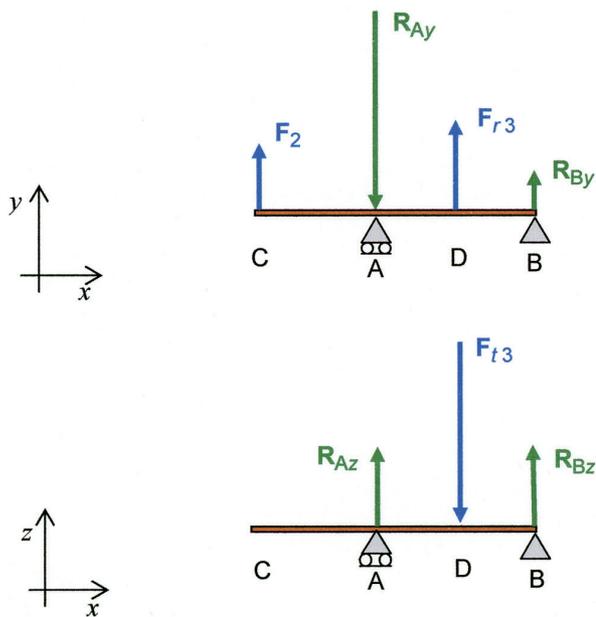
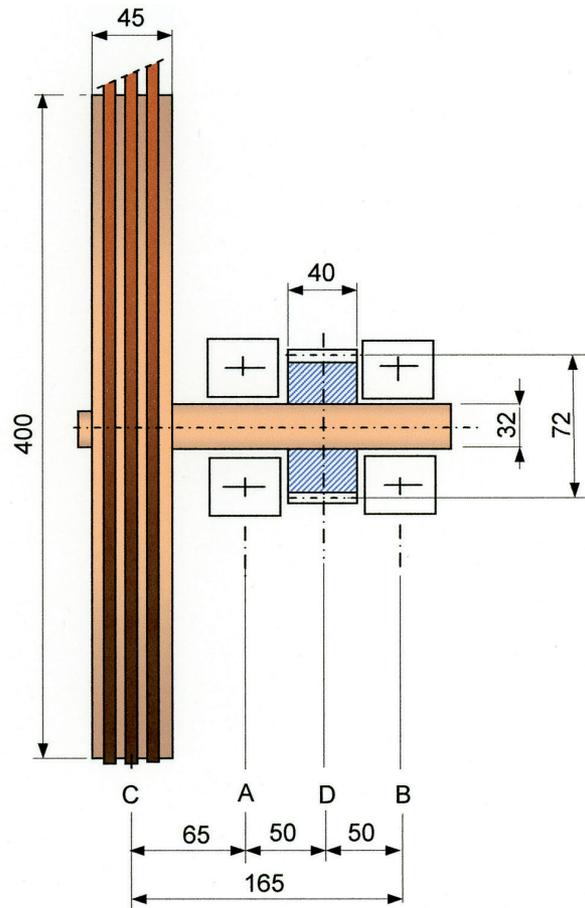


Fig. 2006-b - Schizzo quotato dell'albero intermedio con forze e reazioni nei due piani verticale  $x$ - $y$  e orizzontale  $x$ - $z$  (le lunghezze sono in millimetri).

## 2007. Albero di un verricello e perni dei supporti

Il tamburo di un verricello ad asse orizzontale, sul quale si avvolge una fune metallica, presenta un diametro pari a 300 mm e una lunghezza di 600 mm; esso è realizzato con due dischi, saldati sull'albero e con un tamburo cilindrico saldato su essi. L'albero, che risulta essere solidale al tamburo, è sostenuto da due supporti con l'interposizione di cuscinetti a strisciamento e presenta un'estremità per il collegamento al gruppo riduttore.

Facendo riferimento a un carico massimo di sollevamento pari a 20 kN, il candidato, dopo aver scelto con giustificati criteri tutti i dati occorrenti, esegua:

- il dimensionamento dell'albero e dei perni relativi ai supporti, limitando la pressione specifica a valori compatibili con i materiali utilizzati;
- il disegno di fabbricazione dell'albero, completo di tolleranze e gradi di rugosità superficiali;
- il ciclo di lavorazione dell'albero.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- diametro del tamburo del verricello  $D = 300$  mm;
- lunghezza del tamburo del verricello  $l_{\text{tamb}} = 600$  mm;
- carico statico da sollevare  $Q = 20$  kN.

Quesiti:

- dimensionamento del diametro  $d$  dell'albero;
- verifica a pressione specifica.

### 2. Schema dell'impianto: *Figura 2007*

### 3. Scelta dei dati mancanti

- distanza tra gli appoggi  $l = 650$  mm e applicazione del carico  $Q$  in mezzzeria;
- acciaio bonificato C 40 con (*Tabella 44.1*) resistenza trazione  $R_m = 650 \div 800$  MPa;
- materiale dei cuscinetti a strisciamento: bronzo con pressione ammissibile (*Tabella 44.4*)  $p_{\text{amm}} = 7,0 \div 13,0$  N/mm<sup>2</sup>.

### 4. Soluzione

- Per determinare il diametro dell'albero, che è sollecitato a flessotorsione, calcoliamo prima i momenti torcente  $M_t$  e flettente  $M_f$  e quindi il momento flettente ideale  $M_{f,\text{id}}$ . Definita poi la tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f}$  dell'acciaio C 40, si ricava il diametro  $d$ .

$$M_t = Q \frac{D}{2} = 20.000 \text{ N} \times \frac{0,3 \text{ m}}{2} = 3000 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Appendice B.2-5:  $M_f = Q \frac{l}{4} = 20.000 \text{ N} \times \frac{0,65 \text{ m}}{4} = 3250 \text{ N}\cdot\text{m}$

21-5:  $M_{f,id} = \sqrt{M_f^2 + 0,75M_t^2} = \sqrt{(3250 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (3000 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 4161 \text{ N}\cdot\text{m}$

19-18 (oppure Tabella 19.2):  $\sigma_f = (0,4 \div 0,6)\sigma_u = 0,45 \times 650 \text{ MPa} = 292,5 \text{ MPa}$

Paragrafo 44.1.2:  $\sigma_{amm,f} = \frac{\sigma_f}{n} = \frac{292,5 \text{ MPa}}{2,5} = 117 \text{ MPa}$

44-3:  $d = \left( \frac{32M_{f,id}}{\pi\sigma_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 4.161.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 117 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 71 \text{ mm}$  ◀

- b) Gli appoggi vengono calcolati come perni di estremità sollecitati solo a flessione dal carico sul cuscinetto. Tenendo presente che per gli apparecchi di sollevamento il rapporto tra lunghezza  $l$  e diametro  $d$  della coppia perno-cuscinetto a strisciamento vale (Tabella 44.3)  $l/d = 1,2 \div 1,5$ , si calcolano diametro  $d_{perno}$  e lunghezza  $l_{perno}$  del perno soggetto alla reazione  $R = Q/2 = 10 \text{ kN}$  (Figura 2007). Quindi si verifica la pressione specifica sul perno in funzione di una pressione media ammissibile della coppia perno-cuscinetto a strisciamento che, negli apparecchi di sollevamento con materiale del cuscinetto in bronzo, vale (Tabella 44.4)  $p_{amm} = 7,0 \div 13,0 \text{ N/mm}^2$ .

44-7:  $d_{perno} = \sqrt{\frac{5R}{\sigma_{amm,f}} \left( \frac{l_{perno}}{d_{perno}} \right)} = \sqrt{\frac{5 \times 10.000 \text{ N}}{117 \text{ N/mm}^2} \times 1,5} = 25,3 \text{ mm}$

$\frac{l_{perno}}{d_{perno}} = 1,5 \Rightarrow l_{perno} = 1,5 \cdot d_{perno} = 1,5 \times 25,3 \text{ mm} = 38 \text{ mm}$

44-8:  $p = \frac{R}{d_{perno} \cdot l_{perno}} = \frac{10.000 \text{ N}}{25,3 \text{ mm} \times 38 \text{ mm}} = 10,4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq p_{amm} = 7,0 \div 13,0 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  ◀

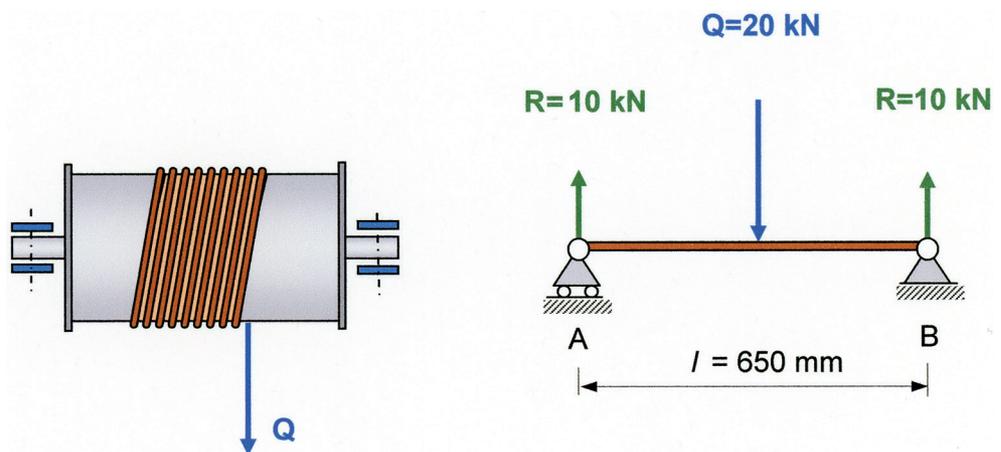


Fig. 2007 -  
Schema  
dell'impianto.

## 2008. Giunto rigido, verricello e treno di ruote a denti diritti

Lo schema riportato in figura rappresenta un motore elettrico che eroga una potenza nominale di 20 kW a un regime di 750 giri al minuto e, attraverso un giunto rigido G, la trasmette a un treno di quattro ruote dentate a denti diritti. L'ultima ruota è solidale a un verricello A con un tamburo di diametro  $D = 300$  mm. Il rendimento complessivo della catena cinematica rappresentata è  $\eta = 0,87$  e la velocità media di sollevamento del carico è pari a 1,35 m/s.

Il candidato, fissato con motivati criteri ogni altro elemento eventualmente mancante, esegua:

- il dimensionamento completo del giunto rigido G e uno schizzo quotato dello stesso;
- il calcolo del carico massimo  $Q$  sollevabile;
- il calcolo del modulo di entrambe le coppie di ruote dentate.

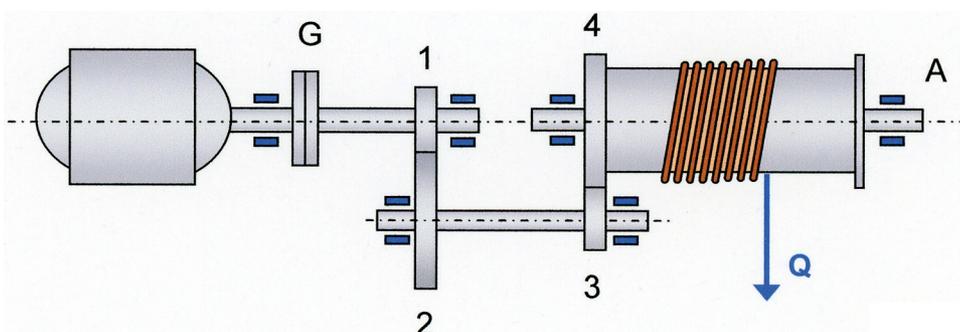


Fig. 2008-a - Schema della trasmissione.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza fornita dal motore elettrico  $P_a = 20$  kW alla velocità di rotazione  $n = 750$  giri/min;
- diametro del tamburo del verricello  $D = 300$  mm;
- rendimento complessivo dell'impianto  $\eta = 0,87$ ;
- velocità media di sollevamento del carico  $v_{\text{sol}} = 1,35$  m/s.

Quesiti:

- numero e diametro nominale dei bulloni di collegamento dei dischi del giunto.
- massimo carico  $Q$  sollevabile;
- rapporto di trasmissione effettivo delle due coppie di ruote dentate  $i_{1/4}$ ;
- moduli  $m_{12}$  ed  $m_{34}$  delle ruote dentate.

### 2. Schema dell'impianto: Figura 2008-a (allegata al Tema)

### 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio bonificato C 40 con (*Tabella 44.1*) resistenza a trazione  $R_m = 650 \div 800$  MPa e tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{amm,f} = 81$  MPa (fattore di sicurezza  $n = 8$ );
- viti con classe di resistenza 8.8.

### 4. Soluzione

- a) In modo da poter scegliere il giunto, occorre calcolare il diametro  $d$  dell'albero. Il materiale dell'albero è un acciaio da bonifica C 40 di cui consideriamo una tensione ammissibile  $\sigma_{amm,f} = 81$  MPa. Dopo aver convertito la tensione normale in una tensione tangenziale e aver determinato il momento torcente  $M_t$ , si calcola il diametro dell'albero a torsione che dovrà essere aumentato per tener conto della profondità  $t_1$  della sede della chiavetta. In corrispondenza dell'intervallo di valori del diametro di  $30 \div 38$  mm si trova  $t_1 = 4,5$  mm (*Tabella 44.2*); il diametro maggiorato pari a  $34,7$  mm si porta a  $36$  mm (serie dei numeri normali R20 dell'*Appendice C.1*).

$$19-15: \tau_{amm,f} = \frac{\sigma_{amm,f}}{\sqrt{3}} = 0,577 \cdot \sigma_{amm,f} = 0,577 \times 81 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 47 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$20-12: M_t = 9,55 \frac{P}{n} = 9,55 \times \frac{20.000 \text{ W}}{750 \text{ giri/min}} = 254,67 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$44-2: d = \left( \frac{16M_t}{\pi\tau_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 254,670 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 47 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 30,2 \text{ mm} \Rightarrow 36 \text{ mm}$$

Le dimensioni principali del giunto sono (*Figura 47.5*):

$$D_e \cong 2,5 \cdot d + 100 \text{ mm} = 2,5 \times 36 \text{ mm} + 100 \text{ mm} = 190 \text{ mm}$$

$$D_{mozzo} \cong 1,8 \cdot d + 20 \text{ mm} = 1,8 \times 36 \text{ mm} + 20 \text{ mm} = 85 \text{ mm}$$

$$D_b \cong 2,2 \cdot d + 50 \text{ mm} = 2,2 \times 36 \text{ mm} + 50 \text{ mm} = 129 \text{ mm}$$

$$D_m \cong D_b / 0,8 = (129 \text{ mm}) / 0,8 = 161 \text{ mm}$$

$$L \cong 3 \cdot d = 3 \times 36 \text{ mm} = 108 \text{ mm}; \quad L_1 \cong 0,3 \cdot d + 20 \text{ mm} = 0,3 \times 36 \text{ mm} + 20 \text{ mm} = 31 \text{ mm}$$

Il numero di viti consigliato (*Tabella 47.2*) è  $z = 4$ , per diametri dell'albero compresi tra  $25$  mm e  $60$  mm. Per tener conto di eventuali sovraccarichi moltiplichiamo la coppia nominale dell'albero per un fattore di servizio  $K_S = 1,5$  (*Tabella 47.1*):

$$47.1: M_t = K_S M_{t,nom} = 1,5 \times 254,67 \text{ N}\cdot\text{m} = 382 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Nel calcolo del giunto si fa l'ipotesi che il momento torcente venga trasmesso per attrito con un diametro medio di contatto tra le superfici delle flange  $D_m = 161 \text{ mm}$  e con un coefficiente di attrito  $\mu = 0,15$ .

$$47-3: F_t = \frac{2M_t}{D_m} = \frac{2 \times 382.000 \text{ N} \cdot \text{mm}}{161 \text{ mm}} = 4745 \text{ N}; \quad F = \frac{F_t}{\mu z} = \frac{4745 \text{ N}}{0,15 \times 4} = 7908 \text{ N}$$

L'area della sezione resistente della vite  $A_{\text{res}}$  si calcola considerando la vite con una classe di resistenza 8.8 (*Tabella 45.6-a*) e una tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm}} = \sigma_y / n = 128 \text{ MPa}$ , determinata con un fattore di sicurezza  $n = 5$  (*Paragrafo 45.8.2*) rispetto al limite di snervamento  $\sigma_y = 640 \text{ MPa}$  (*Tabella 45.6-a*).

$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{res}}} \leq \sigma_{\text{amm}} \Rightarrow A_{\text{res}} = \frac{F}{\sigma_{\text{amm}}} = \frac{7908 \text{ N}}{128 \text{ N/mm}^2} = 61,8 \text{ mm}^2$$

L'area resistente di  $61,9 \text{ mm}^2$  coincide praticamente con (*Tabella 45.5*) quella della filettatura ISO M10 di passo  $p = 1,25$  che ha una sezione resistente  $A_{\text{res}} = 61,2 \text{ mm}^2$ . Si prendono allora (*Tabella 45.5*) 4 viti ISO M10x1,25. Queste sono anche le viti consigliate nella *Tabella 47.2* per un valore del diametro dell'albero del giunto compreso tra 30 e 40 mm.

$$z = 4 \text{ viti ISO M12x1,25}$$

- b) Noti rendimento totale dell'impianto  $\eta = 0,87$  e potenza  $P_a$  assorbita dal motore elettrico, si ricava il carico  $Q$  sollevato con la velocità  $v_{\text{soll}} = 1,35 \text{ m/s}$ :

$$49-1: P_a = \frac{Q v_{\text{soll}}}{\eta} \Rightarrow Q = \eta \frac{P_a}{v_{\text{soll}}} = 0,85 \times \frac{17.400 \text{ W}}{1,35 \text{ m/s}} = 12.890 \text{ N}$$

- c) Il rendimento totale dell'impianto deve essere uguale (**10-3**) al prodotto dei rendimenti dei vari elementi che compongono la catena cinematica. Assumiamo allora un ugual valore del rendimento di ciascuna coppia di ruote ( $\eta_{1/2} = \eta_{3/4} = 0,95$ ) per cui (**25-35**) si ha  $\eta_{1/4} = \eta_{1/2} \cdot \eta_{3/4} = 0,90$  e un rendimento del giunto  $\eta_{\text{giunto}} = 0,97$ . Il prodotto dei rendimenti  $\eta = \eta_{1/4} \cdot \eta_{\text{giunto}} = 0,90 \times 0,97 = 0,87$  è così uguale al valore richiesto.

$$6-13: v = \omega R = \omega_4 \frac{D}{2} \Rightarrow \omega_4 = \frac{2v_{\text{soll}}}{D} = \frac{2 \times 1,35 \text{ m/s}}{0,3 \text{ m}} = 9,00 \text{ rad/s}$$

$$6-11: \omega_1 = \frac{2\pi n_1 \text{ [giri/min]}}{60 \text{ s/min}} = \frac{2 \times \pi \times 750 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 78,5398 \text{ rad/s}$$

$$25-4: i_{1/4} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{78,5398 \text{ rad/s}}{9,00 \text{ rad/s}} = 8,7266$$

Se si prendesse un ugual valore di ciascun rapporto di trasmissione parziale  $i_{1/2}$  e  $i_{3/4}$  delle due coppie di ruote dentate si avrebbe:

$$25-34: i_{1/4} = i_{1/2} \cdot i_{3/4} \Rightarrow i_{1/2} = i_{3/4} = \sqrt{i_{1/4}} = \sqrt{8,7266} = 2,954$$

Si fissa allora il rapporto di trasmissione della prima coppia di ruote dentate  $i_{1/2} = 2,8$ , prossimo al valore 2,954 determinato sopra e, sapendo che il numero minimo di denti del pignone di un ingranaggio cilindrico a denti diritti per un rapporto  $z_2/z_1 > 2$  è (Tabella 25.1)  $z_{1\min} = 15$  denti, si sceglie un pignone con  $z_1 = 15$  denti e quindi un numero di denti della ruota condotta  $z_2 = i_{1/2} \cdot z_1 = 2,8 \times 15 = 42$  denti. Il rapporto di trasmissione della seconda coppia  $i_{3/4}$  è dato da:

$$\mathbf{25-34:} \quad i_{1/4} = i_{1/2} \cdot i_{3/4} \Rightarrow i_{3/4} = \frac{i_{1/4}}{i_{1/2}} = \frac{8,7266}{2,8} = 3,1166$$

Tenendo presente che il numero minimo di denti per il rapporto di trasmissione scelto è 15, si fissa un numero di denti del pignone della seconda coppia  $z_3 = 17$ . Il numero di denti della ruota condotta è  $z_4 = i_{3/4} \cdot z_3 = 3,1166 \times 17 \approx 53$  denti. Il rapporto di trasmissione effettivo vale allora:

$$i_{1/4} = i_{1/2} \cdot i_{3/4} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{42 \text{ denti}}{15 \text{ denti}} \times \frac{53 \text{ denti}}{17 \text{ denti}} = 8,729 \quad \text{contro il valore assegnato di } 8,727 \quad \blacktriangleleft$$

Calcoliamo infine i valori della velocità angolare  $\omega_3$  ( $\omega_2 = \omega_3$  poiché la ruota condotta 2 è calettata sullo stesso albero del pignone 3) e dei momenti torcenti:

$$\mathbf{25-4:} \quad i_{1/2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \omega_3 = \omega_2 = \frac{\omega_1}{i_{1/2}} = \frac{78,5398 \text{ rad/s}}{2,8} = 28,05 \text{ rad/s}$$

$$M_{t1} = M_t \eta_{\text{giunto}} = 254.670 \text{ N}\cdot\text{mm} \times 0,97 = 247,12 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\mathbf{25-9:} \quad M_{t3} = \eta_{1/2} M_{t1} i_{1/2} = 0,95 \times 247.117 \text{ N}\cdot\text{mm} \times 2,8 = 657,33 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- d) Per il dimensionamento delle ruote dentate, consideriamo sempre l'acciaio bonificato C 40 che avevamo preso per l'albero. Dalla Tabella 25.4 si ricavano i valori della tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm}} = 140 \text{ N/mm}^2$  e della durezza Brinell  $H_B = 190$ . Nell'ipotesi di un funzionamento saltuario (Tabella 25.6) di 1000 ore per questo tipo di impianto, si calcola la pressione ammissibile  $p_{\text{amm}}$  in funzione della frequenza di rotazione  $n_1 = (750 \text{ giri/min}) / (60 \text{ s/min}) = 12,5 \text{ giri/s}$  della ruota più piccola moltiplicata per il tempo totale di funzionamento  $t = 1000 \text{ h} \times 3600 \text{ s/h} = 3,6 \times 10^6 \text{ s}$ :

$$n_{\text{cicli}} = n_1 [\text{giri/s}] \times t [\text{s}] = 12,5 \text{ giri/s} \times 3,6 \times 10^6 \text{ s} = 45 \times 10^6 \text{ cicli}$$

$$\mathbf{25-31:} \quad p_{\text{amm}} = 2,3 H_B \sqrt[6]{10^8 / n_{\text{cicli}}} = 2,3 \times 190 \times \left( \frac{10^8}{45 \times 10^6 \text{ cicli}} \right)^{1/6} = 499 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

La pressione ammissibile può anche essere espressa<sup>25.7</sup> da una formula equivalente in funzione della velocità di rotazione  $n_1$  in giri/min e del numero  $h$  delle ore:

$$p_{\text{amm}} = 25 \left( \frac{H_B}{\sqrt[6]{n_1 h}} \right) = 25 \times \left[ \frac{190}{\left( 750 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times 1000 \text{ h} \right)^{1/6}} \right] = 498 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Si assume la costante di proporzionalità  $\lambda = 10$ , nella relazione tra larghezza dentatura  $b$  e modulo  $m$ , valore tipico delle applicazioni comuni. Quanto alla velocità periferica del pignone da introdurre nella formula<sup>1992.1</sup> che dà il coefficiente dinamico  $K_v$ , si assume, come primo tentativo,  $v = 3 \text{ m/s}$ .

*Tabella 25.3:*  $K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 3 \text{ m/s}}{3,05} = 1,98$

Il modulo  $m_{12}$  viene calcolato con un valore della coppia corretta  $M_1 = 247,12 \text{ N}\cdot\text{m}$  uguale a quello calcolato prima poiché si è preso un fattore di servizio uguale a 1,0 non essendo stato specificato il tipo di servizio. Il modulo calcolato con la formula di Lewis viene poi arrotondato al valore unificato consigliato immediatamente superiore che si legge sulla *Scheda 25.1* oppure sul manuale.

*Tabella 25.2* ( $z_1 = 15$ ):  $Y = 0,290$  (fattore di forma secondo Lewis)

**25-29:**  $m_{12} = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_1}{\lambda Y z_1 \sigma_{\text{amm}}}} = \left( \frac{2 \times 1,98 \times 247.120 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,290 \times 15 \times 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 5,4 \text{ mm} \Rightarrow m_{12} = 5,5 \text{ mm} \blacktriangleleft$

Il valore della velocità di 3,2 m/s, calcolato sotto, non è significativamente diverso dal valore assunto come primo tentativo di 3 m/s e quindi si mantiene il valore  $m_{12} = 5,5 \text{ mm}$ .

**25-2:**  $d_1 = m_{12} z_1 = 5,5 \text{ mm} \times 15 = 82,5 \text{ mm} \Rightarrow r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{82,5 \text{ mm}}{2} = 41,25 \text{ mm}$

**6-11:**  $v_1 = \omega_1 r_1 = 78,54 \text{ rad/s} \times 0,04125 \text{ m} = 3,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Con il valore del modulo trovato si calcola la larghezza della dentatura e quindi si procede alla verifica all'usura:

*Scheda 25.1:*  $b_{12} = \lambda m_{12} = 10 \times 5,5 \text{ mm} = 55 \text{ mm}$

*Tabella 25.5:*  $K' = 477 \sqrt{\text{N}/\text{mm}^2}$  per l'accoppiamento acciaio-acciaio

**25-30:**  $\sigma_c = K' \sqrt{\frac{2M_1}{b_{12} d_1^2} \left( 1 + \frac{z_1}{z_2} \right)} = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \sqrt{\frac{2 \times 247.120 \text{ N}\cdot\text{mm}}{55 \text{ mm} \times (82,5 \text{ mm})^2} \left( 1 + \frac{15}{42} \right)} = 638 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Con l'acciaio C 40 la verifica a usura risulta negativa poiché la pressione di compressione superficiale  $\sigma_c = 638 \text{ MPa}$  non è inferiore alla pressione ammissibile  $p_{\text{amm}} = 499 \text{ MPa}$ ; dovrebbe infatti essere per la **25-30**  $\sigma_c \leq p_{\text{amm}}$ . Si rifanno i calcoli della pressione ammissibile scegliendo l'acciaio C 15 da cementazione avente una durezza Brinell (*Tabella 25.4*)  $H_B = 655$ ; si raggiunge così il valore  $p_{\text{amm}} = 1718 \text{ MPa}$  per cui adesso la verifica a usura risulta positiva  $\sigma_c = 638 \text{ MPa} \leq p_{\text{amm}} = 1718 \text{ MPa}$ .

$$p_{\text{amm}} = 25 \left( \frac{H_B}{\sqrt[6]{n_1 h}} \right) = 25 \times \left[ \frac{655}{(750 \text{ giri/min} \times 1000 \text{ h})^{1/6}} \right] = 1718 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Passiamo al calcolo del modulo  $m_{34}$  della seconda coppia di ruote dentate 3 e 4, usando questa volta l'acciaio da cementazione C 15 che ha (*Tabella 25.4*) una tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm}} = 130 \text{ N/mm}^2$ . Gli altri parametri rimangono quelli già presi per il dimensionamento della prima coppia di ruote, ad eccezione del fattore di Lewis che per  $z_3 = 17$  denti è  $Y = 0,303$  (*Tabella 25.2*).

$$\mathbf{25-29:} \quad m_{34} = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_3}{\lambda Y z_3 \sigma_{\text{amm}}}} = \left( \frac{2 \times 1,98 \times 657.330 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,303 \times 17 \times 130 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 7,3 \text{ mm}$$

Si calcola la velocità per un valore del modulo  $m_{34} = 8 \text{ mm}$  immediatamente superiore al valore trovato (*Scheda 25.1*) e con questo nuovo valore si ripete il calcolo del coefficiente dinamico e quindi del modulo.

$$\mathbf{25-2:} \quad d_3 = m_{34} z_3 = 8 \text{ mm} \times 17 = 136 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad r_3 = \frac{d_3}{2} = \frac{136 \text{ mm}}{2} = 68 \text{ mm}$$

$$\mathbf{6-11:} \quad v_3 = \omega_3 r_3 = 28,05 \text{ rad/s} \times 0,068 \text{ m} = 1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\mathbf{Tabella 25.3:} \quad K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 1,9 \text{ m/s}}{3,05} = 1,6$$

$$\mathbf{25-29:} \quad m_{34} = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_3}{\lambda Y z_3 \sigma_{\text{amm}}}} = \left( \frac{2 \times 1,6 \times 657.330 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,303 \times 17 \times 130 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 6,8 \text{ mm} \Rightarrow m_{34} = 7 \text{ mm} \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{Scheda 25.1:} \quad b_{34} = \lambda m_{34} = 10 \times 7 \text{ mm} = 70 \text{ mm}$$

*Tabella 25.5:*  $K' = 477 \sqrt{\text{N/mm}^2}$  per l'accoppiamento acciaio-acciaio

$$\mathbf{25-2:} \quad d_3 = m_{34} z_3 = 7 \text{ mm} \times 17 = 119 \text{ mm}$$

$$25-30: \sigma_c = K' \sqrt{\frac{2M_3}{b_{34}d_3^2} \left(1 + \frac{z_3}{z_4}\right)} = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \sqrt{\frac{2 \times 657.330 \text{ N}\cdot\text{mm}}{70 \text{ mm} \times (119 \text{ mm})^2} \left(1 + \frac{17}{53}\right)} = 631 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 1718 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

## 5. Commenti

La costante di proporzionalità  $\lambda$ , nella relazione tra larghezza della dentatura  $b$  e modulo  $m$ , e il numero di denti del pignone  $z_1$  figurano al denominatore della formula di Lewis. Minori sono i loro valori e maggiore risulta il modulo. Così, avendo scelto  $\lambda = 10$ , vicino al valore minimo poiché deve essere compreso tra 8 e 16 (*Scheda 25.1*), e  $z_1 = z_{1\min} = 15$  denti, il modulo  $m_{12}$ , calcolato sopra, è risultato piuttosto alto. Se si fossero assunti  $\lambda = 16$  e  $z_1 = 30$  denti, il modulo sarebbe invece risultato:

$$m_{12} = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_1}{\lambda Y z_1 \sigma_{amm}}} = \left( \frac{2 \times 1,98 \times 247.120 \text{ N}\cdot\text{mm}}{16 \times 0,290 \times 30 \times 140 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 3,7 \text{ mm contro } 5,4 \text{ mm calcolato prima.}$$

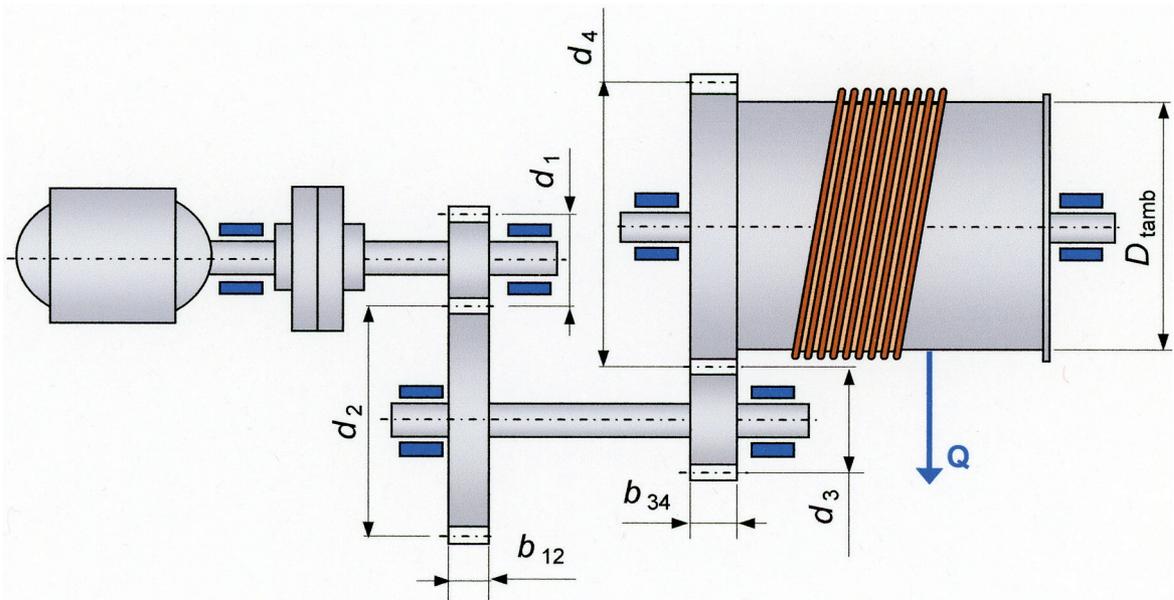


Fig. 2008-b - Schizzo quotato della trasmissione.

## 2009. Albero, ruota dentata e cuscinetti volventi

Nel disegno allegato è rappresentato un albero che trasmette una potenza di 100 kW alla velocità angolare di 1450 giri/min. La ruota dentata calettata su di esso per mezzo del profilo scanalato a profili cilindrici (UNI 8953 - 8 × 46 × 54 T), presenta le seguenti caratteristiche geometriche:

- numero dei denti  $z = 17$
- modulo  $m = 5 \text{ mm}$

- angolo di pressione  $\theta = 20^\circ$
- larghezza fascia dentata  $b = 50$  mm

L'albero alla sua estremità è dotato di un ulteriore profilo scanalato (UNI 8953 -  $8 \times 42 \times 48$  T) destinato ad accogliere la flangia di un giunto.

Il candidato, in base alle conoscenze acquisite durante il percorso formativo, tenendo conto dei dati indicati e completati dalle sue opportune assunzioni, esegua:

- la verifica di stabilità dell'albero e della ruota dentata, scegliendo opportunamente i materiali;
- la scelta dei cuscinetti fissando un obiettivo di durata di 8000 ore;
- il disegno costruttivo dell'albero, completo di quote, tolleranze (geometriche e dimensionali) e gradi di rugosità.

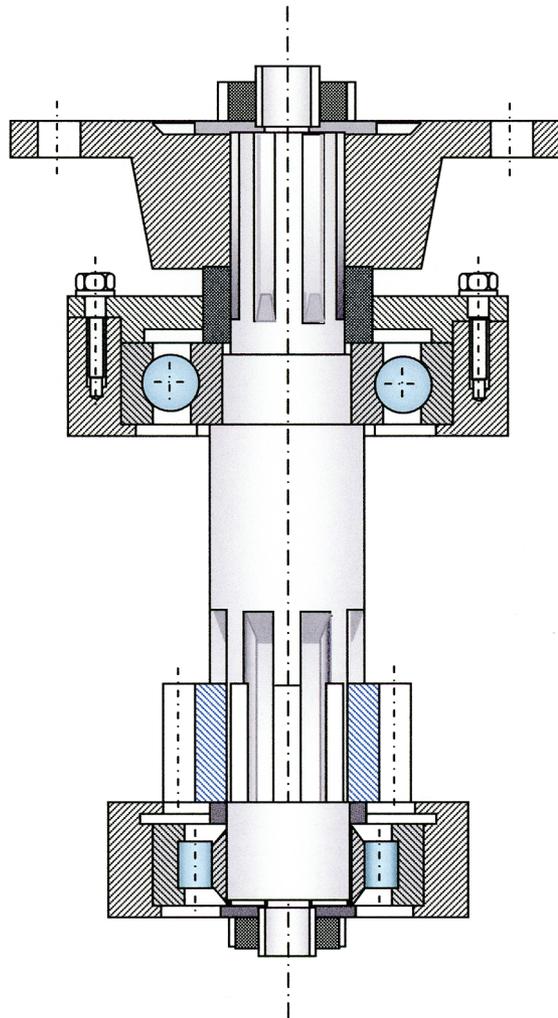


Fig. 2009-a - Disegno dell'albero.

Inoltre, facendo riferimento a un determinato numero dei pezzi da produrre, definisca il ciclo di lavorazione dell'albero, mettendo in evidenza le sequenze delle operazioni di produzione e di collaudo, il grezzo di partenza, le macchine, gli utensili, i parametri di taglio e i trattamenti termici.

Le dimensioni non indicate si ricavano dal disegno, considerando che la scala di rappresentazione è 1:2.

## 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza  $P = 100$  kW alla velocità di rotazione  $n = 1450$  giri/min;
- ruota dentata con  $z = 17$  denti, modulo  $m = 5$  mm, angolo di pressione  $\theta = 20^\circ$  (nel secondo volume era indicato con  $\phi$ ) e larghezza della dentatura  $b = 50$  mm;
- diametro dell'albero in corrispondenza della ruota dentata  $d_C = 46$  mm (UNI 8953 - 8  $\times$  46  $\times$  54 T);
- diametro dell'albero in prossimità dell'appoggio  $d_B = 42$  mm (UNI 8953 - 8  $\times$  42  $\times$  48 T);
- durata dei cuscinetti  $t_h = 8000$  h oppure  $t = 8000$  h  $\times$  3600 s/h =  $28,8 \times 10^6$  s.

Quesiti:

- a) verifica di stabilità dell'albero;
- b) verifica di stabilità della ruota dentata;
- c) scelta dei cuscinetti.

## 2. Disegno dell'albero: *Figura 2009-a* (allegata al Tema)

## 3. Scelta dei dati mancanti

- materiale dell'albero: acciaio C 60 con (*Tabella 44.1*) resistenza a trazione  $R_m = 850 \div 1000$  MPa e tensione ammissibile  $\sigma_{amm,f} = 94$  MPa, avendo preso un fattore di sicurezza a fatica  $n = 9$ ;
- materiale della ruota dentata: acciaio ad alta resistenza al cromo-molibdeno con (*Tabella 25.4*) tensione ammissibile  $\sigma_{amm} = 240$  MPa.

## 4. Soluzione

- a) L'albero rappresentato in *Figura 2009-a* può essere considerato come una trave su due appoggi (*Figura 2009-b*) soggetta a un momento torcente  $M_t$  e a una forza  $F$ .

**25-2** (raggio primitivo del pignone):  $d = mz = 5 \text{ mm} \times 17 = 85 \text{ mm} \Rightarrow r = \frac{d}{2} = \frac{85 \text{ mm}}{2} = 42,5 \text{ mm}$

**6-11:**  $\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1450 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 151,8 \text{ rad/s}$

$$7-10': P = M_t \omega \Rightarrow M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{100.000 \text{ W}}{151,8 \text{ rad/s}} = 658,8 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$25-8: M_t = F_t r \Rightarrow F_t = \frac{M_t}{r} = \frac{658,8 \text{ N}\cdot\text{m}}{0,0425 \text{ m}} = 15.501 \text{ N}$$

$$25-7: F_t = F \cos \theta \Rightarrow F = \frac{F_t}{\cos \theta} = \frac{15.501 \text{ N}}{\cos 20^\circ} = 16.496 \text{ N}$$

$$4-1: \curvearrowright \Sigma M_B = 0 \Rightarrow -R_A \cdot AB + F \cdot BC = 0 \Rightarrow R_A = \frac{F \cdot BC}{AB} =$$

$$= \frac{16.496 \text{ N} \times 144 \text{ mm}}{194 \text{ mm}} = 12.244 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_A = 12.244 \text{ N} \uparrow$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow +R_A - F + R_B = 0 \Rightarrow R_B = F - R_A =$$

$$= 16.496 \text{ N} - 12.244 \text{ N} = 4252 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_B = 4252 \text{ N} \downarrow$$

Calcoliamo il valore del momento flettente nel punto C dove il momento raggiunge il valore massimo positivo. Considerando la forza a sinistra della sezione C e cioè la sola reazione  $R_A$ , si ha:

$$M_{f,C} = M_{f,\max} = +R_A \cdot AC = +(12.244 \text{ N} \times 0,05 \text{ m}) = +612,2 \text{ N}\cdot\text{m}$$

L'albero viene verificato solo a torsione nell'estremità del profilo scanalato dove c'è il giunto (UNI 8953 - 8 × 42 × 48 T), mentre si verifica a flessotorsione nella sezione corrispondente al profilo scanalato dove c'è la ruota dentata (UNI 8953 - 8 × 46 × 54 T) basandosi sul momento ideale.

$$20-11, 20-11': \tau_{\max} = \frac{M_t}{Z_t} = \frac{16M_t}{\pi d^3} = \frac{16 \times 658.800 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times (42 \text{ mm})^3} = 45,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$21-5: M_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2} = \sqrt{(612,2 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (658,8 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 836,8 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$20-7, \text{ Tabella VII: } \sigma_{\max} = \frac{M_f}{Z_f} = \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \times 836.800 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times (46 \text{ mm})^3} = 87,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Verifichiamo che (19-14) sia tensione massima  $\leq$  tensione ammissibile:

$$19-15: \tau_{\text{amm},f} = \frac{\sigma_{\text{amm},f}}{\sqrt{3}} = 0,577 \cdot \sigma_{\text{amm},f} = 0,577 \times 94 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 54 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{\max} = 45,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 54 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \sigma_{\max} = 87,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 94 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

- b) Non essendo stato assegnato il rapporto di trasmissione  $i$ , non è possibile effettuare la verifica a usura (nella formula **25-30** figura il rapporto  $z_1/z_2 = 1/i$ ). Possiamo quindi verificare il modulo soltanto a flessione con la formula di Lewis. Dopo alcuni tentativi, si osserva che, soltanto prendendo un profilo della dentatura sbarbato e rettificato e acciai ad alta resistenza con una tensione ammissibile  $\sigma_{amm} = 240$  MPa (34 Cr Mo 4 oppure 42 Cr Mo 4 in *Tabella 25.4*), il valore del modulo risulta pari a 5 mm e quindi verifica il modulo assegnato  $m$ .

$$\mathbf{6-13:} \quad v = \omega r = 151,8 \text{ rad/s} \times 0,0425 \text{ m} = 6,45 \text{ m/s}$$

$$\text{Tabella 25.3 (profilo sbarbato e rettificato)}^{1992.1}: K_v = \sqrt{\frac{5,56 + \sqrt{v}}{5,56}} = \sqrt{\frac{5,56 + \sqrt{6,45 \text{ m/s}}}{5,56}} = 1,20$$

$$\text{Scheda 25.1: } b = \lambda m \Rightarrow \lambda = \frac{b}{m} = \frac{50 \text{ mm}}{5 \text{ mm}} = 10$$

$$\text{Tabella 25.2 (fattore di forma di Lewis per } z = 17 \text{ denti): } Y = 0,303$$

$$\text{Tabella 25.4 (acciai al cromo-molibdeno): } \sigma_{amm} = 240 \text{ N/mm}^2$$

$$\mathbf{25-29:} \quad m = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_1}{\lambda Y z_1 \sigma_{amm}}} = \left( \frac{2 \times 1,2 \times 658.800 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,303 \times 17 \times 240 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 5 \text{ mm} \leq m = 5 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Il calcolo della durata a fatica in ore di funzionamento  $L_h$  dei cuscinetti in funzione del coefficiente di carico dinamico  $C$ , del carico dinamico equivalente  $P$  e della velocità di rotazione  $n$  in giri/min è dato da:

$$\mathbf{44-14:} \quad L_h = \frac{10^6}{n \cdot 60} \left( \frac{C}{P} \right)^p \quad \text{con } p = 3 \text{ per i cuscinetti a sfere e } p = 10/3 \text{ per quelli a rulli}$$

$$L_h = \frac{10^6}{n \cdot 60} \left( \frac{C}{P} \right)^p \Rightarrow C = \left( \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \right)^{1/p} \cdot P = \left( \frac{8000 \text{ h} \times 1450 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times 60}{10^6} \right)^{1/p} \cdot P = 696^{1/p} \cdot P$$

Nel nostro caso il carico dinamico equivalente  $P$  corrisponde al solo carico radiale relativo alla reazione  $R_A = 12.244$  N in A, dove è presente un cuscinetto a rulli, e alla reazione  $R_B = 4252$  N in B, dove è presente un cuscinetto a sfere (*Figura 2009-a*). Sul manuale oppure dal catalogo SKF si scelgono le dimensioni (*Figura 2009-c*) del tipo di cuscinetto che ha un carico dinamico equivalente  $P$  prossimo a quello calcolato.

$$C_A = 696^{1/p} \cdot P_A = 696^{3/10} \times 12.244 \text{ N} = 87.238 \text{ N} \Rightarrow d/D/B = 45/100/25 \text{ mm per } C = 99.000 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

$$C_B = 696^{1/p} \cdot P_B = 696^{1/3} \times 4252 \text{ N} = 37.682 \text{ N} \Rightarrow d/D/B = 55/100/21 \text{ mm per } C = 43.600 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

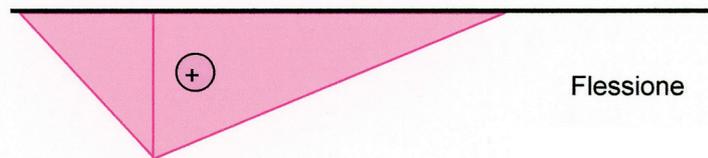
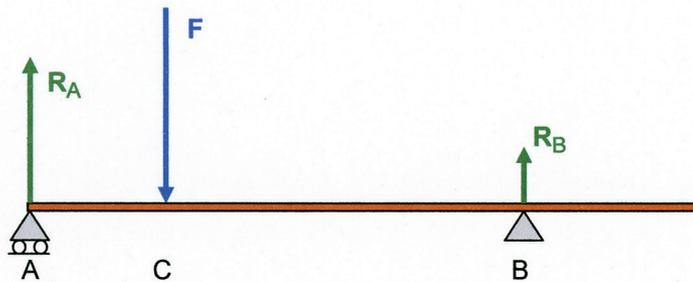
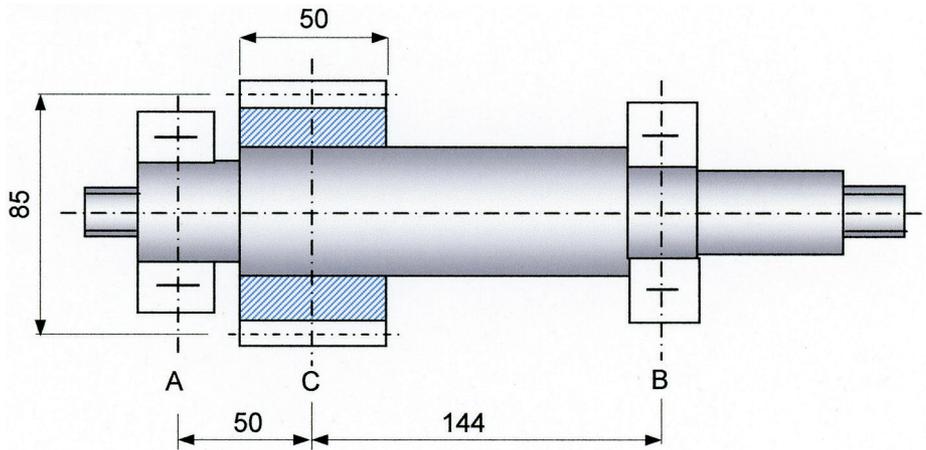
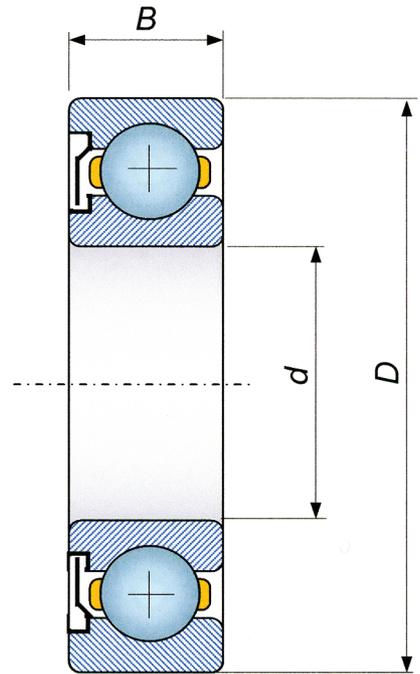


Fig. 2009-b - Schizzo quotato dell'albero con diagramma dei momenti flettente e torcente; si trascura il taglio (le lunghezze sono in millimetri).

Fig. 2009-c - Nomenclatura dei cuscinetti volventi: diametro del foro  $d$ , diametro esterno  $D$  e larghezza  $B$  (dalla Figura 44.13-b).



## 2010. Innesto a frizione conico, molla e alberi con scanalato

Lo schema rappresentato in *Figura 1* rappresenta un innesto a frizione conico con il quale si deve trasmettere la potenza di 125 kW tra due alberi che ruotano a 2.000 giri/min.

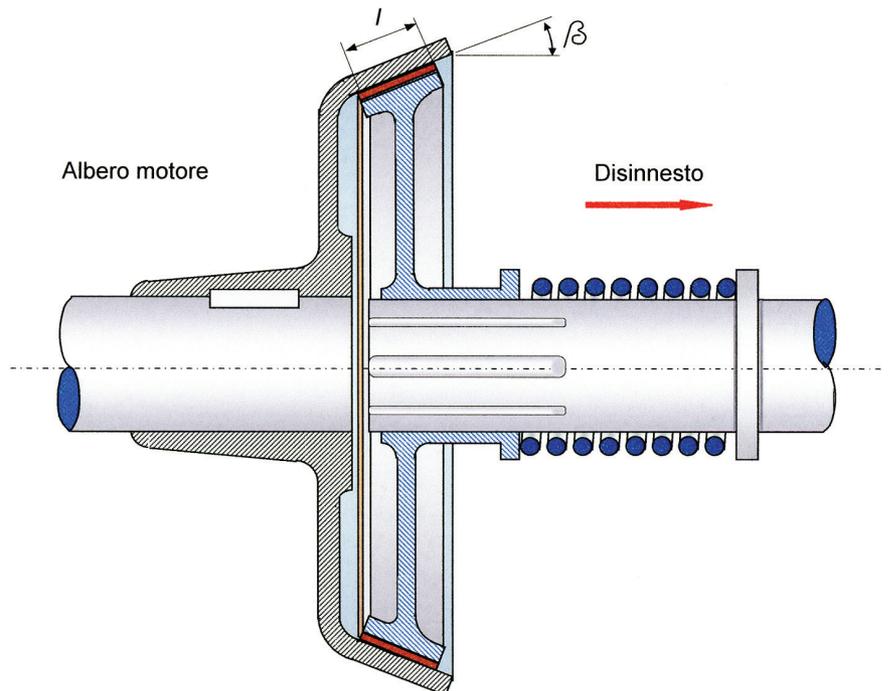


Fig. 2010-a - Schema di un innesto a frizione conico allegato al Tema.

Il candidato, fissato con motivati criteri ogni elemento necessario (materiali della campana, del disco e delle superfici di contatto, angolo di conicità “ $\beta$ ” ecc.), calcoli la lunghezza “ $l$ ” delle generatrici del tronco di cono d’attrito e lo sforzo che deve esercitare la molla durante la manovra di innesto. Esegua infine il proporzionamento del cinematismo determinando dimensioni e materiali:

- della molla di innesto;
- dei due alberi;
- della chiavetta di calettamento della campana sull’albero motore.

## 1. Lettura dell’enunciato

Dati assegnati:

- Potenza da trasmettere  $P = 125$  kW alla velocità  $n = 2000$  giri/min;

Quesiti:

- proporzionamento della frizione con calcolo della lunghezza  $l$  delle generatrici del tronco di cono e forza assiale  $F = F_{\max}$  sulla molla durante l’innesto;
- dimensionamento dei diametri  $d$  dell’albero condotto con il profilo scanalato e dell’albero motore con la chiavetta;
- proporzionamento della molla con calcolo del diametro del filo  $d$ , della rigidezza  $k$ , del numero di spire attive  $N_a$  e totali  $N_t$  e della lunghezza a pacco  $L_s$ .

## 2. Schema dell’impianto: *Figura 2010-a*

## 3. Scelta dei dati mancanti

- acciaio dell’albero e della chiavetta C 40;
- disco di frizione con diametro medio  $D_m = 250$  mm;
- molla con filo in acciaio temprato in olio e freccia massima  $f_{\max} = 30$  mm.

## 4. Soluzione

- Il dimensionamento si effettua per un momento torcente effettivamente trasmesso  $M_t$  ottenuto moltiplicando il momento nominale  $M_{t,\text{nom}}$  relativo alla massima potenza per il fattore di servizio  $K_S$ ; non essendo stato specificato il tipo di applicazione, facciamo l’ipotesi che (*Paragrafo 47.3.1*) si tratti di un carico uniforme con una frequenza modesta degli inserimenti per cui si può considerare un fattore di servizio unitario ( $K_S = 1,0$ ).

In generale, la coppia sviluppata da un innesto a frizione nel transitorio iniziale dipende sia dalla forza  $F$  con cui le superfici di attrito sono premute l’una sull’altra, forza che cresce più o meno rapidamente fino al valore di regime, sia dal coefficiente di attrito  $\mu$  che è attrito cinetico finché vi è slittamento tra le superfici; raggiunto il sincronismo, il coefficiente di attrito passa dal valore cinetico a quello statico, che è superiore al primo, permettendo alla frizione di trasmettere coppie più elevate senza slittare. In particolare, in questo caso di una frizione conica per cui è stato richiesto di valutare “lo

sfuerzo che deve esercitare la molla durante la manovra di innesto” (si intende cioè che questa valutazione venga fatta con manovra di innesto in movimento e non da fermo), possiamo ritenere trascurabile la componente assiale dell’attrito<sup>47.3</sup>, poiché di solito la velocità assiale di accostamento è sensibilmente inferiore alla velocità tangenziale di slittamento.

$$20-12: M_{t, \text{nom}} = 9,55 \frac{P}{n} = 9,55 \times \frac{125.000 \text{ W}}{2000 \text{ giri/min}} = 597 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\text{Paragrafo 47.3.1: } M_t = K_S \cdot M_{t, \text{nom}} = 1,0 \times 597 \text{ N}\cdot\text{m} = 597 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Si fa l’ipotesi di utilizzare una campana e un disco in ghisa rivestito di ferodo, con (Tabella 47.3) un coefficiente di attrito  $\mu = 0,30$ , una pressione ammissibile  $p_{\text{amm}} = 0,5 \text{ MPa}$ , un diametro medio della corona circolare  $D_m = 250 \text{ mm}$ , un angolo di conicità<sup>2010.1</sup>  $\beta = 17^\circ$ . Dopo aver calcolato la forza tangenziale di attrito  $F_t$  sulle generatrici di contatto e la forza assiale  $F$  sulla frizione ( $F$  è anche la forza massima  $F_{\text{max}}$  che dovrà esercitare la molla), si determina la lunghezza  $l$  delle generatrici di contatto in modo che la pressione sulle superfici di contatto risulti inferiore alla pressione ammissibile.

$$47-10: F_t = \frac{2M_t}{D_m} = \frac{2 \times 597.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{250 \text{ mm}} = 4776 \text{ N} \quad F = \frac{F_t}{\mu} \sin \beta = \frac{4776 \text{ N}}{0,30} \sin 17^\circ = 4655 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

$$47-12: l = \frac{F}{\pi D_m p_{\text{amm}} \sin \beta} = \frac{4655 \text{ N}}{\pi \times 250 \text{ mm} \times 0,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \times \sin 17^\circ} = 40 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Nel dimensionamento dei due alberi, motore e condotto, sollecitati dal momento torcente  $M_{t, \text{nom}} = 597 \text{ N}\cdot\text{m}$ , come materiale si utilizza l’acciaio C 40 con  $\sigma_u = 650 \text{ MPa}$  (Tabella 44.1). Imponendo un coefficiente di sicurezza  $n = 9$  (Paragrafo 44.1.2) si ricava  $\sigma_{\text{amm},f} = 72,2 \text{ MPa}$  e dunque (19-15)  $\tau_{\text{amm},f} = \sigma_{\text{amm},f} / \sqrt{3} = 72,2 \text{ MPa} \times 0,577 = 41,7 \text{ MPa}$  che permette di ottenere il valore minimo 42 mm del diametro  $d$  dei due alberi.

$$44-2: d = \left( \frac{16M_t}{\pi \tau_{\text{amm}}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 597.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 41,7 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 41,8 \text{ mm} \Rightarrow 42 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Il profilo scanalato dell’albero condotto viene realizzato con un accoppiamento (Serie UNI 8953 dal manuale) di diametro interno  $d = 42 \text{ mm}$ , diametro esterno  $D = 48 \text{ mm}$ , numero di scanalature o risalti  $z = 8$  e larghezza della scanalatura  $B = 8 \text{ mm}$ . Il rapporto tra la lunghezza assiale del calettamento dello scanalato  $L_{\text{sc}}$  e il diametro  $d$  dell’albero è:

$$45-8: \frac{L_{\text{sc}}}{d} = \frac{m \cdot \Omega}{k} \quad \text{con} \quad \Omega = \frac{d^2}{(D+d)(D-d)z}$$

**2010.1** - I valori dell’angolo di semiapertura  $\beta$  devono cadere nell’intervallo  $12^\circ \div 18^\circ$ , ma l’angolo  $\beta$  deve essere maggiore dell’angolo di attrito statico  $\theta = \arctan \mu = \arctan 0,3 = 16,7^\circ$  (9-2) per poter disinnestare la frizione (Paragrafo 47.3.4).

dove:

$m$  = coefficiente tabulato in funzione del tipo di servizio e del trattamento delle superfici a contatto (sul manuale si legge  $m = 1,75$  per accoppiamenti scorrevoli sotto carico);

$\Omega$  = caratteristica geometrica del profilo scanalato;

$k$  = coefficiente tabulato in funzione del tipo di servizio (sul manuale si legge  $k = 0,20$  per accoppiamenti scorrevoli sotto carico e carico variabile);

$D$  = diametro esterno dell'albero scanalato;

$d$  = diametro interno dell'albero scanalato;

$z$  = numero di risalti (o di scanalature).

$$\Omega = \frac{d^2}{(D+d)(D-d)z} = \frac{(42 \text{ mm})^2}{(48 \text{ mm} + 42 \text{ mm})(48 \text{ mm} - 42 \text{ mm}) \times 8} = 0,408 \approx 0,41$$

$$\frac{L_{sc}}{d} = \frac{m \cdot \Omega}{k} = \frac{1,75 \times 0,41}{0,20} = 3,6 \Rightarrow L_{sc} = 3,6 \cdot d = 3,6 \times 42 \text{ mm} = 151 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

La chiavetta da applicare all'albero motore, che ha un diametro minimo  $d = 42$  mm, ha (Tabella 44.2) una sezione (larghezza  $\times$  altezza) data da  $b \times h = 12$  mm  $\times$  8 mm, una lunghezza  $L_{ch} = 28 \div 140$  mm e una profondità di cava sull'albero  $t_1 = 5$  mm. Si calcola la lunghezza della chiavetta  $L_{ch}$  usando come materiale l'acciaio C 40 dell'albero e il valore della tensione tangenziale ammissibile uguale a quella calcolata precedentemente; il valore di 56,8 mm è vicino a quello che si ottiene con la formula empirica 45-7'.

$$45-6: L_{ch} = \frac{2M_t}{db\tau_{amm}} = \frac{2 \times 597.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{42 \text{ mm} \times 12 \text{ mm} \times 41,7 \text{ N/mm}^2} = 56,8 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$45-7': L_{ch} = 1,5 \cdot d = 1,5 \times 42 \text{ mm} = 63 \text{ mm}$$

Il diametro dell'albero motore viene portato prima a 47 mm, tenendo conto della profondità di cava (Paragrafo 44.1.4), e quindi a 50 mm in accordo con la serie dei numeri normali R10 (Appendice C.1):

$$d + t_1 = 42 \text{ mm} + 5 \text{ mm} = 47 \text{ mm} \Rightarrow 50 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Il diametro interno dell'elica  $D_i$  corrisponde al diametro dell'albero condotto  $d = 42$  mm opportunamente aumentato per tener conto del gioco (riferito al diametro medio dell'elica  $D$ , il gioco deve essere pari ad almeno  $0,1 \cdot D$ ); prendiamo un diametro interno  $D_i = 48$  mm. Noto il diametro interno  $D_i = D - d$ , differenza (Paragrafo 46.3.3) tra diametro medio dell'elica  $D$  e il diametro del filo  $d$ , calcoliamo il diametro medio dell'elica. Stimando un diametro del filo  $d$  pari a 12 mm, il diametro medio dell'elica risulta allora  $D = D_i + d = (48 + 12)$  mm = 60 mm. Assumiamo poi un filo temprato in olio la cui resistenza a trazione (indicata con  $\sigma_u$  oppure con  $R_m$ ) si calcola con la formula  $\sigma_u = A/d^m$

della *Tabella 46.3*; la resistenza a trazione va poi moltiplicata (*Paragrafo 46.3.4*) per il coefficiente  $\alpha = 0,45$  in modo da ottenere la tensione tangenziale ammissibile:

$$46-17: \sigma_u = \frac{A}{d^m} = \frac{1855 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^m}{(12 \text{ mm})^{0,187}} = 1165 \text{ MPa} \quad \tau_{\text{amm}} = \alpha \cdot \sigma_u = 0,45 \cdot 1165 \text{ MPa} = 525 \text{ MPa}$$

Una procedura alternativa più semplice, anche se non consolidata come la precedente, è quella di:

- fissare un valore del fattore di sicurezza  $n$ , che viene tenuto molto basso ( $n = 1,5$ ) dato che, per minimizzare masse, dimensioni e quindi costi, usualmente le molle vengono progettate per lavorare ad alti livelli di tensione (*Paragrafo 46.3.4*);
- calcolare poi, con questo valore di  $n$ , la tensione normale ammissibile e quindi la tensione tangenziale ammissibile.

Preso, ad esempio, l'acciaio per molle legato 55 Si 7, che (*Tabella 46.1*) ha una resistenza a trazione  $\sigma_u = 1350 \text{ MPa}$ , si ottiene un valore (519,3 MPa) solo leggermente inferiore a quello (525 MPa) calcolato sopra:

$$\sigma_{\text{amm}} = \frac{\sigma_u}{n} = \frac{1350 \text{ MPa}}{1,5} = 900 \text{ MPa} \quad \tau_{\text{amm}} = \frac{\sigma_{\text{amm}}}{\sqrt{3}} = 900 \text{ MPa} \times 0,577 = 519,3 \text{ MPa}$$

Calcoliamo adesso il diametro del filo  $d$  per iterazione ponendo inizialmente il fattore di Wahl uguale a 1 ( $K_W = 1$ ):

$$46-11: \tau_{\text{max}} = K_W \frac{8F_{\text{max}}D}{\pi d^3} = \tau_{\text{amm}} \Rightarrow d = \left( K_W \frac{8F_{\text{max}}D}{\pi \tau_{\text{amm}}} \right)^{1/3} = \left( 1 \times \frac{8 \times 4655 \text{ N} \times 60 \text{ mm}}{\pi \times 525 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 11,06 \text{ mm}$$

$$46-13: C = \frac{D}{d} = \frac{60 \text{ mm}}{11,06 \text{ mm}} = 5,4$$

$$46-12: K_W = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0,615}{C} = \frac{4 \times 5,4 - 1}{4 \times 5,4 - 4} + \frac{0,615}{5,4} = 1,28$$

$$46-11: d = \left( K_W \frac{8F_{\text{max}}D}{\pi \tau_{\text{amm}}} \right)^{1/3} = \left( 1,28 \times \frac{8 \times 4655 \text{ N} \times 60 \text{ mm}}{\pi \times 525 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 12,0 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$46-13: C = \frac{D}{d} = \frac{60 \text{ mm}}{12 \text{ mm}} = 5$$

$$46-12: K_W = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0,615}{C} = \frac{4 \times 5 - 1}{4 \times 5 - 4} + \frac{0,615}{5} = 1,31$$

Il valore di  $K_W$  non è significativamente diverso dal precedente e quindi sulla base dell'ultimo calcolo prendiamo un diametro del filo  $d = 12,0$  mm (valore unificato) e un indice della molla  $C = D/d = 60$  mm/12 mm = 5. Il valore del diametro del filo è molto alto; per valori maggiori di 12,7 mm si preferisce passare a soluzioni con due molle in parallelo la cui rigidezza  $k$  è per la 46-2 la somma della rigidezza  $k_1$  e  $k_2$  delle due molle.

Assumendo poi una freccia massima  $f_{\max} = 30$  mm, si calcola la rigidezza  $k$  della molla e quindi il numero di spire attive  $N_a$  che viene portato da 6,4 a 6,5. Quindi, assumendo i terminali chiusi e molati, si calcolano il numero di spire totali  $N_t$  e la lunghezza a pacco della molla  $L_s$ .

46-1:  $k = \frac{F_{\max}}{f_{\max}} = \frac{4702 \text{ N}}{30 \text{ mm}} = 156,7 \text{ N/mm}$

Tabella 46.3:  $G = 77,2$  GPa

46-15:  $k = \frac{d^4 G}{8D^3 N_a} \Rightarrow N_a = \frac{d^4 G}{8D^3 k} = \frac{(12,0 \text{ mm})^4 \times 77.200 \text{ N/mm}^2}{8 \times (60 \text{ mm})^3 \times 156,7 \text{ N/mm}} = 5,9 \Rightarrow N_a = 6,0$  spire ◀

Tabella 46.2:  $N_t = N_a + 2 = 6 + 2 = 8$  spire ◀

46-16:  $4 \leq C \leq 12 \Rightarrow 4 \leq 5 \leq 12 \quad 3 \leq N_a \leq 15 \Rightarrow 3 \leq 6 \leq 15 \quad \ll \text{verificati} \gg$  ◀

Tabella 46.2:  $L_s = dN_t = 12,0 \text{ mm} \times 8 = 96 \text{ mm}$  ◀

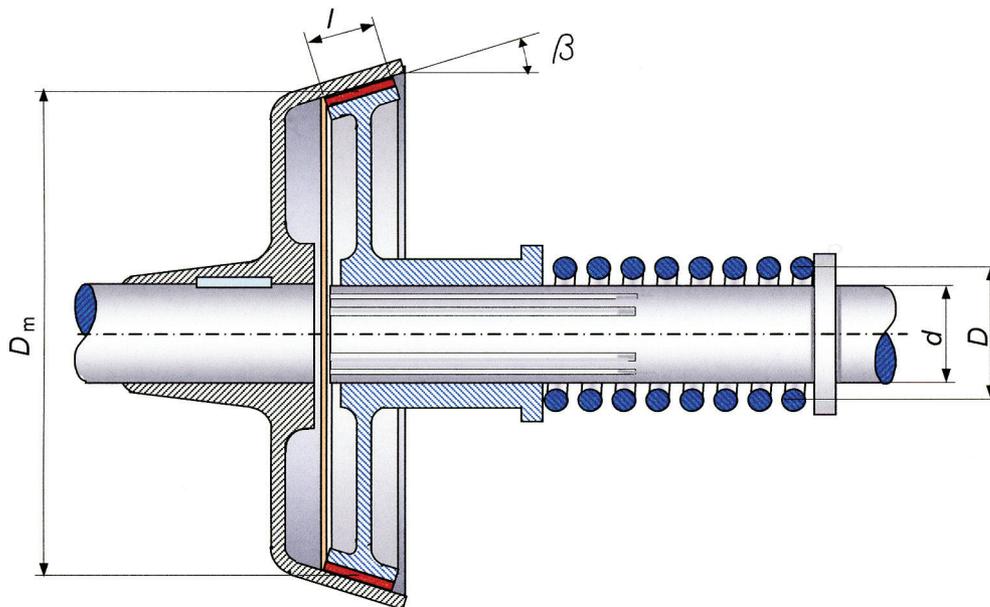


Fig. 2010-b - Schizzo dell'innesto a frizione conico basato sui valori calcolati nella soluzione del Tema.

## 2011. Riduttore con ruote a denti diritti e albero condotto

Un argano, azionato manualmente tramite una manovella, utilizza il riduttore rappresentato in figura.

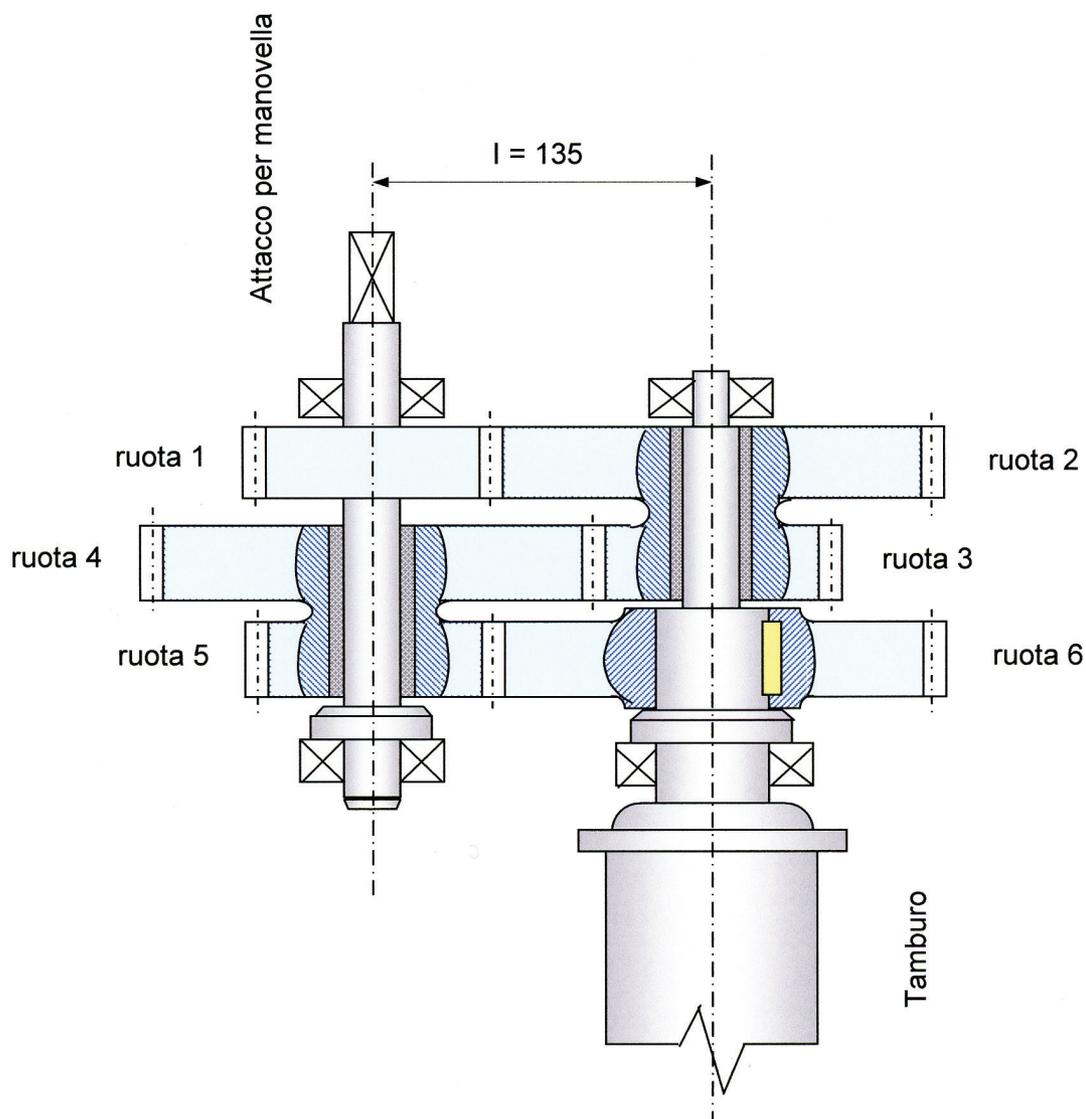


Fig. 2011-a - Il riduttore.

Il riduttore realizza tre salti di velocità attraverso l'accoppiamento di 6 ruote dentate a denti diritti come di seguito descritto:

- la ruota 1 è solidale con l'albero motore e trasmette il moto alla ruota 2;
- le ruote 2 e 3 sono solidali tra loro e sono montate a “folle”, tramite bronzine, sull'albero condotto;

- la ruota 4 riceve il moto dalla 3;
- le ruote 4 e 5 sono solidali tra loro e sono montate a “folle”, tramite bronzine, sull’albero motore;
- la ruota 6 è solidale con l’albero condotto e riceve il moto dalla ruota 5;
- il rapporto di trasmissione è lo stesso per ogni coppia di ruote dentate.

Sono noti i seguenti dati:

- interasse albero motore - albero condotto 135 mm;
- rapporto di trasmissione tra le ruote dentate  $i = \omega_1 / \omega_2 = 2$ ;
- materiale per alberi e ruote dentate C 40;
- coppia motrice applicata alla manovella 20 N·m.

Il candidato assumendo con giustificato criterio ogni altro dato occorrente esegua:

- il dimensionamento del gruppo di ruote 4 e 5;
- il dimensionamento dell’albero condotto;
- il disegno esecutivo di fabbricazione completo di quote, tolleranze e gradi di rugosità del gruppo di ruote per le quali si è proceduto al dimensionamento;
- il ciclo di lavorazione del gruppo di ruote 4-5, facendo riferimento a un lotto di medie dimensioni evidenziando: il grezzo di partenza, la sequenza delle operazioni di produzione, le macchine, gli utensili, i parametri di taglio.

## 1. Lettura dell’enunciato

Dati assegnati:

- interasse albero motore - albero condotto  $C = 135$  mm (indicato in Figura con la lettera  $I$ );
- rapporto di trasmissione tra le ruote dentate  $i = \omega_1 / \omega_2 = 2$ ;
- materiale per alberi e ruote dentate C 40 con resistenza trazione  $R_m = 650 \div 800$  MPa (*Tabella 44.1*);
- coppia motrice in ingresso  $M_{t,1} = 20$  N·m.

Quesiti:

- coppia massima in uscita  $M_{t,max}$ ;
- dimensionamento del diametro  $d_{alb}$  dell’albero condotto;
- dimensionamento del gruppo di ruote 4 e 5.

## 2. Schema dell’impianto: *Figura 2011-a* (allegata al Tema)

## 3. Scelta dei dati mancanti

- velocità di rotazione in ingresso  $n_1 \leq 60$  giri/min (il riduttore è azionato a mano).

## 4. Soluzione

- a) Presa una velocità di rotazione in ingresso  $n_1 = 60$  giri/min e sapendo che il rapporto di riduzione di ciascuna coppia di ruote è lo stesso e vale  $i = \omega_1/\omega_2 = 2$ , si calcola (*Paragrafo 25.8.1*) il rapporto di riduzione globale  $i_{1/6}$  e la coppia massima in uscita  $M_{t,\max}$  nell'ipotesi di un rendimento della trasmissione unitario ( $\eta_{1/6} = 1$ ).

$$\mathbf{6-11:} \quad \omega_1 = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 60 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 6,28 \text{ rad/s}$$

$$\mathbf{25-34:} \quad i_{1/6} = \frac{\omega_1}{\omega_6} = i_{1/2} \cdot i_{3/4} \cdot i_{5/6} = 2 \times 2 \times 2 = 8 \quad \Rightarrow \quad \omega_6 = \frac{\omega_1}{8} = \frac{6,28 \text{ rad/s}}{8} = 0,785 \text{ rad/s}$$

$$\text{oppure } i_{1/6} = \frac{n_1}{n_6} = 8 \quad \Rightarrow \quad n_6 = \frac{n_1}{8} = \frac{60 \text{ giri/min}}{8} = 7,5 \text{ giri/min}$$

$$\mathbf{25-35:} \quad M_{t,\max} = \eta_{1/6} M_{t1} \frac{\omega_1}{\omega_6} = 1 \times 20 \text{ N}\cdot\text{m} \times 8 = 160 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Calcolata la tensione tangenziale ammissibile  $\tau_{\text{amm},f}$  in funzione della resistenza a trazione  $\sigma_u = 650$  MPa, si calcola il diametro  $d_{\text{alb}}$  dell'albero condotto a torsione semplice. Si ottiene un valore del diametro di 23 mm che, dovendo tener conto di una cava per la linguetta profonda  $t_1 = 4$  mm, viene portato a 27 mm e quindi a 28 mm secondo la serie dei numeri normali R 20 (*Appendice C.1*).

$$\mathbf{19-18} \text{ (oppure } \textit{Tabella 19.2}): \quad \sigma_f = (0,4 \div 0,6) \sigma_u = 0,45 \times 650 \text{ MPa} = 292,5 \text{ MPa}$$

$$\textit{Paragrafo 44.1.2:} \quad \sigma_{\text{amm},f} = \frac{\sigma_f}{n} = \frac{292,5 \text{ MPa}}{2,5} = 117 \text{ MPa}$$

$$\mathbf{19-15:} \quad \tau_{\text{amm},f} = \frac{\sigma_{\text{amm},f}}{\sqrt{3}} = 117 \text{ MPa} \times 0,577 = 67,5 \text{ MPa}$$

$$\mathbf{44-2,} \textit{ Tabella 44.2:} \quad d_{\text{alb}} = \left( \frac{16 M_{t,\max}}{\pi \tau_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 160.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 67,5 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 23 \text{ mm} \Rightarrow d = 28 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Essendo assegnato il rapporto di riduzione pari a 2 per ciascun gruppo di ruote dentate, con riferimento alle ruote 5 e 6 scegliamo il numero di denti della ruota 5 in  $z_5 = 30$ , valore che soddisfa largamente il minimo numero di denti previsto dalla *Tabella 25.1*. Ricaviamo il numero di denti  $z_6$  della ruota 6 e, conoscendo l'interasse (indicato qui con  $C$ ), il modulo  $m$  uguale per ciascun gruppo di ruote di ruote poiché per minimizzare i costi le ruote sono identiche. Si determinano infine i diametri primitivi  $d_5$  e  $d_6$  delle ruote.

$$\mathbf{25-4:} \quad i_{5/6} = \frac{\omega_5}{\omega_6} = \frac{d_6}{d_5} = \frac{z_6}{z_5} = 2 \quad \Rightarrow \quad z_6 = 2 \cdot z_5 = 2 \times 30 = 60 \text{ denti}$$

$$\text{Scheda 25.1: } C = \left( \frac{z_5 + z_6}{2} \right) m \Rightarrow m = \frac{C}{\frac{z_5 + z_6}{2}} = \frac{2C}{z_5 + z_6} = \frac{2 \times 135 \text{ mm}}{30 + 60} = 3 \text{ mm}$$

$$\text{25-1: } m = \frac{d}{z} \Rightarrow d = mz \quad d_5 = mz_5 = 3 \text{ mm} \times 30 = 90 \text{ mm}; \quad d_6 = mz_6 = 3 \text{ mm} \times 60 = 180 \text{ mm}$$

Calcoliamo adesso il modulo con la formula di Lewis facendo riferimento alla coppia massima in uscita  $M_{t,\max}$  calcolata sopra e prendendo per l'acciaio C 40 la stessa tensione ammissibile  $\sigma_{\text{amm}} = 117 \text{ MPa}$  calcolata sopra. In primo luogo determiniamo i coefficienti che figurano in questa formula. Il coefficiente dinamico  $K_v$  tiene conto di urti e vibrazioni che aumentano all'aumentare della velocità periferica della primitiva; naturalmente in un argano, azionato manualmente tramite una manovella, si può non tener conto di questo coefficiente. Determiniamo tuttavia  $K_v$ , calcolando la velocità periferica  $v$  del pignone da introdurre nella formula<sup>1992.1</sup> che dà il coefficiente dinamico, per vedere se effettivamente si può fare a meno di  $K_v$ . Si prende poi una costante di proporzionalità  $\lambda = 10$ , nella relazione tra larghezza della dentatura  $b$  e modulo  $m$ , quale valore tipico delle applicazioni comuni.

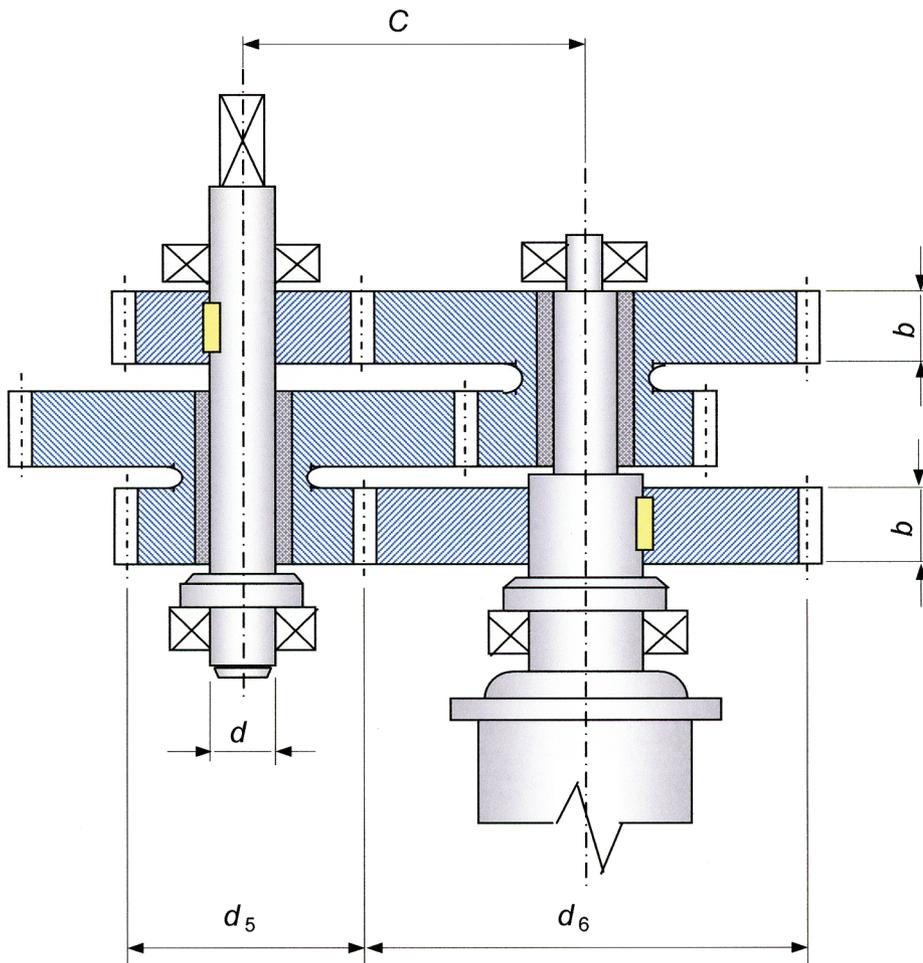


Fig. 2011-b - Schizzo della trasmissione basato sui valori calcolati nella soluzione del Tema.

$$6-11: v_5 = \pi \frac{d_5}{2} n_5 = \pi \times \frac{0,09 \text{ m}}{2} \times 7,5 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times \frac{1}{60 \text{ s/min}} = 0,018 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Tabella 25.3: } K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 0,018 \text{ m/s}}{3,05} = 1,0$$

Tabella 25.2:  $Y = 0,359$  (fattore di forma secondo Lewis) per  $z_5 = 30$  denti

$$25-29: m = \sqrt[3]{\frac{2K_v M_{t,\max}}{\lambda Y z_5 \sigma_{\text{amm}}}} = \left( \frac{2 \times 1,0 \times 160.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{10 \times 0,359 \times 30 \times 117 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 2,9 \text{ mm}$$

Il modulo  $m$  risulta verificato dalla formula di Lewis. In conclusione, i pignoni 1, 3 e 5 hanno  $z_{\text{pignone}} = 30$  denti e diametro primitivo  $d_{\text{pignone}} = 90$  mm, mentre le ruote 2, 4 e 6 hanno  $z_{\text{ruota}} = 60$  denti e diametro primitivo  $d_{\text{ruota}} = 180$  mm.

## 2012. Albero di un motore elettrico e perni a strisciamento

Lo schema di *Figura 2012-a* rappresenta un albero per motore elettrico che deve trascinare una puleggia calettata a un'estremità.

L'albero del rotore è sostenuto, negli appoggi A e B, da due perni, uno intermedio tra rotore e puleggia e uno all'estremità opposta rispetto alla puleggia. Il rotore e la puleggia siano calettati sull'albero tramite linguette.

Si considerino i seguenti elementi di calcolo:

- peso del motore:  $Q = 3000$  N;
- potenza da trasmettere:  $P = 12$  kW;
- regime di rotazione:  $n = 400$  giri/min;

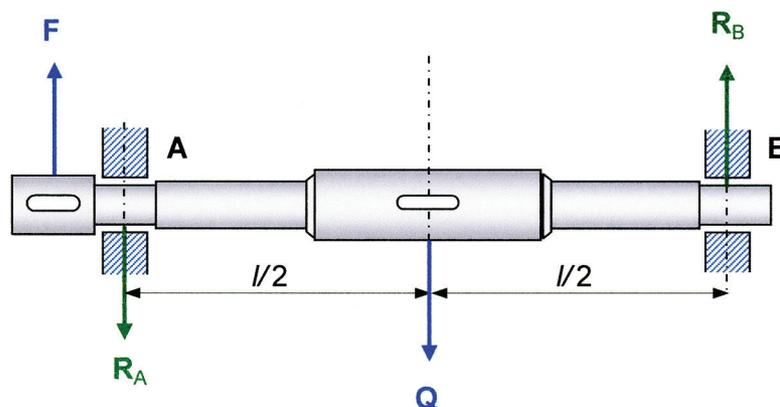


Fig. 2012-a - Schema dell'albero.

- tiro della cinghia della puleggia:  $F = 7000 \text{ N}$ ;
- interasse perni:  $l = 500 \text{ mm}$ .

Il candidato, accompagnando il calcolo con considerazioni tecniche congrue e coerenti, dopo aver scelto un acciaio da cementazione per l'albero e aver fissato con motivati criteri ogni altro parametro o elemento di calcolo eventualmente mancante e necessario, determini:

- i diametri delle sezioni dell'albero in corrispondenza di motore e puleggia;
- a propria scelta, il diametro della sezione del perno intermedio o di quello di estremità.

## 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- quelli già citati nell'enunciato del tema.

Quesiti:

- calcolo delle reazioni degli appoggi e dei momenti flettente e torcente;
- diametri dell'albero  $d_{\text{mot}}$  e  $d_{\text{pul}}$  in corrispondenza rispettivamente del motore e della puleggia;
- diametri della sezione del perno intermedio  $d_A$  e di estremità  $d_B$ .

## 2. Schema dell'albero: *Figura 2012-a* (allegata al Tema)

## 3. Scelta dei dati mancanti

- Acciaio legato 34 Cr Mo 4 (*Tabella 44.1*) con resistenza a trazione  $R_m = 1000 \div 1200 \text{ N/mm}^2$  e tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = 111 \text{ N/mm}^2$ , calcolata dividendo la resistenza a trazione per un fattore di sicurezza  $n = 9$ .

## 4. Soluzione

- Indicato con C il punto di applicazione del tiro della cinghia  $F$  e fissata in 100 mm la distanza di C da A ( $AC = 100 \text{ mm}$ ) e indicato con D il punto di applicazione del peso  $Q$  del motore (*Figura 2012-b*), calcoliamo le reazioni degli appoggi:

$$4-1: \curvearrowright \Sigma M_B = 0 \Rightarrow -F \cdot BC + R_A \cdot AB + Q \cdot BD = 0 \Rightarrow R_A = \frac{F \cdot BC - Q \cdot (l/2)}{l} =$$

$$= \frac{7000 \text{ N} \times 600 \text{ mm} - 3000 \text{ N} \times 250 \text{ mm}}{500 \text{ mm}} = +6900 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R_A = 6900 \text{ N} \downarrow} \quad \blacktriangleleft$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow +F - R_A - Q + R_B = 0 \Rightarrow R_B = -F + R_A + Q =$$

$$= -7000 \text{ N} + 6900 \text{ N} + 3000 \text{ N} = 2900 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R_B = 2900 \text{ N} \uparrow} \quad \blacktriangleleft$$

Determiniamo il momento torcente  $M_t$ :

$$7-10': P = M_t \omega = M_t \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow M_t = \frac{60P}{2\pi n} = \frac{60 \times 12.000 \text{ W}}{2 \times \pi \times 400 \text{ giri/min}} = 286,5 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

Calcoliamo il valore del momento flettente  $M_f$  nel punto A e nel punto D. Il momento flettente  $M_{f,A}$  si calcola iniziando a sinistra della sezione in A, mentre il momento flettente  $M_{f,D}$  si calcola iniziando a destra della sezione in D tenendo conto quindi della sola reazione  $R_B$ .

$$M_{f,A} = + F \cdot AC = + (7000 \text{ N} \times 0,1 \text{ m}) = + 700 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

$$M_{f,D} = + R_B \cdot BD = + (2900 \text{ N} \times 0,25 \text{ m}) = + 725 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Il diametro dell'albero  $d_{\text{mot}}$  si dimensiona a flessotorsione in corrispondenza del motore elettrico. Per fissare il mozzo del motore all'albero utilizziamo (*Tabella 44.2*) una linguetta di sezione  $b \times h = 12 \times 8 \text{ mm}^2$  poiché il diametro di calettamento calcolato di 41,2 mm cade nell'intervallo di 38 ÷ 44 mm; questa linguetta richiede una cava sull'albero  $t_1 = 5 \text{ mm}$ . Al diametro dell'albero va aggiunta la profondità di cava ottenendo così 41,2 mm + 5,0 mm = 46,2 mm che viene arrotondato a 50 mm per adeguarlo a un valore unificato (serie dei numeri normali R10 nell'*Appendice C.1*).

$$21-5: M_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2} = \sqrt{(725 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (286,5 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 766,3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$44-3: d_{\text{mot}} = \left( \frac{32 \cdot M_{f,\text{id}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 766.300 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 111 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 41,2 \text{ mm} \Rightarrow 50 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Una volta determinata la tensione ammissibile tangenziale  $\tau_{\text{amm},f}$  si procede al dimensionamento a torsione del diametro dell'albero  $d_{\text{pul}}$  in corrispondenza del calettamento della puleggia. Per il diametro di calettamento di 28,4 mm, che cade nell'intervallo di 22 ÷ 30 mm, occorre una linguetta di sezione  $b \times h = 8 \times 7 \text{ mm}^2$  che richiede una cava sull'albero  $t_1 = 4,0 \text{ mm}$ . Il diametro maggiorato 28,4 mm + 4,0 mm = 32,4 mm viene portato al valore unificato di 36 mm (*Appendice C.1*).

$$19-15: \tau_{\text{amm},f} = \frac{\sigma_{\text{amm},f}}{\sqrt{3}} = 0,577 \cdot \sigma_{\text{amm},f} = 0,577 \times 111 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 64 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$44-2: d_{\text{pul}} = \left( \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 286.500 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 64 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 28,4 \text{ mm} \Rightarrow 36 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Calcolo del diametro della sezione del perno intermedio  $d_A$  a flessotorsione e del diametro di estremità  $d_B$  a flessione (per quest'ultimo si prende un rapporto tra lunghezza  $L$  e diametro  $d$  del perno pari a  $L/d = 1,5$ ):

$$21-5: M_{f,\text{id},A} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2} = \sqrt{(700 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (286,5 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 742,7 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$44-3: d_A = \left( \frac{32 \cdot M_{f, id, A}}{\pi \cdot \sigma_{amm, f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 742.700 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\pi \times 111 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 40,8 \text{ mm} \approx 41 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$44-7: d_B = \sqrt{\frac{5 \cdot F}{\sigma_{amm, f}} \frac{L}{d_B}} = \sqrt{\frac{5 \times 2900 \text{ N}}{111 \text{ N/mm}^2} 1,5} = 14,0 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

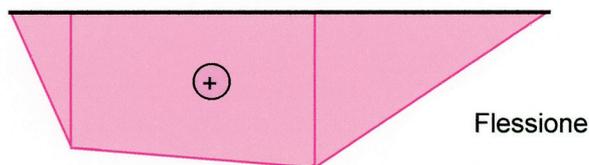
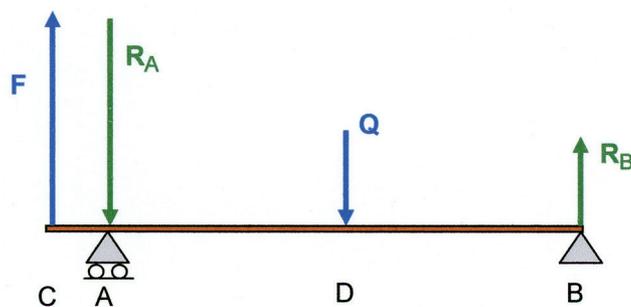
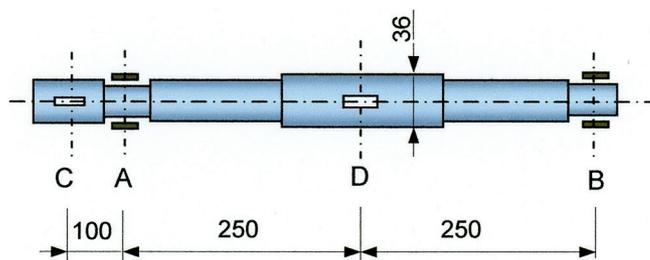


Fig. 2012-b - Schizzo quotato dell'albero con diagramma dei momenti flettente e torcente (le lunghezze sono in millimetri).

## 2013. Trasmissione a cinghie trapezoidali, albero e cuscinetti volventi

L'albero di trasmissione rappresentato in figura (*Figura 2013-a*) trasmette una potenza  $P = 25$  kW con una velocità di rotazione di 1500 giri/min.

L'albero, supportato da cuscinetti rigidi a sfere, riceve il moto da un motore elettrico attraverso un giunto elastico, e lo trasferisce mediante una puleggia a un ventilatore (il ventilatore non è rappresentato in figura).

L'albero è in acciaio C40 UNI 7845.

La puleggia a cinghie trapezoidali ha diametro primitivo 250 mm.

Durata di base cuscinetti  $L_{10h} = 10.000$  h.

Le distanze giunto-supporti-puleggia, con riferimento ai piani medi di ciascun elemento, sono assegnate in figura.

Al candidato si chiede di:

- eseguire il progetto strutturale dell'albero, considerando i cambiamenti di diametro per l'alloggiamento dei cuscinetti, il calettamento del giunto e della puleggia;
- eseguire il disegno di fabbricazione dell'albero, completo di quote, tolleranze e gradi di rugosità superficiale;
- definire la sequenza delle operazioni necessarie per la lavorazione dell'albero, avendo fissato come grezzo di partenza una barra di opportuno diametro;
- relativamente alla tornitura cilindrica di sgrossatura su tutta la lunghezza dell'albero, assunti i seguenti dati:
  - costo aziendale del posto di lavoro:  $M = 20$  €/h;
  - costo utensile:  $C_{ut} = 5$  €;
  - tempo cambio utensile:  $T_{cu} = 1$  min;
  - tempo cambio del pezzo:  $T_p = 2$  min;
  - con utensile in carburo, profondità di passata  $p = 5$  mm, avanzamento  $a = 0,3$  mm/giro, valga la relazione (legge di Taylor):  $V_t T_n = C$ , con  $C = 366$  e  $n = 0,25$ ,
- calcolare:
  - la velocità di taglio di minimo costo e la corrispondente durata dell'utensile;
  - il tempo di macchina e il costo dell'operazione, corrispondenti alla velocità di taglio e ai parametri di taglio sopradetti.

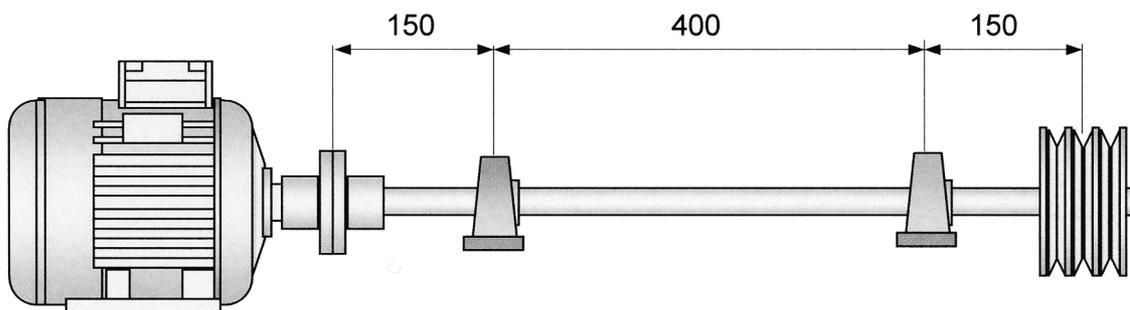


Fig. 2013-a - Schema della trasmissione (le lunghezze sono in millimetri).

## 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza nominale  $P_{\text{nom}} = 25 \text{ kW}$  alla velocità di rotazione  $n = 1500 \text{ giri/min}$ ;
- puleggia a cinghie trapezoidali con diametro primitivo  $d_1 = 250 \text{ mm}$ ;
- materiale dell'albero in acciaio C 40;

Quesiti:

- calcolo del momento torcente  $M_t$ ;
- proporzionamento della trasmissione a cinghie trapezoidali;
- calcolo delle reazioni vincolari e definizione dei valori del diametro minimo  $d$  dell'albero;
- scelta dei cuscinetti a sfera.

## 2. Schema dell'impianto: *Figura 2013-a* (allegata al Tema)

## 3. Scelta dei dati mancanti

- velocità di rotazione del ventilatore  $n_2 = 500 \text{ giri/min}$ .

## 4. Soluzione

- a) Calcoliamo il momento torcente  $M_t$ :

$$\mathbf{20-12:} \quad M_t = 9,55 \frac{P}{n} = 9,55 \times \frac{25.000 \text{ W}}{1500 \text{ giri/min}} = 159,2 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \leftarrow$$

oppure:

$$\mathbf{6-11, 7-10':} \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1500 \frac{\text{giri}}{\text{min}}}{60 \text{ s/min}} = 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad P = M_t \omega \Rightarrow M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{25.000 \text{ W}}{157 \text{ rad/s}} = 159,2 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- b) Si calcola la potenza di progetto o potenza corretta  $P_{\text{prog}}$  in cui poniamo il fattore di servizio  $K_S = 1,2$  (*Tabella 26.2* per un funzionamento di  $10 \div 16$  ore giornaliere) e il coefficiente di sicurezza  $n_{\text{prog}} = 1$ , dato che va precisato dal progettista e che qui non è stato assegnato. I valori della potenza di progetto (30 kW) e della velocità di rotazione  $n$  (1500 giri/min) cadono in una zona ricoperta da due zone adiacenti appartenenti alle sezioni di cinghie trapezoidali di tipo B e di tipo C (*Figura 26.12*); scegliamo una cinghia di tipo B, anche se si potrebbe considerare una cinghia di tipo C poiché una sezione maggiore può far diminuire costo e peso della puleggia per il minor numero di gole (*Paragrafo 26.3* ed *Esempio 26.4*). Si assume un ventilatore avente una velocità di rotazione  $n_2 = 500 \text{ giri/min}$  e si calcola la velocità periferica che risulta  $v = 19,6 \text{ m/s}$ , prossima alla fascia alta dei valori consigliati ( $6 \div 30 \text{ m/s}$ ).

$$\mathbf{26-13:} \quad P_{\text{prog}} = P_{\text{nom}} K_S n_{\text{prog}} = 25 \text{ kW} \times 1,2 \times 1 = 30,0 \text{ kW}$$

$$\mathbf{6-13:} \quad v = \frac{\pi d_1 n_1 [\text{giri/min}]}{60 \text{ s/min}} = \frac{\pi \times 0,25 \text{ m} \times 1500 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 19,6 \text{ m/s}$$

$$\mathbf{26-12:} \quad i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1500 \text{ giri/min}}{500 \text{ giri/min}} = 3 = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow d_2 = i d_1 = 3 \times 250 \text{ mm} = 750 \text{ mm}$$

$$\mathbf{26-17:} \quad C_{1-2} \cong \frac{d_2 + d_1}{2} + d_1 = \frac{750 \text{ mm} + 250 \text{ mm}}{2} + 200 \text{ mm} = 700 \text{ mm}$$

$$\mathbf{26-2:} \quad L_{1-2} = 2C_{1-2} + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4C_{1-2}} = 2 \times 700 \text{ mm} + \frac{\pi \times 1000 \text{ mm}}{2} + \frac{(500 \text{ mm})^2}{4 \times 700 \text{ mm}} = 3060 \text{ mm}$$

*Tabella 26.7* (lunghezza commerciale): 3090 mm

$$\mathbf{26-3:} \quad C_{1-2,\text{eff}} = \frac{1}{4} \left\{ \left[ L_{1-2} - \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) \right] + \sqrt{\left[ L_{1-2} - \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) \right]^2 - 2(d_2 - d_1)^2} \right\} =$$

$$= \frac{1}{4} \left\{ \left[ 3090 \text{ mm} - \frac{\pi}{2} \times 1000 \text{ mm} \right] + \sqrt{\left[ 3090 \text{ mm} - \frac{\pi}{2} \times 1000 \text{ mm} \right]^2 - 2(250 \text{ mm})^2} \right\} = 750 \text{ mm}$$

$$\mathbf{26-1:} \quad \phi = \arcsin \frac{d_2 - d_1}{2C_{1-2}} = \arcsin \frac{750 \text{ mm} - 250 \text{ mm}}{2 \times 750 \text{ mm}} = 19,5^\circ$$

$$\mathbf{26-1', Figura 26.7:} \quad \theta_1 = 180^\circ - 2\phi = 180^\circ - 2 \times 19,5^\circ = 141^\circ \Rightarrow C_\theta = 0,89$$

*Figura 26.13* (sulla retta della sezione B per  $L = 3090 \text{ mm}$ ):  $C_e = 1,14$

*Tabella 26.5* (per  $d_2/d_1 = 3$ ):  $C_b = 1,14$

$$\mathbf{26-18}$$
 (calcolo del diametro equivalente):  $d_{e1} = C_b d_1 = 1,14 \times 250 \text{ mm} = 285 \text{ mm}$

La potenza di riferimento  $P_1$  trasmissibile dalla singola cinghia è (*Tabella 26.6* oppure dal manuale):

$$P_1 = \left[ \left( 1,08 \cdot v^{-0,09} - \frac{69,8}{d_e} - 1,78 \times 10^{-4} \cdot v^2 \right) v \right] \cdot 0,7355 =$$

$$= \left\{ \left[ 1,08 \cdot \left( 19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^{-0,09} - \frac{69,8}{285 \text{ mm}} - 1,68 \times 10^{-4} \cdot \left( 19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right] \times 19,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right\} \cdot 0,7355 = 7,45 \text{ kW}$$

$$\mathbf{26-19:} \quad P_{\text{eff}} = P_1 C_e C_\theta = 7,45 \text{ kW} \times 1,14 \times 0,89 = 7,56 \text{ kW}$$

$$26-20: z = \frac{P_{\text{prog}}}{P_{\text{eff}}} = \frac{30 \text{ kW}}{7,56 \text{ kW}} = 3,97 \Rightarrow z = 4 \text{ cinghie} \quad \blacktriangleleft$$

Assunto un coefficiente di attrito effettivo<sup>1991.2</sup> della trasmissione a cinghia trapezoidale  $\mu' = 0,5$ , le due tensioni  $T_1$  e  $T_2$ , rispettivamente sul tratto teso e sul tratto lasco della cinghia, possono essere calcolate con le relazioni fondamentali **26-10** e **26-16**. Si ricorda che l'angolo di avvolgimento  $\theta$ , che figura in quest'ultima equazione come esponente di  $e$ , va convertito (*Tabella I*) in radianti ( $\theta_1 = 158,2^\circ \times 0,0175 \text{ rad}/1^\circ = 2,8 \text{ rad}$ ).

$$\begin{cases} P = (T_1 - T_2)v \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{P_{\text{prog}}}{v} = \frac{30.000 \text{ W}}{19,6 \text{ m/s}} = 1531 \text{ N} \\ \frac{T_1}{T_2} = e^{0,5\theta} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = e^{0,5 \times 2,8 \text{ rad}} = 4,0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 - T_2 = 1531 \\ \frac{T_1}{T_2} = 4 \end{cases}$$

$$T_1 - T_2 = 1531 \Rightarrow T_1 = 1531 + T_2 \Rightarrow 4T_2 = 1531 + T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{1531}{3} = 510 \text{ N}$$

$$T_1 = 1531 + T_2 = 1531 + 510 = 2041 \text{ N}$$

Trascurando il peso proprio della puleggia, la forza risultante  $F$  dalle due tensioni  $T_1 = 2041 \text{ N}$  e  $T_2 = 510 \text{ N}$  è<sup>1991.4</sup>:

$$26-7'': F \cong T_1 + T_2 = 2041 \text{ N} + 510 \text{ N} = 2551 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

Valutiamo quindi gli ingombri assiali della puleggia su cui sono applicate  $z = 4$  cinghie. Sul manuale sono riportate le dimensioni unificate delle pulegge (norma UNI 5266) che per cinghie trapezoidali di tipo B sono (*Figura 26.11-a*):

- distanza fra due gole successive  $e = 19 \text{ mm}$ ;
- larghezza delle spalle esterne  $f = 11,5 \text{ mm}$ .

$$\text{Ingombro assiale della puleggia: } b_1 = (z-1)e + 2f = (4-1) \times 19 \text{ mm} + 2 \times 11,5 \text{ mm} = 80 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

c) Scriviamo le equazioni di equilibrio **4-1** per ricavare le reazioni vincolari e tracciamo i digrammi dei momenti (*Figura 2013-b*).

$$\exists \Sigma M_A = 0 \Rightarrow -F \cdot AC + R_B \cdot AB = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{F \cdot AC}{AB} = \frac{2551 \text{ N} \times 550 \text{ m}}{400 \text{ m}} = +3508 \text{ N} \Rightarrow R_B = 3508 \text{ N} \uparrow$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow -F - R_A + R_B = 0 \Rightarrow R_A = R_B - F = 3508 \text{ N} - 2551 \text{ N} = 957 \text{ N} \Rightarrow R_A = 957 \text{ N} \downarrow$$

Il momento flettente raggiunge il valore massimo sull'appoggio B dove vale:

$$M_{f,B} = -(F \cdot BC) = -(2551 \text{ N} \times 0,150 \text{ m}) = -383 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Il punto più sollecitato dell'albero è il punto B in corrispondenza del secondo appoggio; qui, oltre al momento flettente  $M_{f,B} = -383 \text{ N}\cdot\text{m}$ , agisce il momento torcente  $M_t = 159,2 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Il momento flettente ideale  $M_{f,id}$ , calcolato con la formula di von Mises, vale:

$$21-5: M_{f,id} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4}M_t^2} = \sqrt{(-383 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (159,2 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 407 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Il materiale dell'albero è l'acciaio C 40 che ha (Tabella 44.1) come tensione ultima di rottura a trazione (indicata con  $\sigma_u$  oppure con  $R_m$ ) 650 MPa. Preso un fattore di sicurezza  $n = 8$ , otteniamo una tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{amm,f} = 81 \text{ MPa}$  e una tensione tangenziale a fatica (19-15)  $\tau_{amm,f} = \sigma_{amm,f} / \sqrt{3} = 0,577 \times 81 \text{ MPa} = 47 \text{ MPa}$ . Calcoliamo quindi il diametro dell'albero a torsione in corrispondenza del giunto (punto O) e della puleggia (punto C), e a flessotorsione nella sezione B per l'azione combinata dei momenti flettente e torcente. Al valore del diametro minimo di 25,8 mm dell'albero in corrispondenza di O e di C va aggiunta la profondità di cava  $t_1 = 4,0 \text{ mm}$  per la presenza della linguetta  $b \times h = 8 \times 7$  di calettamento corrispondente a un intervallo di diametro 22 ÷ 30 mm (Tabella 44.2).

$$44-2, \text{ punti O e C: } d = \left( \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 159.200 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 47 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 25,8 \text{ mm} \Rightarrow 30 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$44-3, \text{ punto B: } d = \left( \frac{32 \cdot M_t}{\pi \cdot \sigma_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 407.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 81 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 37,1 \text{ mm} \Rightarrow 38 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- d) Il calcolo della durata a fatica in ore di funzionamento  $L_h$  dei cuscinetti in funzione del coefficiente di carico dinamico  $C$ , del carico dinamico equivalente  $P$  e della velocità di rotazione  $n$  in giri/min è dato da:

$$44-14: L_h = \frac{10^6}{n \cdot 60} \left( \frac{C}{P} \right)^p \quad \text{con } p = 3 \text{ per i cuscinetti a sfere e } p = 10/3 \text{ per quelli a rulli}$$

$$L_h = \frac{10^6}{n \cdot 60} \left( \frac{C}{P} \right)^p \Rightarrow C = \left( \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \right)^{1/p} \cdot P = \left( \frac{10.000 \text{ h} \times 1500 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times 60}{10^6} \right)^{1/3} \cdot P = 9,655 \cdot P$$

Nel nostro caso il carico dinamico equivalente  $P$  corrisponde al carico radiale relativo alle reazioni  $R_A = 957 \text{ N}$  in A ed  $R_B = 3508 \text{ N}$  in B, dove sono presenti i cuscinetti a sfere. Sul manuale oppure dal catalogo SKF si scelgono le dimensioni del cuscinetto che ha un carico dinamico equivalente  $P$  prossimo a quello calcolato tenendo presenti i valori del diametro minimo dell'albero calcolati sopra.

$$C_A = 9,655 \cdot P_A = 9,655 \times 957 \text{ N} = 9240 \text{ N} \Rightarrow d/D/B = 30/55/9 \text{ mm per } C = 11.200 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

$$C_B = 9,655 \cdot P_B = 9,655 \times 3508 \text{ N} = 33.870 \text{ N} \Rightarrow d/D/B = 40/90/23 \text{ mm per } C = 41.000 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

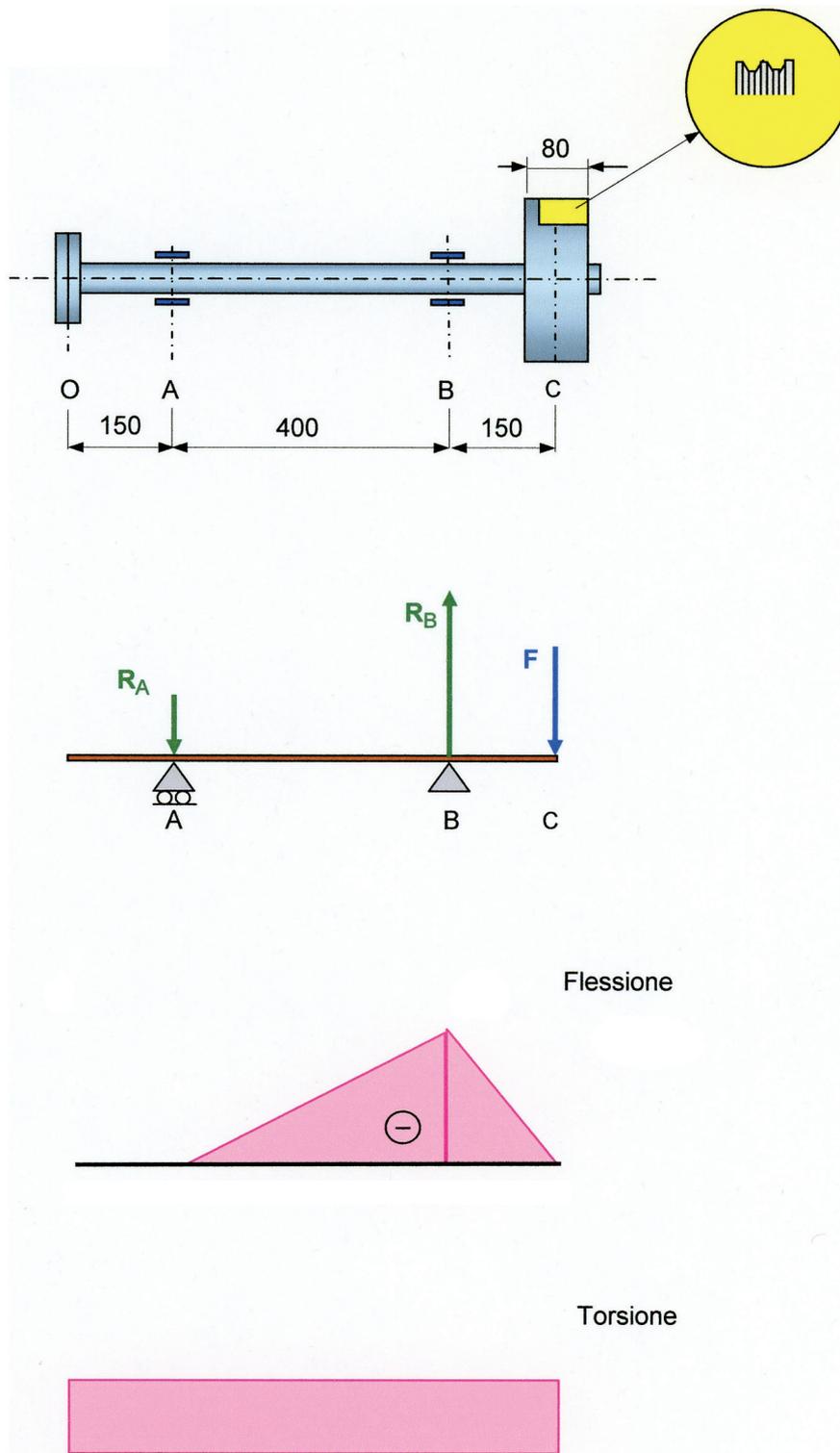


Fig. 2013-b - Carichi e reazioni vincolari con diagrammi dei momenti flettente e torcente (le lunghezze sono in millimetri).

## 2014. Verricello e molatrice

Il candidato svolga, a propria scelta, uno solo dei seguenti temi proposti:

### Tema N. 1

Un verricello con diametro del tamburo di 200 mm deve sollevare una portata di 15 kN alla velocità di regime di 0,9 m/s, da raggiungere nel tempo di 1 secondo (*Figura 2014/1-a*). Il verricello viene azionato, tramite due coppie di ruote dentate a denti dritti, da un motore a benzina a 4 tempi e 4 cilindri, il cui rendimento meccanico è 0,8.

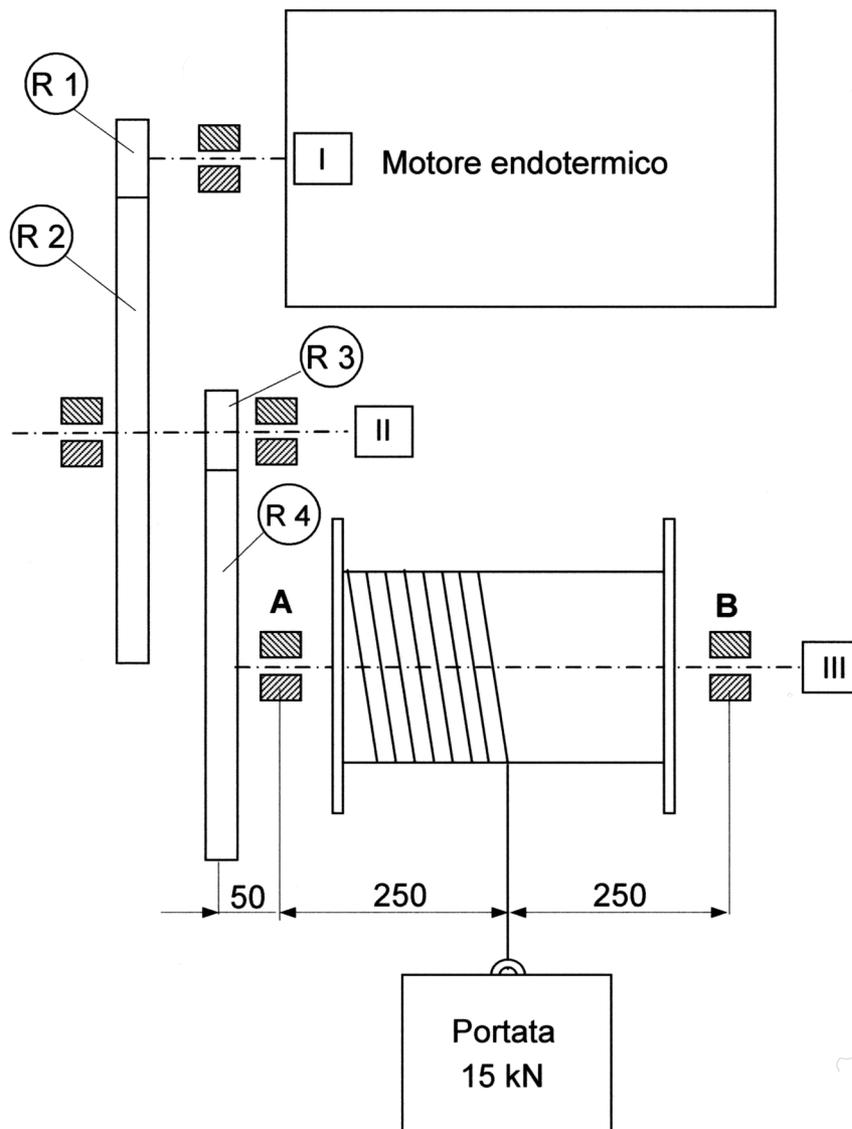


Fig. 2014/1-a - Schema della trasmissione con ruote dentate a denti diritti allegato al tema d'esame N. 1; le lunghezze sono in millimetri.

Scelti con motivato criterio i dati mancanti, determinare:

1. il numero di giri di ciascun albero e i momenti trasmessi considerando i rapporti di trasmissione  $6/1$  e  $5/1$  e un rendimento per coppia di  $0,95$ ;
2. la potenza effettiva trasmessa dal motore a combustione interna;
3. la cilindrata totale dello stesso, data una pressione media indicata di  $6$  bar.

Assumendo un numero di denti pari a  $25$  per la ruota dentata R3, calettata sull'albero di rinvio II, determinare per l'albero III su cui è posto il verricello:

1. le dimensioni del perno intermedio A e di quello di estremità B scegliendo come materiale per l'albero un acciaio da bonifica;
2. le dimensioni della sede su cui risulta calettata la ruota dentata R4 per la quale si chiede di definire il mezzo di calettamento e il sistema di fissaggio.

Il candidato determini il tipo di fune metallica necessaria al sollevamento del carico (*facoltativo*).

## Tema N. 2

Lo schema di *Figura 2014/2-a* rappresenta una smerigliatrice con due mole, azionata da un motore elettrico, tramite una trasmissione con cinghie trapezoidali.

L'albero di trasmissione delle mole è sostenuto, negli appoggi, da perni su cui sono montati due cuscinetti a sfere.

I supporti delle mole e della puleggia della trasmissione a cinghie sono calettati sull'albero tramite linguette.

Si considerino i seguenti elementi di calcolo:

- potenza del motore elettrico  $P = 2$  kW;
- numero di giri del motore elettrico:  $n_1 = 2900$  giri/min;
- numero di giri dell'albero di trasmissione:  $n_2 = 1450$  giri/min.

Nell'ipotesi di utilizzare alternativamente solo una delle due mole, il candidato, accompagnando il calcolo con considerazioni tecniche congrue e coerenti, dopo aver scelto un acciaio per l'albero e aver fissato con motivati criteri ogni altro parametro o elemento di calcolo eventualmente mancante e necessario:

- determini la tipologia delle cinghie trapezoidali della trasmissione, da effettuare con due soli elementi;
- determini il diametro dell'albero di trasmissione e della relativa linguetta in corrispondenza della puleggia;
- operi la scelta dei cuscinetti a sfere per una durata di funzionamento pari a  $10.000$  ore.

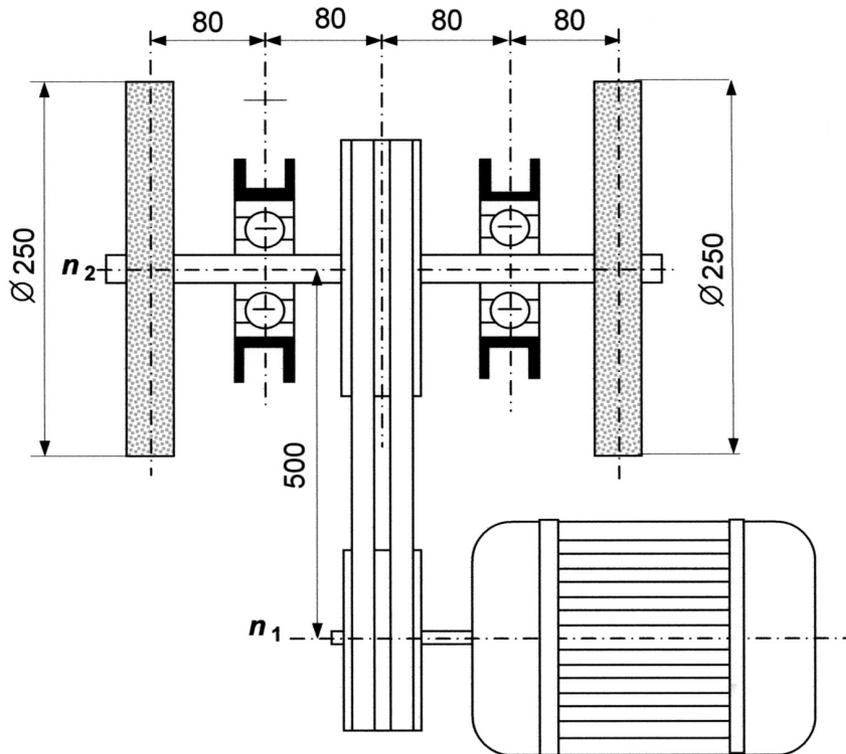


Fig. 2014/2-a - Schema della smerigliatrice con due mole azionata da un motore elettrico tramite una trasmissione a cinghie trapezoidali, allegata al tema d'esame N. 2; le dimensioni sono in millimetri.

## 1/1. Lettura dell'enunciato del Tema N. 1

Dati assegnati:

- portata del carico da sollevare  $Q = 15 \text{ kN}$ ;
- diametro del tamburo del verricello  $D = 200 \text{ mm}$ ;
- velocità di regime di sollevamento del carico  $v_{\text{sol}} = 1,35 \text{ m/s}$  nel tempo  $t = 1 \text{ s}$ ;
- rapporti di trasmissione  $i_{\text{I/II}} = 6$  e  $i_{\text{IV/III}} = 5$  delle coppie di ruote dentate con rendimenti  $\eta_{\text{I/II}} = \eta_{\text{IV/III}} = 0,95$ ;
- rendimento meccanico  $\eta_m = 0,8$  e pressione media indicata  $imep = 6 \text{ bar}$  del motore a benzina;
- numero di denti  $z = 25$  della ruota dentata R3.

Quesiti:

- a) velocità di rotazione  $n$  di ciascun albero e momenti trasmessi  $M$ ;
- b) potenza  $P_b$  del motore a combustione interna e cilindrata  $V$ ;
- c) definito il sistema di calettamento, calcolo della sede della ruota dentata R4;
- d) dimensionare i perni A e B dell'albero III su cui è posto il verricello;
- e) tipo di fune metallica necessaria al sollevamento del carico.

## 2/1. Schema dell'impianto: Figura 2014/1-a (allegata al Tema N. 1)

## 3/1. Scelta dei dati mancanti del Tema N. 1

– acciaio bonificato C 40 con (Tabella 44.1) resistenza a trazione  $R_m = 650 \div 800$  MPa e tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{amm,f} = 93$  MPa (fattore di sicurezza  $n = 7$ ).

## 4/1. Soluzione del Tema N. 1

a) In base alla velocità di sollevamento  $v_{soll} = 0,9$  m/s e ai rapporti di trasmissione  $i_{I/II} = 6$  e  $i_{II/III} = 5$  assegnati, calcoliamo prima le velocità angolari  $\omega$  e quindi le corrispondenti velocità di rotazione  $n$ . Successivamente, dopo aver determinato il carico  $F$  applicato al verricello tenendo conto della portata  $Q$  e della relativa forza di inerzia  $F_{in}$ , si calcolano i momenti  $M$  trasmessi attraverso i tre alberi.

$$\mathbf{6-13:} \quad v = \omega R = \omega_{III} \frac{D}{2} \Rightarrow \omega_{III} = \frac{2v_{soll}}{D} = \frac{2 \times 0,9 \text{ m/s}}{0,2 \text{ m}} = 9,00 \text{ rad/s}$$

$$\mathbf{25-4:} \quad i_{I/III} = \frac{\omega_I}{\omega_{III}} = \frac{\omega_I}{\omega_{II}} \frac{\omega_{II}}{\omega_{III}} = 6 \times 5 = 30 \Rightarrow \omega_I = \omega_{III} \times 30 = 9 \text{ rad/s} \times 30 = 270 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow i_{II/III} = \frac{\omega_{II}}{\omega_{III}} = 5 \Rightarrow \omega_{II} = \omega_{III} \times 5 = 9 \text{ rad/s} \times 5 = 45 \text{ rad/s}$$

$$\mathbf{6-11:} \quad \omega = 2\pi n \Rightarrow n = \frac{\omega}{2\pi} \left[ \frac{\text{giri}}{\text{s}} \right] \quad \text{oppure} \quad n \left[ \frac{\text{giri}}{\text{min}} \right] = n \left[ \frac{\text{giri}}{\text{s}} \right] \times 60 \left[ \frac{\text{s}}{\text{min}} \right]$$

$$n_I = \frac{270 \text{ rad/s}}{2 \times \pi} = 43 \frac{\text{giri}}{\text{s}} = 2580 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \quad n_{II} = \frac{45 \text{ rad/s}}{2 \times \pi} = 7,16 \frac{\text{giri}}{\text{s}} = 430 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \quad \blacktriangleleft$$

$$n_{III} = \frac{9 \text{ rad/s}}{2 \times \pi} = 1,43 \frac{\text{giri}}{\text{s}} = 86 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{6-2:} \quad a = \frac{v}{t} = \frac{0,9 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 0,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\mathbf{49-7:} \quad F_{in} = \frac{Q}{g} a = \frac{15.000 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} 0,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1376 \text{ N}; \quad F = Q + F_{in} = 15.000 \text{ N} + 1376 \text{ N} = 16.376 \text{ N}$$

$$\mathbf{7-10:} \quad P_{soll} = Fv = 16.376 \text{ N} \times 0,9 \text{ m/s} = 14.738,4 \text{ W}$$

$$\mathbf{7-10':} \quad P_{soll} = M\omega \Rightarrow M_{III} = \frac{P_{soll}}{\omega_{III}} = \frac{14.738,4 \text{ W}}{9 \text{ rad/s}} = 1637,6 \text{ N}\cdot\text{m} \approx 1638 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

$$25-35: M_{III} = \eta_{III} M_{II} \frac{\omega_{II}}{\omega_{III}} \Rightarrow M_{II} = \frac{1}{\eta_{III}} M_{III} \frac{\omega_{III}}{\omega_{II}} = \frac{1}{0,95} \times 1638 \text{ N}\cdot\text{m} \times \frac{9 \text{ rad/s}}{45 \text{ rad/s}} = 344,8 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

$$M_{II} = \eta_{II} M_I \frac{\omega_I}{\omega_{II}} \Rightarrow M_I = \frac{1}{\eta_{II}} M_{II} \frac{\omega_{II}}{\omega_I} = \frac{1}{0,95} \times 344,8 \text{ N}\cdot\text{m} \times \frac{45 \text{ rad/s}}{270 \text{ rad/s}} = 60,5 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Dalla potenza utile  $P_b$  del motore a benzina si passa prima, mediante il rendimento meccanico  $\eta_m = 0,8$ , alla potenza indicata  $P_i$  e quindi, essendo assegnata la pressione media indicata  $imep = 6 \text{ bar} = 0,6 \text{ MPa}$  e preso  $K = 2$  poiché si tratta di un motore a 4 tempi, alla cilindrata  $V$ .

$$41-8: P_b = M_I \omega_I = 60,5 \text{ N}\cdot\text{m} \times 270 \text{ rad/s} = 16.335 \text{ W} = 16,3 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

$$41-16: \eta_m = \frac{P_b}{P_i} \Rightarrow P_i = \frac{P_b}{\eta_m} = \frac{16.335 \text{ W}}{0,8} = 20.419 \text{ W} = 20,4 \text{ kW}$$

$$41-15': P_i = imep \cdot V \frac{n}{K} \Rightarrow V = P_i \frac{1}{imep} \frac{K}{n} = 20,4 \text{ kW} \frac{1}{0,6 \text{ MPa}} \frac{2}{43 \text{ giri/s}} = 1,58 \text{ dm}^3 \quad \blacktriangleleft$$

- c) Prima del calcolo dei perni, definiamo il diametro  $d$  dell'albero III. Il materiale scelto per l'albero è un acciaio da bonifica C 40 di cui consideriamo una tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{amm,f} = 93 \text{ MPa}$ . Dopo aver convertito la tensione normale in una tensione tangenziale e tenuto conto del momento torcente  $M_t$  di  $1638 \text{ N}\cdot\text{m}$  applicato all'albero III, si calcola il diametro dell'albero a torsione che dovrà essere aumentato per tener conto della profondità  $t_1$  della sede della linguetta. In corrispondenza dell'intervallo di valori del diametro di  $50 \div 58 \text{ mm}$  si trova  $t_1 = 6 \text{ mm}$  (Tabella 44.2) per cui il diametro maggiorato, una volta arrotondato all'unità, risulta pari a  $60 \text{ mm}$ .

$$19-15: \tau_{amm,f} = \frac{\sigma_{amm,f}}{\sqrt{3}} = 0,577 \cdot \sigma_{amm,f} = 0,577 \times 93 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 54 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$44-2: d = \left( \frac{16 M_t}{\pi \tau_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{16 \times 1.638.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 54 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 53,6 \text{ mm} \Rightarrow 60 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- d) I carichi che agiscono sull'albero III del verricello sono rappresentati dal carico da sollevare  $F = 16.376 \text{ N}$  e dalla spinta esercitata dal pignone R3 che va determinata calcolando il diametro  $d$  della coppia di ruote dentate R3/R4. Nella risposta a) avevamo calcolato la coppia di momento  $M_{II} = 344,8 \text{ N}\cdot\text{m}$  trasmessa dall'albero di rinvio II, momento da considerare per il dimensionamento delle ruote dentate. È stato inoltre assegnato il numero di denti  $z = 25$  del pignone R3, valore insolitamente alto (la Tabella 25.1, per il rapporto  $i_{II/III} = 5$ , dà un numero minimo di denti  $z_{\min}$  uguale a 16) che richiede di assumere una costante di proporzionalità  $\lambda$  (rapporto tra larghezza dentatura  $b$  e modulo  $m$ ) pari a 16, valore massimo della Scheda 25.1, per poter tenere basso il valore del modulo  $m$  (si vedano i commenti del Tema 2008) e limitare così il diametro della ruota R4; di conseguenza prenderemo l'acciaio bonificato C 50, al posto del C 40 che avevamo utilizzato per l'albero, per superare, come vedremo più avanti, la verifica all'usura.

Nel valutare il modulo  $m$  con la formula di Lewis, teniamo conto di:

- una tensione ammissibile  $\sigma_{amm} = 180 \text{ N/mm}^2$  dell'acciaio C 50 (*Tabella 25.4*);
- un fattore di forma  $Y = 0,341$ , interpolazione dei valori della *Tabella 25.2* in corrispondenza di un numero di denti  $z = 25$ ;
- un coefficiente dinamico  $K_v$  calcolato<sup>1992.1</sup> assumendo, come primo tentativo,  $v = 2 \text{ m/s}$  quale valore della velocità periferica del pignone R3.

$$\text{Tabella 25.3: } K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 2 \text{ m/s}}{3,05} = 1,66$$

$$\text{25-29: } m = \sqrt[3]{\frac{2K_v M}{\lambda Y z \sigma_{amm}}} = \left( \frac{2 \times 1,66 \times 344.800 \text{ N} \cdot \text{mm}}{16 \times 0,341 \times 25 \times 180 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \right)^{1/3} = 3,599 \text{ mm} \Rightarrow m = 4 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Il valore della velocità periferica di 2,25 m/s, calcolato sotto, non è significativamente diverso dal valore assunto come primo tentativo di  $v = 2 \text{ m/s}$  e quindi si mantiene un modulo  $m = 4 \text{ mm}$ , valore normalizzato riportato nella *Scheda 25.1*.

$$\text{25-2: } d_3 = mz = 4 \text{ mm} \times 25 = 100 \text{ mm} \Rightarrow r_3 = \frac{d_3}{2} = \frac{100 \text{ mm}}{2} = 50 \text{ mm}$$

$$\text{6-11: } v_3 = \omega_{II} r_3 = 45 \text{ rad/s} \times 0,05 \text{ m} = 2,25 \text{ m/s}$$

Calcoliamo adesso il raggio  $r$  e il numero di denti  $z$  della ruota 4, e, con il valore del modulo trovato, la larghezza della dentatura  $b$  e quindi si procede alla verifica all'usura:

$$\text{25-4: } i_{II/III} = \frac{r_4}{r_3} = \frac{z_4}{z_3} = 5 \Rightarrow r_4 = 5r_3 = 5 \times 50 \text{ mm} = 250 \text{ mm}; \quad z_4 = 5z_3 = 5 \times 25 = 125 \text{ denti}$$

$$\text{Scheda 25.1: } b = \lambda m = 16 \times 4 \text{ mm} = 64 \text{ mm}$$

*Tabella 25.5:*  $K' = 477 \sqrt{\text{N/mm}^2}$  per l'accoppiamento acciaio-acciaio

$$\text{25-30: } \sigma_c = K' \sqrt{\frac{2M_{II}}{bd_3^2} \left(1 + \frac{z_3}{z_4}\right)} = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \sqrt{\frac{2 \times 344.800 \text{ N} \cdot \text{mm}}{64 \text{ mm} \times (100 \text{ mm})^2} \left(1 + \frac{25}{125}\right)}} = 542 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Riteniamo positiva la verifica a usura poiché la pressione di compressione superficiale  $\sigma_c = 542 \text{ MPa}$  rientra nel campo di variazione della pressione ammissibile dell'acciaio C 50  $p_{amm} = 540 \div 560 \text{ MPa}$  (*Tabella 25.4*).

Il pignone dell'ingranaggio cilindrico a denti dritti di diametro  $d_3 = 100 \text{ mm}$  trasmette il momento  $M_{II} = 344,8 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Calcoliamo le due componenti tangenziale  $F_t$  e radiale  $F_r$ , della spinta che agisce normalmente alla superficie dei denti nel punto di contatto, considerando l'angolo di pressione normale  $\phi = 20^\circ$  (*Scheda 25.1*).

$$25-8: M = F_t r \Rightarrow F_{t3} = \frac{M_{II}}{d_3/2} = \frac{344.800 \text{ N}\cdot\text{mm}}{(100 \text{ mm})/2} = 6896 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

$$25-7: F_{r3} = F_{t3} \tan \phi = 6896 \text{ N} \times \tan 20^\circ = 2510 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

I carichi, ai quali è soggetto l'albero III del verricello (*Figura 2014/1-b*), agiscono sia sul piano verticale  $x-y$  con la forza radiale del pignone nel punto C ( $F_{r3} = 2510 \text{ N} \downarrow$ ) e del carico da sollevare nel punto D ( $F = 16.376 \text{ N} \downarrow$ ) sia sul piano orizzontale  $x-z$  con la forza tangenziale del pignone ancora applicata in C ( $F_{t3} = 6896 \text{ N} \downarrow$ ). Gli appoggi dell'albero III danno luogo alle reazioni  $R_{Ay}$  ed  $R_{By}$  sul piano verticale e alle reazioni  $R_{Az}$  ed  $R_{Bz}$  sul piano orizzontale. Scriviamo le equazioni di equilibrio 4-1 nei due piani, prima quello verticale  $x-y$  e poi quello orizzontale  $x-z$ ; le reazioni dirette secondo l'asse  $z$  sono quelle di una trave appoggiata con il carico a sbalzo (*Appendice B.2-10*):

$$\text{Piano } x-y: \curvearrowright \Sigma M_A = 0 \Rightarrow +F_{r3} \cdot AC - F \cdot AD + R_{By} \cdot AB =$$

$$= +2610 \text{ N} \times 0,05 \text{ m} - 16.376 \text{ N} \times 0,25 \text{ m} + R_{By} \times (0,25 + 0,25) \text{ m} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{By} = \frac{-130,5 \text{ N}\cdot\text{m} + 4094 \text{ N}\cdot\text{m}}{0,5 \text{ m}} = +7927 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_{By} = 7927 \text{ N} \uparrow$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow -F_{r3} + R_{Ay} - F + R_{By} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{Ay} = +F_{r3} + F - R_{By} = 2610 \text{ N} + 16.376 \text{ N} - 7927 \text{ N} = +11.059 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_{Ay} = 11.059 \text{ N} \uparrow$$

$$\text{Piano } x-z: R_{Az} = \frac{F_{t3}}{l} (l + a) = \frac{6896 \text{ N}}{0,5 \text{ m}} (0,5 + 0,05) \text{ m} = 7585,6 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_{Az} = 7585,6 \text{ N} \uparrow$$

$$R_{Bz} = F_{t3} \frac{a}{l} = 6896 \text{ N} \times \frac{0,05 \text{ m}}{0,5 \text{ m}} = 689,6 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_{Bz} = 689,6 \text{ N} \downarrow$$

Il progetto del perno intermedio A richiede il calcolo del momento flettente ideale che agisce in corrispondenza del supporto A mentre il progetto del perno di estremità B richiede il calcolo della forza agente sul perno in direzione radiale, somma vettoriale delle forze agenti su più piani ottenuta componendo le due reazioni verticale e orizzontale in B. Tenendo conto delle forze sul piano verticale  $x-y$  e di quelle sul piano orizzontale  $x-z$ , calcoliamo allora (si veda il *Tema 2006*) il momento flettente ideale  $M_{f,id,A}$  che agisce sul supporto A e la forza  $F_B$  che agisce sul supporto B. Nel calcolo del perno B si è utilizzato un rapporto  $l/d = 1,2$  (*Tabella 44.3*). I diametri dei due perni vengono poi portati ai valori previsti dalla serie dei numeri normali (*Appendice C.1*).

$$M_{f,vert,A} = -F_{r3} \cdot AC = -(2610 \text{ N} \times 0,05 \text{ m}) = -130,5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{f,orizz,A} = -F_{t3} \cdot AC = -(6896 \text{ N} \times 0,05 \text{ m}) = -344,8 \text{ N}\cdot\text{m}$$

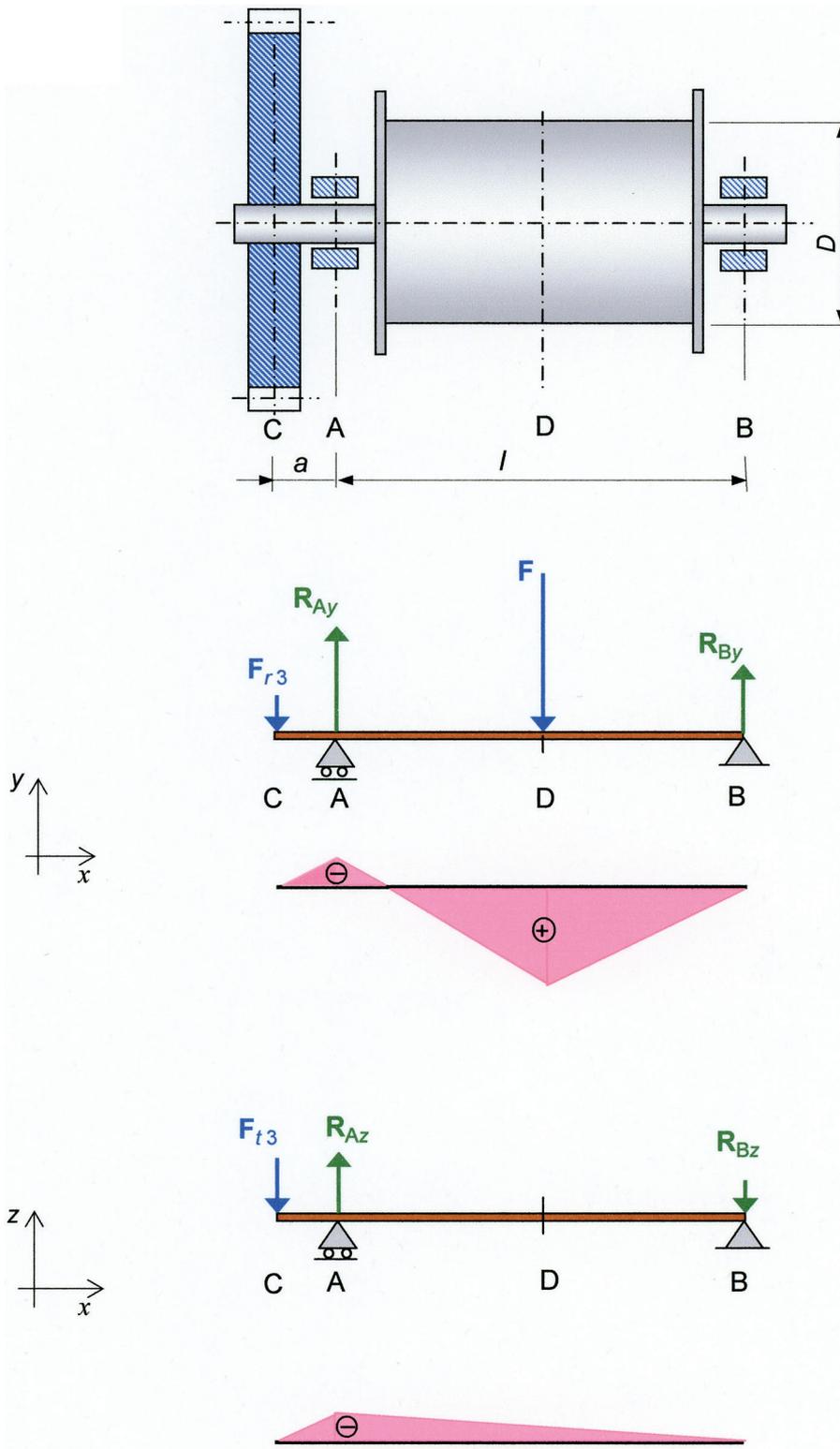


Fig. 2014/1-b - Carichi e reazioni vincolari con il diagramma del momento flettente sull'albero III su cui è calettato il verricello.

$$M_{f,A} = \sqrt{M_{f,vert,A}^2 + M_{f,orizz,A}^2} = \sqrt{(-130,5 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + (-344,8 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 368,7 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$21-5: M_{f,id,A} = \sqrt{M_{f,A}^2 + \frac{3}{4} M_{t,A}^2} = \sqrt{(368,7 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (1638 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 1466 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$F_B = \sqrt{R_{vert,B}^2 + R_{orizz,B}^2} = \sqrt{(7927 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + (-789,6 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 7966,2 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$44-3: d_A = \left( \frac{32 \cdot M_{f,id,A}}{\pi \cdot \sigma_{amm,f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 1.466.000 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 93 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 54,3 \text{ mm} \Rightarrow d_A = 56 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$44-7: d_B = \sqrt{\frac{5F_B}{\sigma_{amm,f}} \left( \frac{l_B}{d_B} \right)} = \sqrt{\frac{5 \times 7966,2 \text{ N}}{93 \text{ N/mm}^2} \times 1,2} = 22,7 \text{ mm} \Rightarrow d_B = 25 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

- e) Preso come riferimento la portata  $Q = 15 \text{ kN}$  del verricello, la fune metallica deve essere in grado di verificare un carico di rottura minimo  $F_r$  (Paragrafo 49.2) tale per cui il fattore di sicurezza, rapporto tra carico di rottura e carico massimo, sia  $n = F_r/F \geq 6$  (è il valore da utilizzare nel caso di sollevamento di materiali); il carico di rottura minimo dovrà essere allora (26-25)  $F_r \geq 6F = 6 \times 15 \text{ kN} = 90 \text{ kN}$ . Il diametro  $D$  del tamburo del verricello deve poi assumere (26-22) il valore maggiore tra i due rapporti  $D/d_w \geq 300$  ( $d_w$  è il diametro dei fili esterni che compongono la fune) e  $D/d \geq 25$  ( $d$  è il diametro della fune). Nel nostro caso è invece assegnato il diametro del tamburo  $D = 200 \text{ mm}$  e quindi occorre trovare una fune metallica tale per cui il diametro dei fili esterni  $d_w$  e quello della fune  $d$  verifichi le seguenti disuguaglianze:

$$d_w \leq \frac{200 \text{ mm}}{300} = 0,667 \text{ mm} \quad d \leq \frac{200 \text{ mm}}{25} = 8 \text{ mm}$$

Consultando i cataloghi delle funi con anima metallica dei diversi costruttori, si constata che, anche assumendo la classe di resistenza più alta delle quattro classi di resistenza del materiale  $R_0$  con le quali vengono di solito realizzati i fili (1570, 1770, 1960 e 2160  $\text{N/mm}^2$ ), si riesce a soddisfare, nel caso di un carico di rottura minimo  $F_r = 90 \text{ kN}$ , la disuguaglianza sul diametro dei fili esterni  $d_w$  ma non quella sul diametro della fune  $d$  che, nei cataloghi, risulta  $10 \div 11 \text{ mm}$  e quindi maggiore del limite di  $8 \text{ mm}$  riportato sopra. Bisognerebbe allora modificare il diametro del tamburo del verricello portandolo ad almeno  $250 \text{ mm}$  contro i  $200 \text{ mm}$  assegnati.

## 1/2. Lettura dell'enunciato del Tema N. 2

Dati assegnati:

- potenza del motore elettrico  $P = 2 \text{ kW}$ ;
- velocità di rotazione dell'albero su cui è calettata la puleggia motrice  $n_d = 2900 \text{ giri/min}$  e della puleggia condotta  $n_D = 1450 \text{ giri/min}$  (in Figura 2014/2-a indicate rispettivamente con  $n_1$  ed  $n_2$ );
- durata dei cuscinetti a sfera pari a  $10.000 \text{ ore}$ .

Quesiti:

- proporzionare le cinghie trapezoidali;
- dimensionare l'albero di trasmissione e la linguetta di calettamento in corrispondenza della puleggia;
- definire i cuscinetti a sfere dei supporti per una durata di 10.000 ore.

**2/2. Schema dell'impianto:** *Figura 2014/2-a* (allegata al Tema N. 2)

### 3/2. Scelta dei dati mancanti del Tema N. 2

– acciaio bonificato C 40 con (*Tabella 44.1*) resistenza a trazione  $R_m = 650 \div 800$  MPa e tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{amm,f} = 93$  MPa (fattore di sicurezza  $n = 7$ ).

### 4/2. Soluzione del Tema N. 2

a) Si calcola la potenza di progetto o potenza corretta  $P_{prog}$  in cui poniamo il fattore di servizio  $K_S = 1,1$  (*Tabella 26.2* per un funzionamento  $\leq 10$  ore giornaliere) e il coefficiente di sicurezza  $n_{prog} = 1$ , dato che va precisato dal progettista e che qui non è stato assegnato. I valori della potenza di progetto (2,2 kW) e della velocità di rotazione  $n$  (1450 giri/min) cadono nella zona ricoperta dalla sezione delle cinghie trapezoidali di tipo A (*Figura 26.12*). Scelto il diametro della puleggia motrice  $d = 90$  mm (valori unificati della *Tabella 26.4*), si calcola la velocità periferica che, con  $v = 13,7$  m/s, si situa nella media dei valori consigliati (6 ÷ 30 m/s). Tenuto conto del rapporto di trasmissione  $i = 2$ , si determina il diametro  $D$  della puleggia condotta e poi si calcolano l'interasse  $C$ , il valore iniziale e quindi quello effettivo della lunghezza  $L$ , e i coefficienti  $C_e$  e  $C_\theta$  che permettono la determinazione del diametro equivalente.

$$26-13: P_{prog} = P_{nom} K_S n_{prog} = 2 \text{ kW} \times 1,1 \times 1 = 2,2 \text{ kW}$$

$$6-13: v = \frac{\pi d n_1 [\text{giri/min}]}{60 \text{ s/min}} = \frac{\pi \times 0,09 \text{ m} \times 2900 \text{ giri/min}}{60 \text{ s/min}} = 13,7 \text{ m/s}$$

$$26-12: i = \frac{n_d}{n_D} = \frac{2900 \text{ giri/min}}{1450 \text{ giri/min}} = 2 = \frac{D}{d} \Rightarrow D = id = 2 \times 90 \text{ mm} = 180 \text{ mm}$$

$$26-17: C \cong \frac{D+d}{2} + d = \frac{180 \text{ mm} + 90 \text{ mm}}{2} + 90 \text{ mm} = 225 \text{ mm}$$

$$26-2: L = 2C + \frac{\pi(D+d)}{2} + \frac{(D-d)^2}{4C} = 2 \times 225 \text{ mm} + \frac{\pi \times 270 \text{ mm}}{2} + \frac{(90 \text{ mm})^2}{4 \times 225 \text{ mm}} = 883 \text{ mm}$$

*Tabella 26.7* (lunghezza commerciale): 900 mm

$$26-3: C_{eff} = \frac{1}{4} \left\{ \left[ L - \frac{\pi}{2}(D+d) \right] + \sqrt{\left[ L - \frac{\pi}{2}(D+d) \right]^2 - 2(D-d)^2} \right\} =$$

$$= \frac{1}{4} \left\{ \left[ 900 \text{ mm} - \frac{\pi}{2} \times 270 \text{ mm} \right] + \sqrt{\left[ 900 \text{ mm} - \frac{\pi}{2} \times 270 \text{ mm} \right]^2 - 2 \times (90 \text{ mm})^2} \right\} = 232,5 \text{ mm}$$

$$\mathbf{26-1:} \quad \phi = \arcsin \frac{D-d}{2C} = \arcsin \frac{180 \text{ mm} - 90 \text{ mm}}{2 \times 232,5 \text{ mm}} = 11,2^\circ$$

$$\mathbf{26-1', Figura 26.7:} \quad \theta_d = 180^\circ - 2\phi = 180^\circ - 2 \times 11,2^\circ = 157,6^\circ \Rightarrow C_\theta = 0,94$$

*Figura 26.13* (sulla retta della sezione A per  $L = 900 \text{ mm}$ ):  $C_e = 0,89$

*Tabella 26.5* (per  $D/d = 2$ ):  $C_b = 1,12$

$$\mathbf{26-18}$$
 (calcolo del diametro equivalente):  $d_e = C_b d = 1,12 \times 90 \text{ mm} = 100,8 \text{ mm}$

Calcolata la potenza di riferimento  $P_1$  trasmissibile dalla singola cinghia (*Tabella 26.6* oppure dal manuale), vengono determinati potenza effettiva e numero delle cinghie  $z$ , il cui valore risulta in accordo con quanto richiesto dal Tema.

$$P_1 = \left[ \left( 0,61 \cdot v^{-0,09} - \frac{26,68}{d_e} - 1,04 \times 10^{-4} \cdot v^2 \right) v \right] \cdot 0,7355 =$$

$$= \left[ \left( 0,61 \times \left( 13,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^{-0,09} - \frac{26,68}{100,8 \text{ mm}} - 1,04 \times 10^{-4} \cdot \left( 13,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) \times 13,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cdot 0,7355 = 1,993 \text{ kW}$$

$$\mathbf{26-19:} \quad P_{\text{eff}} = P_1 C_e C_\theta = 1,993 \text{ kW} \times 0,89 \times 0,94 = 1,667 \text{ kW}$$

$$\mathbf{26-20:} \quad z = \frac{P_{\text{prog}}}{P_{\text{eff}}} = \frac{2,2 \text{ kW}}{1,667 \text{ kW}} = 1,32 \Rightarrow z = 2 \text{ cinghie} \quad \blacktriangleleft$$

Assunto un coefficiente di attrito effettivo<sup>1991.2</sup> della trasmissione a cinghia trapezoidale  $\mu' = 0,5$ , le due tensioni  $T_1$  e  $T_2$ , rispettivamente sul tratto teso e sul tratto lasco della cinghia, possono essere calcolate con le relazioni fondamentali **26-10** e **26-16**. Si ricorda che l'angolo di avvolgimento  $\theta$ , che figura in quest'ultima equazione come esponente di  $e$ , va convertito (*Tabella I*) in radianti ( $\theta_d = 157,6^\circ \times 0,0175 \text{ rad/}1^\circ = 2,8 \text{ rad}$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l} P = (T_1 - T_2)v \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{P_{\text{prog}}}{v} = \frac{2200 \text{ W}}{13,7 \text{ m/s}} = 160,6 \text{ N} \\ \frac{T_1}{T_2} = e^{0,5\theta} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = e^{0,5 \times 2,8 \text{ rad}} = 4,0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T_1 - T_2 = 160,6 \\ \frac{T_1}{T_2} = 4 \end{array} \right.$$

$$T_1 - T_2 = 160,6 \Rightarrow T_1 = 160,6 + T_2 \Rightarrow 4T_2 = 160,6 + T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{160,6}{3} = 53,5 \text{ N}$$

$$T_1 = 160,6 + T_2 = 160,6 + 53,5 = 214,1 \text{ N}$$

Trascurando il peso proprio della puleggia, la forza risultante  $F$  delle due tensioni  $T_1 = 214,1 \text{ N}$  e  $T_2 = 53,5 \text{ N}$  è<sup>1991.4</sup>:

$$26-7'': F \cong T_1 + T_2 = 214,1 \text{ N} + 53,5 \text{ N} = 267,6 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

b) Trascurando il taglio, calcoliamo il diametro dell'albero di trasmissione soggetto a sollecitazioni di torsione e flessione. Il momento torcente  $M_t$  è dato da:

$$20-12: M_t = 9,55 \frac{P}{n} = 9,55 \times \frac{2.000 \text{ W}}{1450 \text{ giri/min}} = 13,172 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

oppure (6-11, 7-10'):

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times \pi \times 1450 \frac{\text{giri}}{\text{min}}}{60 \text{ s/min}} = 151,84 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad P = M_t \omega \Rightarrow M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{2.000 \text{ W}}{151,84 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 13,172 \text{ N}\cdot\text{m}$$

I momenti flettenti vengono determinati sulla base dei carichi agenti sull'albero di trasmissione nei piani verticale  $x-y$  e orizzontale  $x-z$  e le relative reazioni vincolari che vengono calcolate con le equazioni di equilibrio 4-1. I carichi sono la forza risultante  $F_{\text{tiro}} = 267,6 \text{ N} \downarrow$  dei due tiri sulla cinghia che agisce nel piano  $x-y$  e la forza  $F_{\text{mola}}$  che l'utilizzatore esercita sulla mola con due componenti: la forza tangenziale  $F_{\text{mola},t}$  che agisce, come il tiro della cinghia, sul piano  $x-y$  e la forza radiale  $F_{\text{mola},r}$ , dovuta alla spinta dell'utilizzatore sulla mola, che agisce perpendicolarmente e quindi sul piano  $x-z$  (Figura 2014/2-b). La forza tangenziale fa equilibrio alla coppia prodotta dal motore elettrico e vale  $F_{\text{mola},t} = M_t / r_{\text{mola}} = 13,172 \text{ N}\cdot\text{m} / 0,125 \text{ m} = 105,4 \text{ N}$  ( $F_{\text{mola},t} = 105,4 \text{ N} \uparrow$ ), essendo assegnato il raggio della mola  $r_{\text{mola}} = 125 \text{ mm}$ ; assunto un coefficiente di attrito  $\mu = 0,3$ , la forza radiale è (9-1)  $F_{\text{mola},r} = F_{\text{mola},t} / \mu = 105,4 \text{ N} / 0,3 = 351,3 \text{ N}$  ( $F_{\text{mola},r} = 351,3 \text{ N} \uparrow$ ).

$$\begin{aligned} \text{Piano } x-y: \quad \curvearrowright \Sigma M_A = 0 &\Rightarrow -F_{\text{tiro}} \cdot AC - R_{By} \cdot AB + F_{\text{mola},t} \cdot AD = 0 \Rightarrow R_{By} = \\ &= \frac{-F_{\text{tiro}} \cdot AC + F_{\text{mola},t} \cdot AD}{AB} = \frac{-267,6 \text{ N} \times 0,08 \text{ m} + 105,4 \text{ N} \times 0,24 \text{ m}}{0,16 \text{ m}} = +24,3 \text{ N} \Rightarrow \mathbf{R}_{By} = 24,3 \text{ N} \downarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \uparrow \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow +R_{Ay} - F_{\text{tiro}} - R_{By} + F_{\text{mola},t} = 0 \Rightarrow R_{Ay} = F_{\text{tiro}} + R_{By} - F_{\text{mola},t} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{Ay} &= 267,6 \text{ N} + 24,3 \text{ N} - 105,4 \text{ N} = +186,5 \text{ N} \quad \mathbf{R}_{Ay} = 186,5 \text{ N} \uparrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Piano } x-z: \quad \curvearrowright \Sigma M_A = 0 &\Rightarrow -R_{Bz} \cdot AB + F_{\text{mola},r} \cdot AD = 0 \Rightarrow R_{Bz} = \frac{F_{\text{mola},r} \cdot AD}{AB} = \\ &= \frac{351,3 \text{ N} \times 0,24 \text{ m}}{0,16 \text{ m}} = +526,9 \text{ N} \quad \mathbf{R}_{Bz} = 526,9 \text{ N} \downarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \uparrow \Sigma F_z = 0 &\Rightarrow +R_{Az} - R_{Bz} + F_{\text{mola},r} = 0 \Rightarrow R_{Az} = R_{Bz} - F_{\text{mola},r} \Rightarrow \\ \Rightarrow R_{Az} &= 526,9 \text{ N} - 351,3 \text{ N} = +175,6 \text{ N} \quad \mathbf{R}_{Az} = 175,6 \text{ N} \uparrow \end{aligned}$$

Il momento flettente raggiunge il valore massimo nel punto C, dove è applicata la puleggia condotta (*Figura 2014/2-b*). Dopo aver calcolato le due componenti verticale e orizzontale del momento flettente, determiniamo il diametro dell'albero di trasmissione  $d_{\text{alb}}$  a flessione torsione e della relativa linguetta, utilizzando l'acciaio C 40 scelto all'inizio con tensione ammissibile a fatica  $\sigma_{\text{amm},f} = 93 \text{ MPa}$ . Al valore del diametro minimo di 13,7 mm dell'albero va aggiunta la profondità di cava  $t_1 = 3,0 \text{ mm}$  per la presenza della linguetta  $b \times h = 6 \times 6$  di calettamento della puleggia corrispondente a un intervallo di diametro 12 ÷ 17 mm (*Tabella 44.2*); il valore del diametro di 16,7 mm viene poi portato a 18 mm secondo la serie R20 dei numeri normali (*Appendice C.1*).

$$M_{f,\text{vert},C} = +R_{Ay} \cdot AC = 186,5 \text{ N} \times 0,08 \text{ m} = +14,9 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{f,\text{orizz},C} = +R_{Az} \cdot AC = 175,6 \text{ N} \times 0,08 \text{ m} = +14,0 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{f,C} = \sqrt{M_{f,\text{vert},C}^2 + M_{f,\text{orizz},C}^2} = \sqrt{(14,9 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + (14,0 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 20,4 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\mathbf{21-5:} \quad M_{f,\text{id},C} = \sqrt{M_{f,C}^2 + \frac{3}{4}M_{t,C}^2} = \sqrt{(20,4 \text{ N}\cdot\text{m})^2 + 0,75 \times (13,172 \text{ N}\cdot\text{m})^2} = 23,4 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\mathbf{44-3:} \quad d_{\text{alb}} = \left( \frac{32 \cdot M_{f,\text{id},C}}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm},f}} \right)^{1/3} = \left( \frac{32 \times 23.400 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 93 \text{ N/mm}^2} \right)^{1/3} = 13,7 \text{ mm} \Rightarrow d_{\text{alb}} = 18 \text{ mm} \blacktriangleleft$$

- c) Il calcolo della durata a fatica in ore di funzionamento  $L_h$  dei cuscinetti è funzione del coefficiente di carico dinamico  $C$ , del carico dinamico equivalente  $P$  e della velocità di rotazione  $n$  in giri/min. Il carico dinamico equivalente  $P$  sul cuscinetto a sfere tiene conto del carico radiale relativo alla reazione maggiore  $R_{Bz} = 526,9 \text{ N}$ . Sul manuale oppure dal catalogo SKF si scelgono le dimensioni del cuscinetto che ha un carico dinamico equivalente  $P$  prossimo a quello calcolato tenendo presente il diametro minimo dell'albero  $d_{\text{alb}} = 18 \text{ mm}$  che avevamo determinato sopra.

$$\mathbf{44-14:} \quad L_h = \frac{10^6}{n \cdot 60} \left( \frac{C}{P} \right)^p \quad \text{con } p = 3 \text{ per i cuscinetti a sfere e } p = 10/3 \text{ per quelli a rulli}$$

$$L_h = \frac{10^6}{n \cdot 60} \left( \frac{C}{P} \right)^p \Rightarrow C = \left( \frac{L_h \cdot n \cdot 60}{10^6} \right)^{\frac{1}{p}} P =$$

$$= \left( \frac{10.000 \text{ h} \times 1450 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times 60}{10^6} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot P = 9,546 \cdot P$$

$$C = 9,546 \cdot P = 9,546 \times 526,9 \text{ N} = 5030 \text{ N} \Rightarrow d/D/B = 20/42/8 \text{ mm per } C = 6890 \text{ N} \blacktriangleleft$$

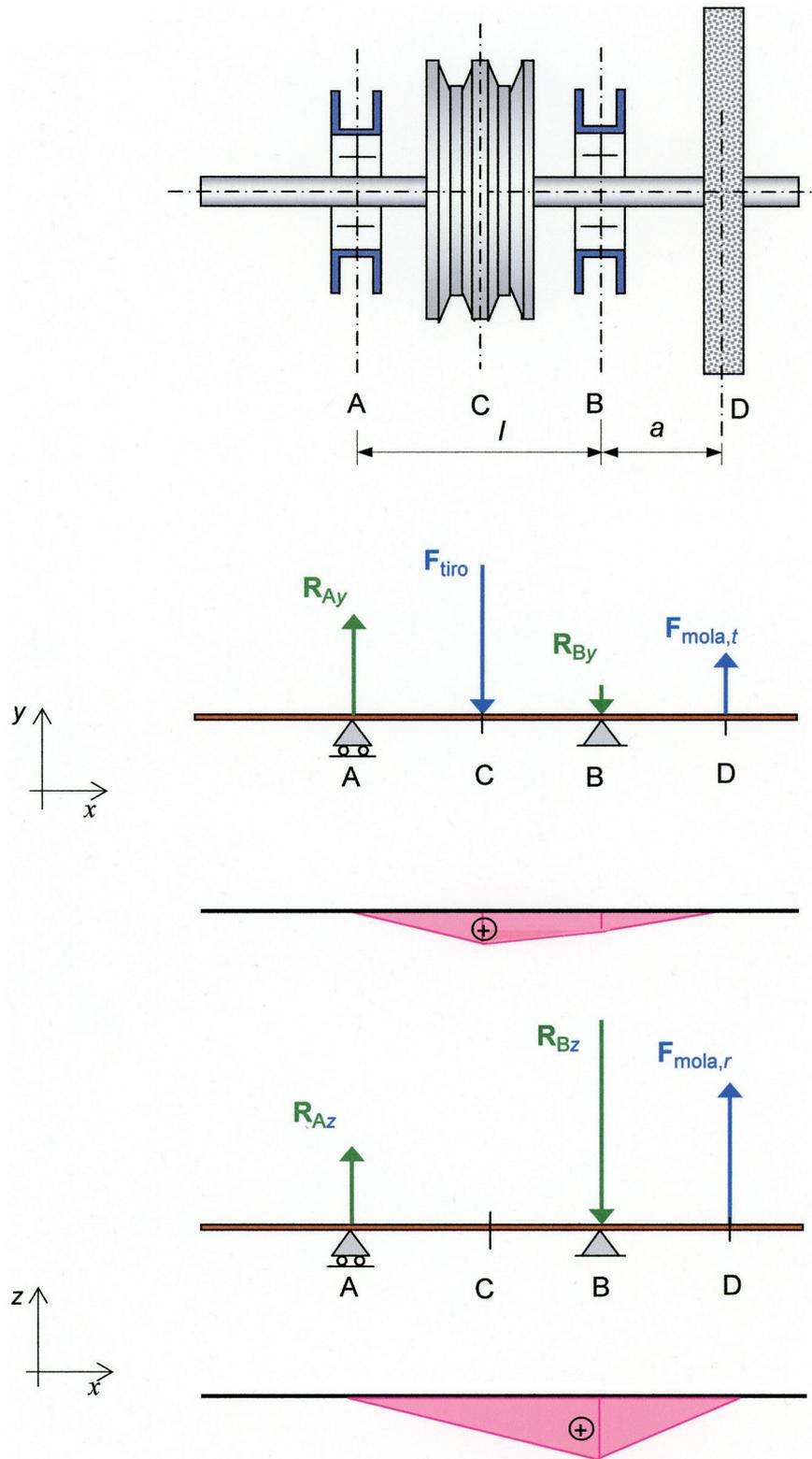


Fig. 2014/2-b - Carichi e reazioni vincolari con il diagramma del momento flettente sull'albero di trasmissione.

## 2004T. Impianto frigorifero\*

Si devono accertare le prestazioni di un impianto frigorifero a compressore alternativo funzionante con fluido R134a. Lo schema dell'impianto è quello di *Figura 2004T-a*. È noto il volume orario generato dal compressore  $\dot{V} = 25 \text{ m}^3/\text{h}$ . Lungo il ciclo reale (*Figura 2004T-b*), si registra una caduta di pressione nel fluido all'aspirazione del compressore (punto 1), mentre la caduta di pressione alla mandata è trascurabile; inoltre il fluido subisce un sottoraffreddamento (punto 5). La tabella seguente riporta alcuni valori di temperatura e/o pressione lungo il ciclo.

Punti del ciclo	1	2	3'	3	4	1'
temperatura $T$ [°C]	0	?	30	25	-10	-10
pressione $p$ [kPa]	151	?	?	?	?	?

Dopo aver tracciato il ciclo di funzionamento sul diagramma pressione-entalpia del fluido R134a, calcolare nelle unità di misura SI, fissando opportunamente i rendimenti interno  $\eta_c$ , meccanico  $\eta_m$  e volumetrico  $\eta_v$  del compressore:

- l'effetto frigorifero  $q_L$  riferito al kg di fluido e al  $\text{m}^3$  aspirato;
- il coefficiente di prestazione del ciclo frigorifero  $COP_F$ ;
- la portata in massa  $\dot{m}$  del refrigerante circolante nell'impianto;
- la cilindrata  $V$  e la potenza  $P_a$  assorbita dal compressore alternativo.

(\*) - Il Tema del Ministero è stato modificato perché il Freon R12 è stato bandito dal mercato già alla fine del secolo scorso a causa dei danni al manto di ozono della stratosfera (*Paragrafo 12.2.1 e Tabella 39.1*). Si è allora sostituito il Freon R12 del Tema originale con il refrigerante R134a che ha proprietà termodinamiche simili al Freon R12. Si è reso inoltre il Tema più completo richiedendo la determinazione di quei parametri del ciclo che possono essere ricavati dalle tabelle oppure dal diagramma pressione-entalpia.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

– portata volumetrica  $\dot{V} = 25 \text{ m}^3/\text{h} = 6,94 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 6,94 \text{ dm}^3/\text{s}$ .

Quesiti:

– quelli citati nell'enunciato.

### 2. Impianto frigorifero

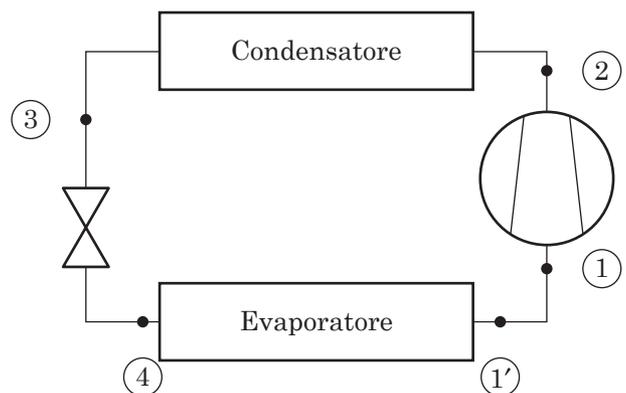


Fig. 2004T-a - Schema dell'impianto frigorifero del Tema 2004T.

### 3. Scelta dei dati mancanti

– rendimenti del compressore alternativo: interno  $\eta_c = 0,92$ , meccanico  $\eta_m = 0,95$  e volumetrico  $\eta_v = 0,75$ .

### 4. Soluzione

a) Seguendo il ciclo tracciato in *Figura 2004T-b*, determiniamo le proprietà nei vari punti utilizzando in parte la *Tabella A.4.1* e in parte il diagramma pressione-entalpia del refrigerante R134a. Otteniamo la tabella di cui, nelle note che seguono, è riportata la spiegazione.

<i>Punti del ciclo*</i>	1	2 <sub>s</sub>	2	3'	3	4	1'
temperatura $T$ [°C]	0	53,7	56,9	30	25	-10	-10
pressione $p$ [kPa]	151	770	770	770	770	201	201
volume massico $v$ [dm <sup>3</sup> /kg]	141	–	–	–	–	–	–
entalpia $h$ [kJ/kg]	402	439	442	241,6	234,5	234,5	391,6
entropia $s$ [kJ/(kg·K)]	1,792	1,792	–	1,714	–	–	1,729
titolo $x$ [–]	–	–	–	1,0	–	0,232	1,0
condizioni del fluido	vapore surriscaldato	vapore surriscaldato	vapore surriscaldato	liquido saturo	liquido sottoraffreddato	liquido-vapore	vapore saturo

(\*) Valori assegnati oppure dedotti (e arrotondati) dalla *Tabella A.4.1* in nero; valori letti sul diagramma  $p-h$  in rosso.

STATO 1 – Oltre all'entalpia  $h_1$ , è importante rilevare, sul diagramma  $p-h$ , l'entropia  $s_1$  e il volume massico  $v_1 = 141 \text{ dm}^3/\text{kg} = 0,141 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

STATO 2<sub>s</sub> – Seguendo la compressione isentropica  $s_{2s} = s_1 = 1,792 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , il punto 2<sub>s</sub> di arrivo della compressione ideale si trova sull'intersezione con la pressione di saturazione  $p_{3'} = 770 \text{ kPa}$  (arrotondamento di 769,8 kPa dalla *Tabella A.4.1*) corrispondente alla temperatura di condensazione  $T_{3'} = +30 \text{ °C}$ .

STATO 2 – Si calcola prima il lavoro di compressione ideale  $w_s$ . Avendo fissato il rendimento interno di compressione  $\eta_c = 0,92$ , si ottengono il lavoro interno  $w_i$  e quindi l'entalpia reale  $h_2$ .

$$\mathbf{39-3:} \quad w_s = h_{2s} - h_1 = 439 \text{ kJ/kg} - 402 \text{ kJ/kg} = 37 \text{ kJ/kg}$$

$$\mathbf{31-8:} \quad \eta_c = \frac{w_s}{w_i} \Rightarrow w_i = \frac{w_s}{\eta_c} = \frac{37 \text{ kJ/kg}}{0,92} = 40 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\mathbf{39-3:} \quad w_i = h_2 - h_1 \Rightarrow h_2 = w_i + h_1 = 40 \text{ kJ/kg} + 402 \text{ kJ/kg} = 442 \text{ kJ/kg}$$

STATO 3' – Cade sul tratto della curva limite relativa al liquido saturo.

STATI 3 e 4 – Lo stato 3 si trova nella regione del liquido sottoraffreddato o compresso. Dato che le isoterme in questa regione hanno un andamento pressoché verticale (*Figura 39.2*), possiamo prendere come entalpia  $h_3$  quella del liquido saturo alla temperatura di 25 °C. L'entalpia  $h_4$  dello stato 4 è uguale ad  $h_3 = 234,5$  kJ/kg, poiché la laminazione, che avviene nella trasformazione  $3 \Rightarrow 4$ , è un processo isentalpico. Tenendo presente che la pressione di saturazione  $p_4 = 201$  kPa (arrotondamento di 200,8 kPa dalla *Tabella A.4.1*) corrisponde alla temperatura di evaporazione di -10 °C, si individua, sul diagramma  $p-h$ , il punto 4 come intersezione della verticale isentalpica con l'orizzontale isothermobarica. Il titolo del vapore in questo punto è  $x_4 = 0,232$ .

L'effetto frigorifero  $q_L$  è la differenza delle entalpie tra gli stati 1 e 4 (*Figura 2004T-b*). Volendolo riferire al  $\text{m}^3$  di fluido aspirato, va diviso per il volume massico  $v_1$ .

$$\mathbf{39-2: } q_L = h_1 - h_4 = 402 \text{ kJ/kg} - 234,5 \text{ kJ/kg} = 167,5 \text{ kJ/kg} \quad \blacktriangleleft$$

$$\frac{q_L}{v_1} = \frac{167,5 \text{ kJ/kg}}{0,141 \text{ m}^3/\text{kg}} = 1188 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \quad \blacktriangleleft$$

- b) Il coefficiente di prestazione del ciclo frigorifero  $COP_F$  è per definizione dato dal rapporto tra il calore sottratto  $q_L$  e il lavoro speso nella compressione  $w = w_i = 40$  kJ/kg. Il valore ottenuto del  $COP_F$  è 4,2; l'energia sottratta all'ambiente da raffreddare è perciò 4,2 volte l'energia richiesta dal compressore.

$$\mathbf{39-1: } COP_F = \frac{q_L}{w} = \frac{167,5 \text{ kJ/kg}}{40 \text{ kJ/kg}} = 4,2 \quad \blacktriangleleft$$

- c) È assegnata la portata volumetrica  $\dot{V} = 25 \text{ m}^3/\text{h} = 6,94 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 6,94 \text{ dm}^3/\text{s}$ . La portata in massa  $\dot{m}$  del refrigerante circolante nell'impianto risulta allora:

$$\mathbf{39-7: } \dot{V}_1 = \dot{m}v_1 \Rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{V}_1}{v_1} = \frac{0,00694 \text{ m}^3/\text{s}}{0,141 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0,049 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 176,4 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad \blacktriangleleft$$

- d) Supponendo di impiegare un compressore monocilindrico avente una velocità di rotazione  $n = 1200$  giri/min = 20 giri/s e con rendimento volumetrico  $\eta_v = 0,75$ , la cilindrata  $V$  e la potenza  $P_a$  assorbita dal compressore alternativo risultano:

$$V = \frac{\dot{V}_1}{\eta_v n} = \frac{0,00694 \text{ m}^3/\text{s}}{0,75 \times 20 \text{ giri/s}} = 0,46 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,46 \text{ dm}^3 \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{39-6: } P_a = \frac{P_i}{\eta_m} = \frac{\dot{m}w_i}{\eta_m} = \frac{0,049 \text{ kg/s} \times 40 \text{ kJ/kg}}{0,95} = 2,06 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

## 5. Commenti

Possiamo calcolare il calore  $q_H$  che va ceduto al condensatore come differenza di entalpie e verificare che il valore ottenuto corrisponda alla somma del calore  $q_L$  estratto dall'ambiente da refrigerare più l'energia  $w$  spesa nel compressore.

$$39-5: q_H = h_2 - h_3 = 442 \text{ kJ/kg} - 234,5 \text{ kJ/kg} = 207,5 \text{ kJ/kg}$$

$$39-4: q_H = q_L + w = 167,5 \text{ kJ/kg} + 40 \text{ kJ/kg} = 207,5 \text{ kJ/kg}$$

Nell'enunciato originale del Tema la tubazione tra l'uscita 1' dall'evaporatore e l'ingresso 1 nel compressore veniva considerata esterna all'ambiente da raffreddare. In tal caso il calore  $q_L$  estratto dall'ambiente andava calcolato come differenza tra le entalpie  $h_{1'}$  e  $h_4$ ; il valore di  $q_L$  sarebbe così risultato inferiore e il bilancio energetico citato sopra non sarebbe stato verificato.

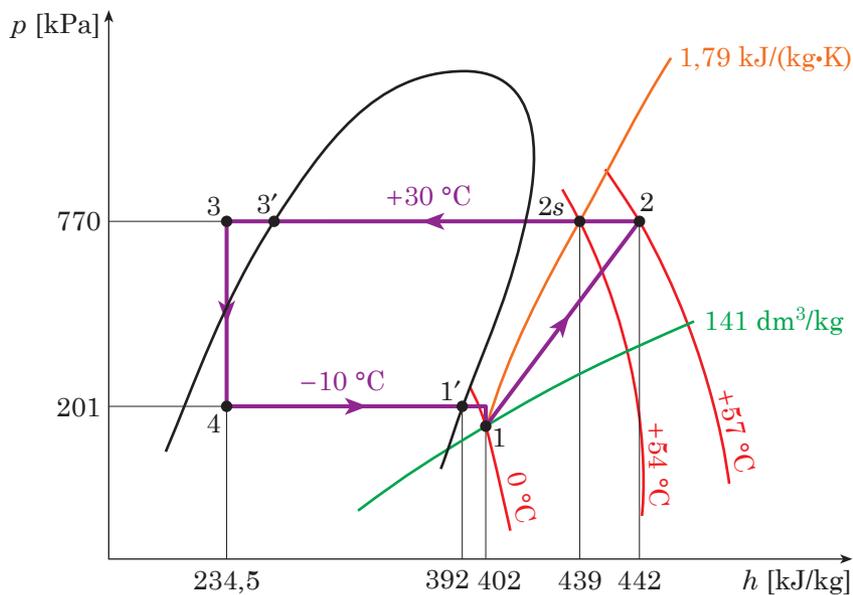


Fig. 2004T-b - Punti del ciclo sul diagramma pressione-entalpia.

## 2009T. Turbina idraulica Francis

La turbina idraulica Francis in figura è atta ad azionare un alternatore con sei coppie di poli per la produzione di corrente elettrica con frequenza 50 Hz.

Il distributore circolare conta un numero di pale fisse pari a 24, il passo  $p_0$  tra una pala fissa e l'altra è di 0,40 m e la distanza  $b_0$  tra le pale fisse e il diaframma risulta di 0,30 m.

Il candidato, assunti opportunamente i valori per gli elementi non dati, determini, utilizzando le unità di misura del S.I.:

1. la portata volumetrica utilizzata;
2. il salto netto disponibile;
3. la potenza effettiva della turbina;
4. il numero di giri caratteristico;
5. le dimensioni principali e il numero delle pale mobili della girante.

## 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- frequenza della corrente  $f = 50$  Hz e numero di poli del generatore  $N_p = 2 \times 6 = 12$  poli;
- distributore avente  $N_0 = 24$  pale di passo  $p_0 = 400$  mm e un'altezza di ciascun condotto  $b_0 = 300$  mm.

Quesiti:

- diametro della girante  $D$  e salto netto disponibile  $h$ ;
- portata d'acqua volumetrica  $\dot{V}$ ;
- potenza utile della turbina  $P_u$  e numero di giri caratteristico  $n_c$ ;
- numero delle pale  $N$  e dimensioni principali della girante.

## 2. Schema della turbina

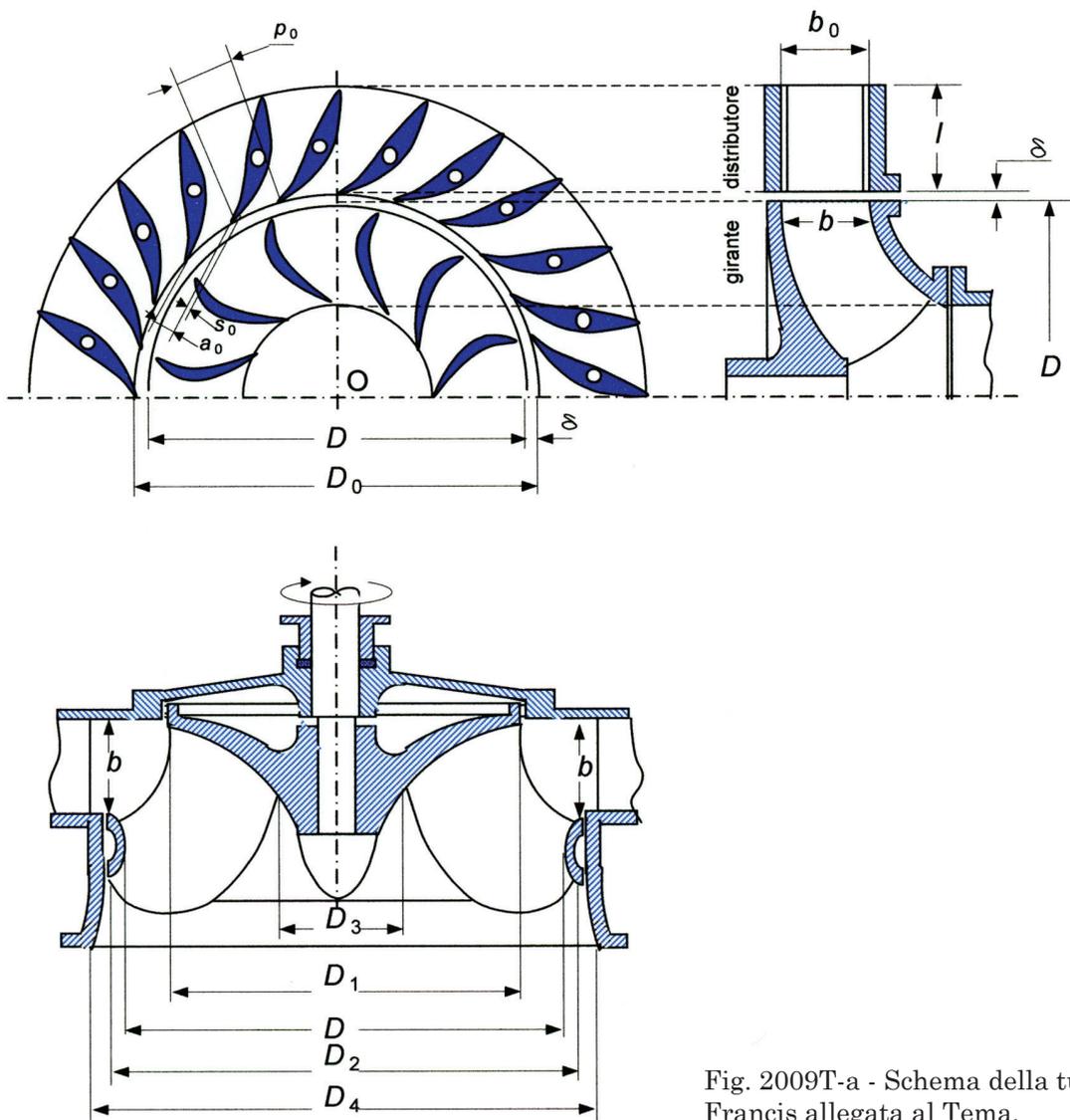


Fig. 2009T-a - Schema della turbina Francis allegata al Tema.

### 3. Scelta dei dati mancanti

- La *Figura 2009T-a* del Tema mette insieme le sezioni meridiane di due diverse turbine Francis: una Francis radiale (lenta) nella parte superiore (*Figura 18.23-a*) e una Francis a flusso misto (veloce) nella parte inferiore (*Figura 18.23-b*). Data questa ambiguità occorre valutare, sulla base dei dati assegnati, quali delle due turbine è adeguata. I dati mancanti, essendo funzione della velocità specifica, verranno poi assunti una volta fissata  $\omega_s$ .
- Nel *Paragrafo 18.7.5* troviamo un angolo di ingresso  $\alpha_1$ , che la velocità assoluta  $c_1$  forma con la velocità periferica  $u_1$  pari a  $15^\circ \div 20^\circ$  per la Francis lenta,  $25^\circ \div 30^\circ$  per la Francis normale e  $35^\circ \div 40^\circ$  per la Francis veloce, e il grado di reazione  $R$  pari a  $0,3 \div 0,4$  della Francis lenta,  $0,4 \div 0,5$  della Francis normale e  $0,5 \div 0,6$  della Francis veloce.

### 4. Soluzione

- a) Dopo aver ricavato la velocità di rotazione  $n$  del generatore accoppiato alla turbina, determiniamo il diametro interno  $D_0$  del distributore e quindi, preso  $\delta = (1 \div 4) \text{ mm} = 4 \text{ mm}$ , il diametro massimo  $D$  della girante. Esaminiamo quindi come varia il coefficiente di velocità periferica  $k$  in funzione della caduta utile  $h_u$  (indicato con  $h$  nella formula 18-15).

$$18-12 \text{ oppure Tabella 18.2: } n = \frac{2f}{N_p} = \frac{2 \times 50 \text{ Hz}}{12 \text{ poli}} = 8,33 \frac{\text{giri}}{\text{s}}$$

$$\pi D_0 = p_0 N_0 \Rightarrow p_0 = \frac{\pi D_0}{N_0} \Rightarrow D_0 = \frac{p_0 N_0}{\pi} = \frac{400 \text{ mm} \times 24}{\pi} = 3056 \text{ mm}$$

$$D = D_0 - 2\delta = 3056 \text{ mm} - 2 \times 4 \text{ mm} = 3048 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$1-17': u = \pi D n = \pi \times 3,048 \text{ m} \times 8,33 \text{ giri/s} = 79,76 \text{ m/s}$$

$$18-15: k = \frac{u}{\sqrt{2gh}} = \frac{u}{\sqrt{2g}\sqrt{h}} = \frac{79,76 \text{ m/s}}{\sqrt{2 \times 9,81 \text{ m/s}^2} \sqrt{h}} = \frac{18,00 \sqrt{\text{m}}}{\sqrt{h}}$$

Turbina	Assiale			Francis						
$h$ [m]	5	10	20	25	40	60	120	240	360	600
$k$ [-]	8	5,7	4,0	3,6	2,8	2,3	1,6	1,2	0,95	0,7

I valori del coefficiente di velocità periferica  $k$  di 3,6 e 2,8, corrispondenti a una Francis a flusso misto (ultraveloce), cadono in una regione del piano  $D_s$ - $\omega_s$  a rendimento idraulico  $\eta_y$  piuttosto basso o addirittura inferiore a 0,85 (parallelogramma a tratti rossi di *Figura 2009T-b*). Il coefficiente di velocità periferica  $k = 0,7$  rientra invece nella regione di rendimento idraulico  $\eta_y = 0,9$ ; prendiamo allora in esame la soluzione con una turbina Francis radiale (lenta) in corrispondenza di un valore di caduta utile:

$$h_u = 600 \text{ m} \quad \blacktriangleleft$$

b) Assumiamo un angolo di ingresso  $\alpha_1 = 15^\circ$  e un grado di reazione  $R = 0,3$ . Considerato ciascun condotto del distributore a sezione rettangolare di altezza  $b_0 = 0,3$  m e di base  $a_0$ , calcoliamo la base moltiplicando il passo  $p_0 = 0,4$  m per  $\sin \alpha_1$  in modo da ottenere la lunghezza trasversale del singolo condotto che ha per normale la velocità assoluta  $c_1$ ; la portata  $\dot{V}$ , che uscendo dal distributore alimenta la girante, è infatti data dal prodotto della sezione del condotto per  $c_1$ . Calcoliamo poi la velocità assoluta  $c_1$  e quindi la portata  $\dot{V}$  moltiplicando la sezione di passaggio dell'acqua  $a_0 b_0$  del singolo condotto per  $c_1$  e un coefficiente di ingombro  $C_i = 0,95$  che tiene conto della diminuzione di sezione dovuta allo spessore delle palette.

$$a_0 = p_0 \sin \alpha_1 = 0,4 \text{ m} \times \sin 15^\circ = 0,1035 \text{ m}$$

$$18-21: c_1 = \sqrt{2g\eta_h h_u (1 - R)} = \sqrt{2 \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 0,9 \times 600 \text{ m} \times (1 - 0,3)} = 86,1 \text{ m/s}$$

$$\dot{V} = C_i a_0 b_0 c_1 N_0 = 0,95 \times 0,1035 \text{ m} \times 0,3 \text{ m} \times 86,1 \text{ m/s} \times 24 = 60,9 \text{ m}^3/\text{s} \quad \blacktriangleleft$$

Con i valori di salto disponibile  $h = 600$  m e di portata volumetrica  $\dot{V} = 60,9 \text{ m}^3/\text{s}$ , calcoliamo la velocità specifica  $\omega_s$  e il diametro specifico  $D_s$ .

$$18-13: \omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gh)^{0,75}} = 2 \times \pi \times 8,33 \text{ giri/s} \times \frac{\sqrt{60,9 \text{ m}^3/\text{s}}}{(9,81 \text{ m/s}^2 \times 600 \text{ m})^{0,75}} = 0,61$$

$$18-14: D_s = D \frac{(gh)^{0,25}}{\sqrt{\dot{V}}} = 3,048 \text{ m} \frac{(9,81 \text{ m/s}^2 \times 600 \text{ m})^{0,25}}{\sqrt{60,9 \text{ m}^3/\text{s}}} = 3,42$$

Risulta così confermato che la scelta della turbina non può che essere una Francis lenta che cade nell'isola di ottimo rendimento  $\eta_y = 0,9$  (punto verde di *Figura 2009T-b*). Possiamo perciò considerare un rendimento idraulico  $\eta_y = 0,92$  e un rendimento totale  $\eta_T = 0,90$ .

c) La potenza utile è:

$$18-9: P_u = \eta_T \dot{V} \rho g h_u = 0,90 \times 60,9 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 600 \text{ m} = 322.611.660 \text{ W} = 322 \text{ MW} \quad \blacktriangleleft$$

Tenuto conto del rendimento totale  $\eta_T = 0,90$  utilizzato per calcolare la potenza  $P$ , la velocità specifica  $\omega_s$  e il numero di giri caratteristico  $n_c$  calcolati in funzione della potenza risultano:

$$18-13': \omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{P/\rho}}{(gh)^{1,25}} = 2 \times \pi \times 8,33 \frac{\text{giri}}{\text{s}} \frac{\sqrt{322.611.660 \text{ W}/1000 \text{ kg/m}^3}}{(9,81 \text{ m/s}^2 \times 600 \text{ m})^{1,25}} = 0,58$$

$$n_c = n \left[ \frac{\text{giri}}{\text{min}} \right] \frac{\sqrt{P [\text{kW}]}}{(h [\text{m}])^{1,25}} = 500 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times \frac{\sqrt{322.611 \text{ kW}}}{(600 \text{ m})^{1,25}} = 96 \quad \blacktriangleleft$$

d) Sul manuale dell'ingegnere (Hoepli, 85<sup>a</sup> edizione), leggiamo per la Francis lenta che opera sotto una caduta utile  $h = 600$  m:

- rapporto tra l'altezza delle pale distributrici e il diametro della girante:  $b/D = 0,08$  contro  $b/D = 300 \text{ mm}/3048 \text{ mm} = 0,098$ ;
- coefficiente di velocità periferica  $k$  relativo al diametro  $D$  pari a 0,63 contro 0,7;
- numero delle pale della girante<sup>2009T.1</sup>  $N = 13 \div 24 \Rightarrow 22$ . ◀

Leggendo poi i valori dei coefficienti di velocità periferica relativi alle altre dimensioni della girante, abbiamo:

- $D_1 = k_1 D = 0,63 \times 3048 \text{ mm} = 1920 \text{ mm}$ ; ◀
- $D_2 = k_2 D = 0,43 \times 3048 \text{ mm} = 1311 \text{ mm}$ ; ◀
- $D_3 = k_3 D = 0,35 \times 3048 \text{ mm} = 1067 \text{ mm}$ . ◀

## 5. Commenti

La Tabella che segue mostra i calcoli per diverse soluzioni di turbine Francis, passando da un estremo (Francis ultraveloce con caduta utile  $h = 25$  m) all'altro estremo (Francis molto lenta con caduta utile  $h = 600$  m). Esaminando il diagramma  $\omega_s - D_s$  della *Figura 2009T-b*, si constata come la soluzione che meglio cade nell'isola a più alto rendimento idraulico  $\eta_y = 0,9$  rimane la Francis qui considerata con  $h = 600$  m. Anche l'altra Francis lenta con caduta utile  $h = 360$  m rientra, sia pure meno bene, nell'isola a più alto rendimento, mentre le coordinate di velocità e diametro specifici della Francis con  $h = 240$  m individuano un punto che si trova sul bordo che separa l'isola a rendimento  $\eta_y = 0,9$  da quella con rendimento 0,85. Più si riduce la caduta utile, si passa cioè dalle Francis lente a quelle normali e quindi a quelle veloci, più si abbassa il rendimento avvicinandosi alla regione delle turbine assiali. Ancor più le proporzioni assegnate e in particolare il numero di pale del distributore ( $N_0 = 24$ ) e, soprattutto, la loro altezza ( $b_0 = 300$  mm), che porta a un rapporto  $b/D \approx 1$ , confermano la scelta di una turbina Francis radiale fatta all'inizio.

$h$ [m]	25	40	60	120	240	360	600
$k$ [-]	3,6	2,8	2,3	1,6	1,2	0,95	0,7
$\alpha_1$ [°]	40	35	30	25	20	18	15
$R$ [-]	0,7	0,6	0,5	0,45	0,4	0,35	0,3
$c_1$ [m/s]	11,5	16,8	23	34,1	50,4	64,3	86,1
$\dot{V}$ [m <sup>3</sup> /s]	20,5	26,4	31,5	39,6	48,3	52,8	60,9
$\omega_s$ [-]	3,82	3,05	2,5	1,64	1,07	0,83	0,61
$D_s$ [-]	2,65	2,66	2,67	2,84	3,05	3,23	3,42

**2009T.1** - Il numero di pale fisse è un multiplo di 4, compreso tra 8 e 24, e non deve coincidere col numero di pale della girante, o con questo numero aumentato di una unità, onde evitare l'instaurarsi di regimi pulsanti per la portata. Si è così scelto 22 come numero delle pale della girante.

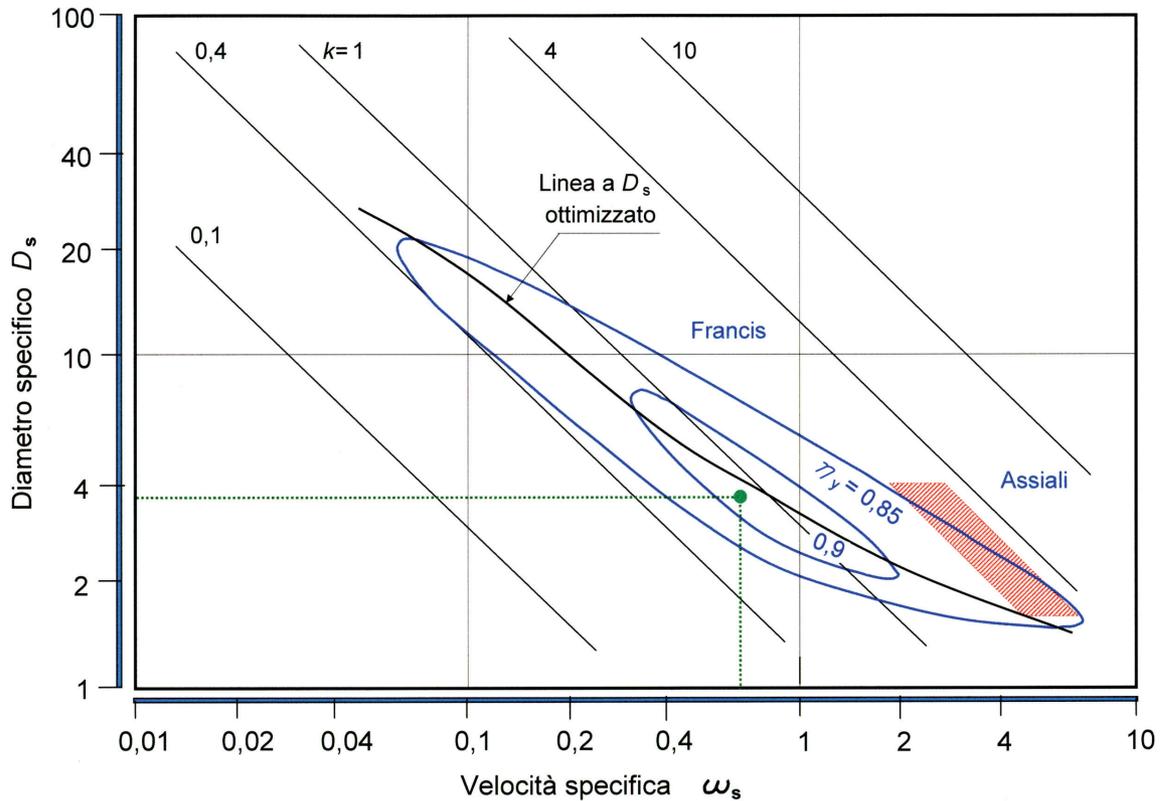


Fig. 2009T-b - Diagramma di Balje (Figura 18.8 dal primo volume).

## 2011T. Motore ad accensione spontanea

Un motore a sei cilindri a quattro tempi aspirato ad accensione spontanea con cilindrata  $V = 1 \text{ dm}^3$  (per cilindro) abbia i seguenti dati<sup>(\*)</sup>:

- velocità di rotazione  $\omega = 157 \text{ rad/s}$
- rapporto di compressione  $\varepsilon = 16$
- temperatura dell'aria all'ingresso  $T_1 = 298 \text{ K}$
- pressione ambiente  $p_1 = 1 \text{ bar}$
- potere calorifico inferiore del combustibile  $LHV = 43.000 \text{ kJ/kg}$
- aria  $c_p = \text{cost} = 1,006 \text{ kJ/(kgK)}$ ,  $\gamma = c_p/c_V = 1,4$ .

Il candidato, assunti congrui valori dei dati mancanti, determini:

- a) il rendimento termodinamico del ciclo ideale che meglio approssimi il ciclo reale;
- b) la pressione media effettiva;
- c) la pressione media indicata;
- d) la potenza dell'albero e la coppia;
- e) il consumo specifico del motore nelle condizioni di funzionamento indicate.

(\*) - Alcuni simboli dell'enunciato originale sono stati modificati per adattarli a quelli usati nel testo.

## 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati: sono quelli indicati nell'enunciato del Tema.

Quesiti: sono quelli indicati nell'enunciato del Tema.

## 2. Ciclo di riferimento

Ciclo ideale Diesel con compressione adiabatica dell'aria contenuta nel cilindro ( $1 \Rightarrow 2$ ), combustione a pressione costante ( $2 \Rightarrow 3$ ), espansione adiabatica dell'aria ( $3 \Rightarrow 4$ ) e cessione di calore isocora ( $4 \Rightarrow 1$ ).

## 3. Scelta dei dati mancanti

- pressione media effettiva (*Tabella 41.3*):  $b_{mep} = 12$  bar;
- rendimento meccanico (*Figura 41.23-a*):  $\eta_m = 0,95$ ;
- rendimento termico utile (*Figura 41.30*):  $\eta_f = 0,41$ .

## 4. Soluzione

- a) Per calcolare il rendimento ideale del ciclo Diesel  $\eta_{id,Diesel}$  occorre conoscere il rapporto  $\tau = T_3/T_2$  tra le temperature  $T_3$  di fine combustione e  $T_2$  di fine compressione (*Figura 2011T*).  $T_2$  si calcola con l'equazione dell'isentropica (*Tabella A.6.4*), mentre  $T_3$  va fissata. Per quest'ultima possiamo prendere 2167 K (*Figura 42.16-d*) in modo da ottenere  $\tau = T_3/T_2 = 2,4$ ; si noti che il valore di  $T_3$  non sposta in modo apprezzabile il valore del rendimento  $\eta_{id,Diesel}$  che, nel caso migliore ( $\tau = 1$ ), sarà uguale a quello del ciclo Otto ( $\eta_{id,Otto} = 0,67$ ).

$$\mathbf{A-38:} \quad T_2 = T_1 \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \varepsilon^{\gamma-1} = 298 \text{ K} \times 16^{1,4-1} = 298 \text{ K} \times 16^{0,4} = 903 \text{ K}$$

$$\mathbf{41-6':} \quad \eta_{id,Diesel} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \frac{\tau^\gamma - 1}{\gamma(\tau - 1)} = 1 - \frac{1}{16^{0,4}} \frac{2,4^{1,4} - 1}{1,4(2,4 - 1)} = 0,59 \quad \blacktriangleleft$$

$$\mathbf{41-6:} \quad \eta_{id,Otto} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{16^{0,4}} = 0,67$$

- b) Trattandosi di un Diesel ad aspirazione naturale la pressione media effettiva  $b_{mep}$  non può essere molto alta:

$$\mathbf{Tabella 41.3:} \quad b_{mep} = 1,2 \text{ MPa} = 12 \text{ bar} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Fissato un rendimento meccanico  $\eta_m = 0,95$ , si calcola la pressione media indicata  $i_{mep}$ :

$$\mathbf{41-16:} \quad \eta_m = \frac{b_{mep}}{i_{mep}} \Rightarrow i_{mep} = \frac{b_{mep}}{\eta_m} = \frac{1,2 \text{ MPa}}{0,95} = 1,26 \text{ MPa} = 12,6 \text{ bar} \quad \blacktriangleleft$$

d) Dopo aver determinato la velocità di rotazione del motore  $n$ , si calcolano potenza al freno  $P_b$  e coppia motrice  $M$ , tenendo conto che si tratta di un motore a quattro tempi ( $K = 2$ ):

$$6-11: \omega = 2\pi n \Rightarrow n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{157 \text{ rad/s}}{2 \times \pi} = 25 \frac{\text{giri}}{\text{s}} = 1500 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

$$41-15': P_b = bmep \cdot V \frac{n}{K} = 1.200.000 \text{ Pa} \times 0,006 \text{ m}^3 \frac{25 \text{ giri/s}}{2} = 90.000 \text{ W} = 90 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

$$7-10': P_b = M\omega \Rightarrow M = \frac{P_b}{\omega} = \frac{90.000 \text{ W}}{157 \text{ rad/s}} = 573 \text{ N}\cdot\text{m} \quad \blacktriangleleft$$

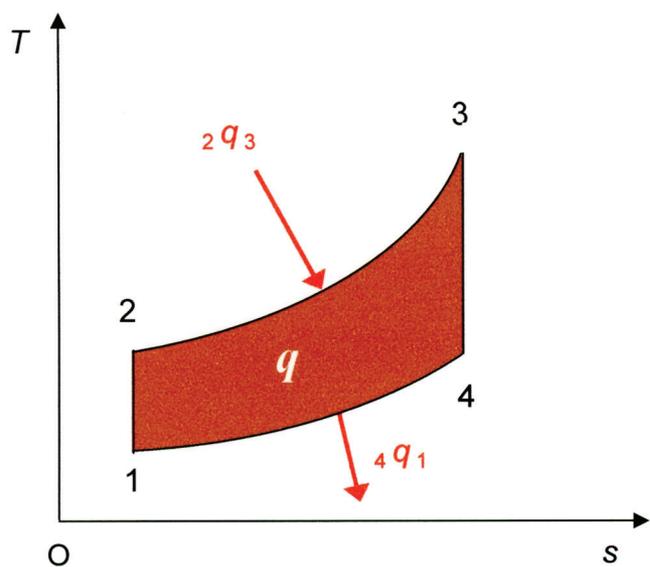
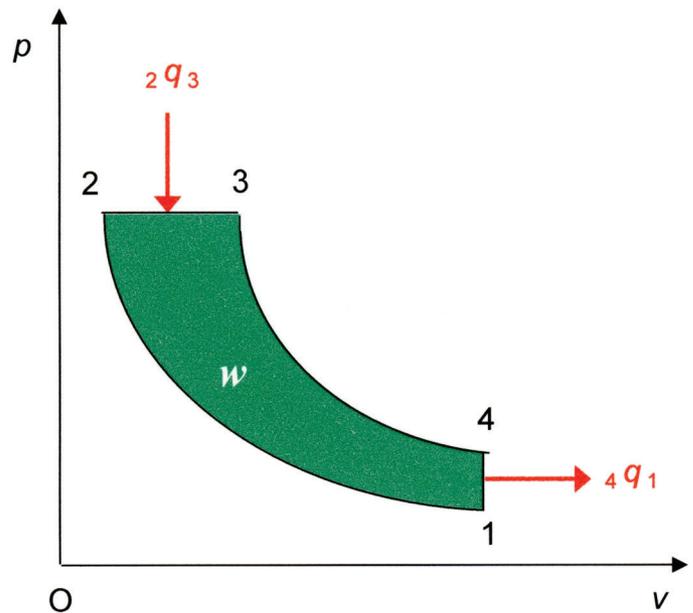


Fig. 2011T - Ciclo termodinamico ideale del motore ad accensione spontanea nei piani pressione-volume massico ( $p$ - $v$  e area corrispondente al lavoro massico  $w$ ) e temperatura-entropia massica ( $T$ - $s$  e area corrispondente al calore massico  $q$ );  ${}_2q_3$  è il calore massico introdotto nel ciclo durante la combustione a pressione costante, mentre  ${}_4q_1$  è il calore scambiato nello scarico a volume costante.

oppure

$$41-15'': M = bmep \frac{V}{2\pi K} = 1.200.000 \text{ Pa} \times \frac{0,006 \text{ m}^3}{2 \times \pi \times 2} = 573 \text{ N}\cdot\text{m}$$

- e) La determinazione del consumo specifico di combustibile  $bsfc$  richiede di fissare un valore del rendimento utile del motore ( $\eta_f = 0,41$ ), appropriato per un motore Diesel aspirato di caratteristiche non aggiornate:

$$41-11: \eta_f = \frac{1}{bsfc \cdot LHV} \Rightarrow bsfc = \frac{1}{\eta_f \cdot LHV} = \frac{1}{0,41 \times 43.000.000 \text{ J/kg}} = 56 \frac{\text{g}}{\text{MJ}} =$$
$$= 56 \frac{\text{g}}{\text{MJ}} \times 3,6 \frac{\text{MJ}}{\text{kWh}} = 202 \frac{\text{g}}{\text{kWh}} \quad \blacktriangleleft$$

## 2013T. Turbina a vapore Curtis

Un vapore alla pressione effettiva di 2.432.088 Pa e alla temperatura di 300 °C viene utilizzato da una turbina a gradini di velocità del tipo Curtis a 2 giranti e in seguito alimenta una utenza termica nella quale condensa alla pressione effettiva di 253.342,50 Pa cedendo calore per 4.400 kW.

Il condensato viene scaricato alla temperatura di 85 °C.

Il candidato, assumi opportunamente i valori per gli elementi non dati e utilizzando il diagramma di Mollier, determini:

1. la velocità periferica di massimo rendimento per la macchina, trascurando gli attriti nei condotti;
2. la velocità assoluta di massimo rendimento allo scarico della seconda girante e il corrispondente salto entalpico perso;
3. la potenza effettiva ricavabile dalla macchina.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- pressione assoluta a inizio espansione:  
 $p_3 = 2.432.088 \text{ Pa} + 101.325 \text{ Pa} = 2,533413 \text{ MPa} = 25,33413 \text{ bar}$ ;
- temperatura a inizio espansione:  $T_3 = 300 \text{ °C}$ ;
- pressione assoluta di condensazione:  
 $p_1 = 253.342,50 \text{ Pa} + 101.325 \text{ Pa} = 0,3546675 \text{ MPa} = 3,546675 \text{ bar}$ ;
- temperatura di condensazione:  $T_1 = 85 \text{ °C}$ ;
- potenza scambiata con l'utenza termica nella condensazione:  $\dot{Q}_0 = 4400 \text{ kW}$ .

Quesiti:

- velocità periferica  $u$  di massimo rendimento;
- velocità assoluta di massimo rendimento allo scarico della seconda corona  $c_4$  e salto entalpico corrispondente perso  $c_4^2/2$ ;
- potenza utile della macchina  $P_u$ .

## 2. Espansione sul diagramma di Mollier

La *Figura 2013T-a* mostra il particolare dell'espansione isentropica in turbina dal punto 3 al punto 4s.

## 3. Scelta dei dati mancanti

- rendimento interno della turbina:  $\eta_t = 0,70$ ;
- rendimento organico della turbina:  $\eta_o = 0,97$ .

## 4. Soluzione

a) Nella regione del vapore surriscaldato del diagramma di Mollier (*Figura 2013T-a*) leggiamo, in corrispondenza dell'inizio dell'espansione, alla pressione assoluta  $p_3 = 25,33413$  bar e alla temperatura  $T_3 = 300$  °C, un'entalpia massica  $h_3 = 3007$  kJ/kg e un'entropia massica  $s_3 = 6,635$  kJ/(kg·K). Pensando di arrestare l'espansione isentropica nella regione del liquido-vapore al titolo  $x_{4s} = 0,92$ , leggiamo:  $p_4 = 2,25$  bar (con  $T_{4s} = 124$  °C) e  $h_{4s} = 2532$  kJ/kg. La caduta entalpica isentropica vale perciò  $\Delta h_s = h_3 - h_{4s} = 3007$  kJ/kg -  $2532$  kJ/kg =  $475$  kJ/kg, mentre la velocità ideale corrispondente al salto entalpico isentropico è  $\sqrt{2\Delta h_s} = \sqrt{2 \times 475.000 \text{ J/kg}} = 975$  m/s (*Figura 35.18-a*). Il rendimento interno di una Curtis a 2 salti raggiunge il massimo in corrispondenza di un coefficiente di velocità periferica  $u/\sqrt{2\Delta h_s}$  pari a circa 0,24 (*Figura 2013T-b*) e quindi la velocità periferica  $u$  di massimo rendimento risulta:

$$\mathbf{35-14:} \quad \frac{u}{\sqrt{2\Delta h_s}} = 0,24 \quad \Rightarrow \quad u = 0,24 \cdot \sqrt{2\Delta h_s} = 0,24 \times 975 \text{ m/s} = 234 \text{ m/s} \quad \blacktriangleleft$$

Preso un angolo di uscita dal distributore  $\alpha_1 = 17^\circ$  (l'angolo  $\alpha_1$  è compreso tra  $10^\circ$  e  $25^\circ$ ), la velocità periferica nelle condizioni ideali si può anche calcolare con il valore ottimo del rapporto tra velocità periferica  $u$  e velocità  $c_{1,\text{id}} = \sqrt{2\Delta h_s} = 975$  m/s per una Curtis con  $z = 2$  salti di velocità:

$$\mathbf{35-16:} \quad \left. \frac{u}{c_1} \right|_{\text{opt}} = \frac{1 \cos \alpha_1}{z \cdot 2} \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow u = \frac{1 \cos \alpha_1}{z \cdot 2} c_{1,\text{id}} = \frac{1 \cos 17^\circ}{2 \cdot 2} 975 \text{ m/s} = 233 \text{ m/s}$$

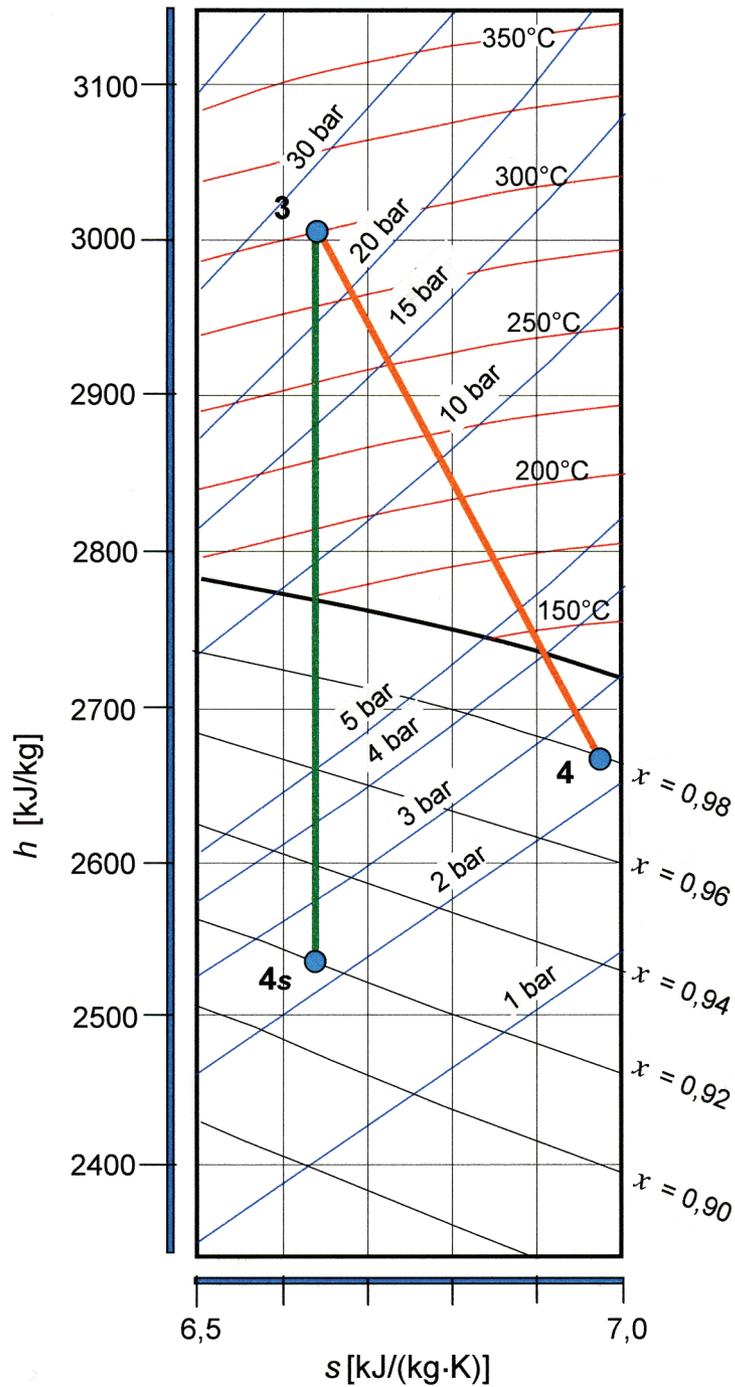


Fig. 2013T-a - Diagramma di Mollier: particolare dell'espansione in turbina.

- b) Con un angolo di uscita dal distributore  $\alpha_1 = 17^\circ$ , la velocità  $c_4$  in uscita dalla seconda corona della Curtis è prossima alla componente (meridiana) della velocità nella direzione del flusso ( $c_m$ ) e quindi si calcola moltiplicando  $c_1$  per il seno di  $\alpha_1$ . Inoltre, la velocità assoluta  $c$  diminuisce progressivamente in turbina (*Figura 2013T-c*) per cui la sua intensità si può ritenere pari a circa il 70% del valore ideale iniziale. La velocità  $c_4$  e la perdita corrispondente valgono (*Figura 35.18-a*) allora:

$$c_4 \cong 0,7 \cdot c_{1, \text{id}} \sin \alpha_1 = 0,7 \cdot \sqrt{2\Delta h_s} \sin \alpha_1 = 0,7 \times 975 \text{ m/s} \times \sin 17^\circ = 199 \text{ m/s} \quad \blacktriangleleft$$

$$\frac{c_4^2}{2} = \frac{(199 \text{ m/s})^2}{2} = 19.800 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 19,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \blacktriangleleft$$

- c) Assumendo il rendimento interno  $\eta_t$  dell'espansione in turbina pari a 0,70 (*Figura 2013T-b*), l'entalpia effettiva  $h_4$  risulta:

$$\begin{aligned} \eta_t &= \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \Rightarrow h_4 = h_3 - \eta_t (h_3 - h_{4s}) = \\ \mathbf{31-7:} \quad &= 3007 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 0,70 \times (3007 - 2532) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 2674,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

L'entalpia di condensazione alla temperatura  $T = 85^\circ\text{C}$  è  $h_f = h_1 = 355,90 \text{ kJ/kg}$  (*Tabella A.3.1*). Sapendo che la potenza scambiata con l'utenza termica nella condensazione ( $\dot{Q}_0 = 4400 \text{ kW}$ ) è uguale al prodotto della portata in massa di vapore  $\dot{m}$  per la variazione di entalpia  $\Delta h_{\text{utenza}} = h_4 - h_1$ , si ricava la portata  $\dot{m}$  trattata nell'impianto. Successivamente si calcolano potenza interna  $P_i = \dot{m} w_i$ , prodotto della portata in massa di vapore  $\dot{m}$  per il lavoro massico interno  $w_i = \eta_t \Delta h_s$ , e potenza utile  $P_u$  della turbina, nell'ipotesi di assumere un rendimento organico  $\eta_o = 0,97$ .

$$\begin{aligned} \dot{Q}_0 &= \dot{m} \cdot \Delta h_{\text{utenza}} = \dot{m} \cdot (h_4 - h_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow \dot{m} &= \frac{\dot{Q}_0}{h_4 - h_1} = \frac{4400 \text{ kW}}{(2674,5 - 355,9) \text{ kJ/kg}} = 2 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{35-12:} \quad P_i &= \dot{m} \cdot w_i = \dot{m} \cdot (\eta_t \Delta h_s) = \\ &= 2 \text{ kg/s} \times 0,70 \times 475 \text{ kJ/kg} = 665 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$P_u = \eta_o P_i = 0,97 \times 665 \text{ kW} = 645 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

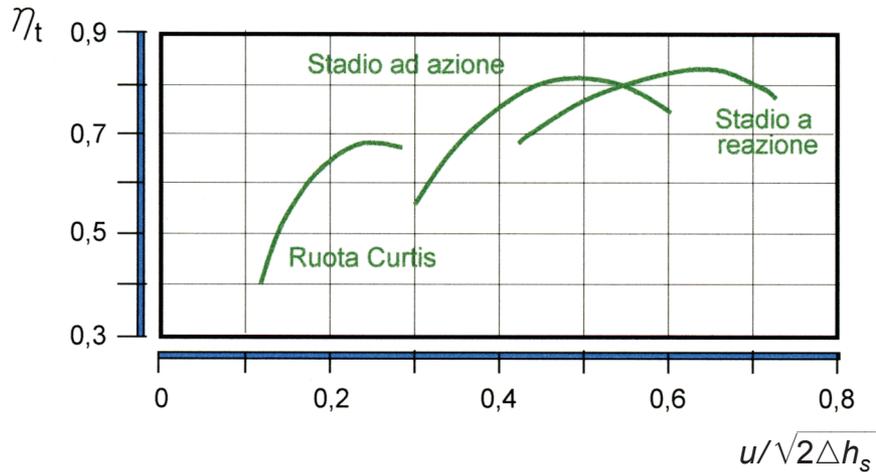


Fig. 2013T-b - Rendimento interno in assenza di recupero  $\eta_t$  in funzione del coefficiente di velocità periferica  $u/\sqrt{2\Delta h_s}$  per una ruota Curtis a due salti di velocità, uno stadio ad azione e uno stadio a reazione con grado di reazione  $R = 0,5$  (Figura 35.20 del testo).

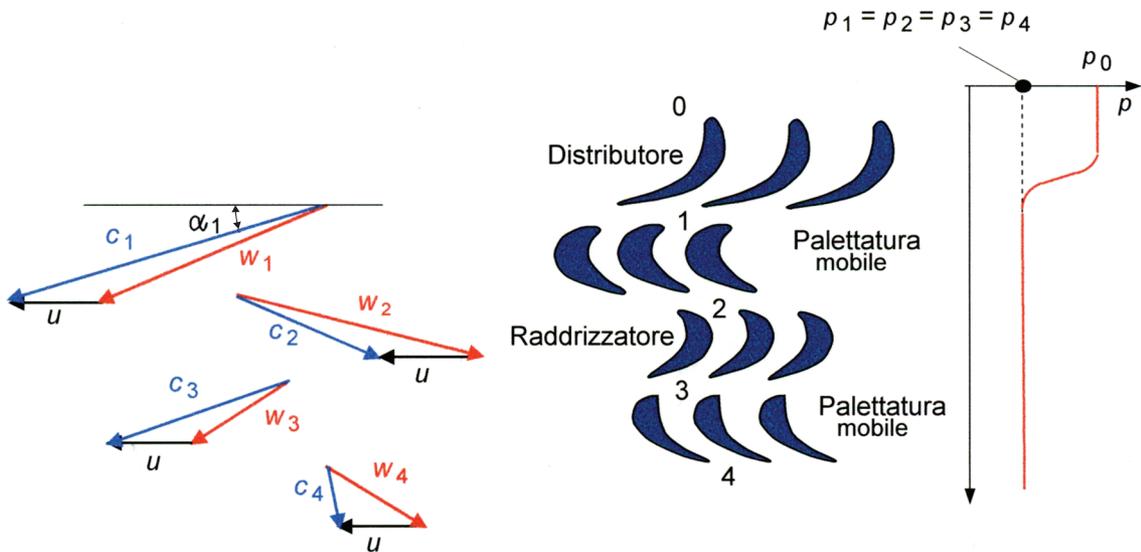


Fig. 2013T-c - Turbina Curtis a due salti di velocità con direzioni di uscita simmetriche rispetto all'asse. Si osserva la progressiva diminuzione della velocità assoluta ( $c_1 > c_2 > c_3 > c_4$ ) e della velocità relativa ( $w_1 > w_2 > w_3 > w_4$ ) per effetto dell'attrito nei condotti animati tra loro da un moto relativo. La pressione invece, come avviene nel funzionamento ad azione, non varia apprezzabilmente ( $p_1 = p_2 = p_3 = p_4$ ). All'uscita dalla seconda corona, la velocità assoluta  $c_4$  è prossima alla direzione assiale.

## 2014T. Condizionamento estivo e invernale

Si deve dimensionare, in regime estivo e invernale, la centrale di trattamento aria di un impianto di condizionamento a tutta aria di tipo convenzionale, di un piano uffici costituito da un unico ambiente situato in una località del centro Italia.

L'affollamento previsto è di 100 persone sedute in lavoro moderato.

- Il carico termico estivo sensibile per differenza di temperatura e per irraggiamento sia di 15.000 W;
- le dispersioni di calore invernali siano di 44.000 W;
- gli apporti di calore sensibile all'ambiente, in regime di massimo affollamento, per illuminazione e macchine, siano di 10.000 W.

Determinare in maniera analitica e grafica:

- le condizioni termoigrometriche dell'aria di immissione;
- la portata d'aria di immissione;
- la portata dell'aria esterna e di ricircolo;
- la potenzialità delle batterie di riscaldamento e raffreddamento;
- la portata dell'acqua di umidificazione.

Utilizzando il diagramma psicrometrico allegato, si traccino le linee della trasformazione dell'aria nell'unità di trattamento e si disegni, inoltre, lo schema dell'unità di trattamento aria.

Il candidato assuma liberamente ogni altro dato necessario alla soluzione giustificando tali scelte.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- numero delle persone sedute in ufficio:  $N = 100$  persone;
- carico termico sensibile, che entra nell'ambiente A venendo dall'esterno E, per differenza di temperatura e irraggiamento in estate:  $\dot{Q}_{s,AE} = +15.000 \text{ W}$ ;
- carico termico sensibile disperso in inverno:  $\dot{Q}_{s,AE} = -44.000 \text{ W}$ ;
- carico termico sensibile fornito all'ambiente dalle sorgenti interne di potenza, come illuminazione e macchine:  $\dot{Q}_{s,sources} = +10.000 \text{ W}$ .

Quesiti – Processi di condizionamento:

- a) estivo;
- b) invernale.

## 2. Diagramma psicrometrico

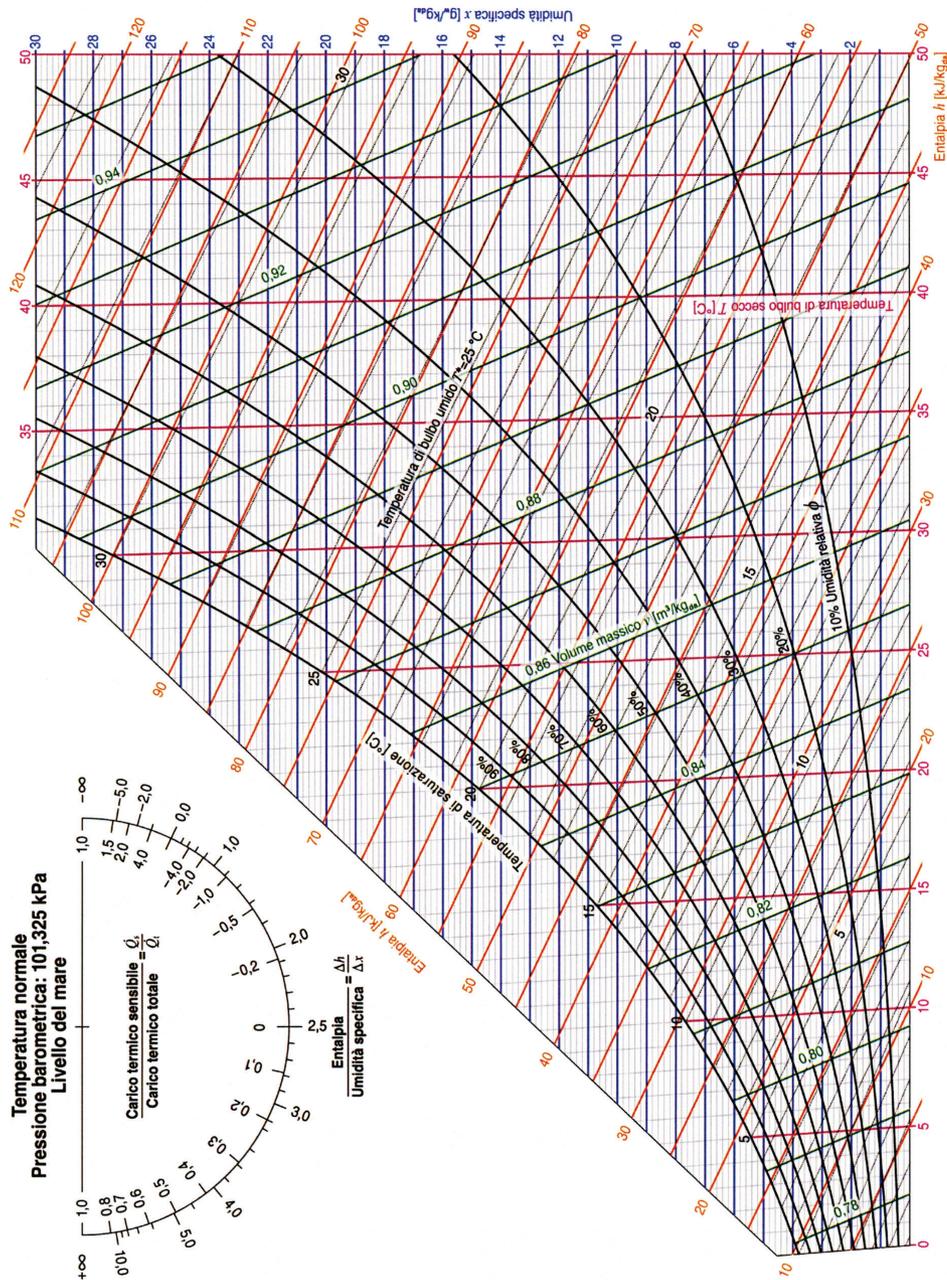


Fig. 2014T-a - Diagramma psicrometrico ASHRAE in unità SI che sostituisce la figura originale del Ministero espressa in unità ormai abbandonate, come le kcal (si passa dalle kcal ai kJ moltiplicando il valore in kcal per 4,186). Si ponga attenzione alla scala dell'umidità specifica  $x$  che qui è espressa in grammi [g] di vapor d'acqua al kilogrammo [kg] di aria secca, mentre nei calcoli va espressa in kg/kg. Così, indicate l'acqua (*water*) con il pedice "w" e l'aria secca con il pedice "da" (*dry air*), a  $x = 10 \text{ g}_w/\text{kg}_{da}$  del diagramma corrispondono  $0,010 \text{ kg}_w/\text{kg}_{da}$  nei calcoli. All'interno del semicerchio (in figura a sinistra in alto) è riportato il fattore termico  $R$  rapporto tra carico termico sensibile e carico termico totale ( $R = \dot{Q}_s/\dot{Q}_t$ ); all'esterno è invece riportato il coefficiente direttivo  $\Delta h/\Delta x$ , rapporto tra variazione di entalpia e variazione dell'umidità specifica.

### 3. Scelta dei dati mancanti

- schema dell'unità di trattamento aria (UTA): *Figura 2014T-b*;
- impianto a Roma con i dati termoigrometrici esterni di temperatura  $T_E$  e umidità relativa  $\phi_E$  sulla base delle medie climatiche massime in luglio e minime in gennaio:  $T_E = 30\text{ °C}$  e  $\phi_E = 67\%$  in estate,  $T_E = 3\text{ °C}$  e  $\phi_E = 77\%$  in inverno;  
[\[http://www.ilmeteo.it/portale/medie-climatiche/Roma\]](http://www.ilmeteo.it/portale/medie-climatiche/Roma)
- dati termoigrometrici interni all'ambiente A di temperatura ambiente  $T_A$  e umidità relativa  $\phi_A$ :  $T_A = 26\text{ °C}$  e  $\phi_A = 50\%$  in estate,  $T_A = 20\text{ °C}$  e  $\phi_A = 50\%$  in inverno;
- temperatura di immissione  $T_I$  dell'aria condizionata nell'ambiente in estate [*Paragrafo 39.12.7*:  $(T_A - T_I) \leq 8 + 12\text{ °C}$ ]:  $T_I = 16\text{ °C}$ ;
- carichi termici in uffici (*Tabella 39.3*):  $\dot{Q}_{s,pers} = 75\text{ W/pers}$  e  $\dot{Q}_{l,pers} = 55\text{ W/pers}$  in estate,  $\dot{Q}_{s,pers} = 70\text{ W/pers}$  e  $\dot{Q}_{l,pers} = 50\text{ W/pers}$  in inverno;
- portata d'aria esterna di rinnovo per persona (*Paragrafo 39.12.7*)<sup>2014T.1</sup>:  
 $\dot{m}_{daE/pers} = 60\text{ kg}/(\text{h}\cdot\text{pers}) = 0,0167\text{ kg}/(\text{s}\cdot\text{pers})$ .

### 4. Soluzione

- a) Il carico termico sensibile estivo  $\dot{Q}_s$  è la somma del carico termico sensibile proveniente dall'esterno  $\dot{Q}_{s,AE} = +15\text{ kW}$ , del carico termico sensibile dovuto alle persone  $\dot{Q}_{s,pers} = 75\text{ W/pers} \times 100\text{ pers} = +7,5\text{ kW}$  e del carico termico sensibile dovuto alle sorgenti interne  $\dot{Q}_{s,sources} = +10\text{ kW}$ :  $\dot{Q}_s = 15\text{ kW} + 7,5\text{ kW} + 10\text{ kW} = 32,5\text{ kW}$ . Il carico latente è  $\dot{Q}_l = 55\text{ W/pers} \times 100\text{ pers} = +5,5\text{ kW}$ . Il carico termico totale è allora  $\dot{Q}_t = \dot{Q}_s + \dot{Q}_l = 32,5\text{ kW} + 5,5\text{ kW} = 38\text{ kW}$ . Il fattore termico  $R$ , rapporto tra carico termico sensibile e carico termico totale, è dato da:

$$\mathbf{39-29:} \quad R = \frac{\dot{Q}_s}{\dot{Q}_t} = \frac{32,5\text{ kW}}{38\text{ kW}} = 0,85$$

La *Tabella 2014T.1* riporta i valori delle grandezze nei punti caratteristici attraverso i quali si realizza il processo di condizionamento nell'unità di trattamento aria schematizzata nella *Figura 2014T-b*: temperatura di bulbo secco  $T$  [°C], umidità relativa  $\phi$  [-], umidità specifica  $x$  [ $\text{kg}_w/\text{kg}_{da}$ ] ed entalpia  $h$  [ $\text{kJ}/\text{kg}_{da}$ ].

Lo stato I dell'aria umida, in uscita dall'unità di trattamento che dovrà essere immessa nell'ambiente, si ottiene tracciando (diagramma psicrometrico di *Figura 2014T-c*) la retta di lavoro del fattore termico  $R = 0,85$  che, partendo dalle condizioni interne al locale ( $T_A = 26\text{ °C}$  e  $\phi_A = 50\%$ ), interseca la temperatura  $T_I = 16\text{ °C}$  prefissata a una umidità specifica  $x_I = 10\text{ g}_w/\text{kg}_{da}$ .

---

**2014T.1** - La portata d'aria esterna di rinnovo per persona è (*Paragrafo 39.12.7*) pari a  $5 + 16\text{ g}_{da}/(\text{s}\cdot\text{pers}) = 18 + 60\text{ kg}_{da}/(\text{h}\cdot\text{pers})$ . Di solito si prende il valore intermedio di  $40\text{ kg}_{da}/(\text{h}\cdot\text{pers})$ . Qui si è considerato il valore più alto per distanziare maggiormente il punto M di miscelazione dalle due condizioni estreme, ambiente A ed esterno E.

Determiniamo le portate di aria che vengono trattate dal sistema. Abbiamo preso una portata d'aria esterna di rinnovo per persona  $\dot{m}_{daE/pers} = 0,0167 \text{ kg}/(\text{s}\cdot\text{pers})$ ; la portata complessiva di rinnovo è allora:  $\dot{m}_{daE} = 0,0167 \text{ kg}/(\text{s}\cdot\text{pers}) \times 100 \text{ pers} \approx 1,7 \text{ kg/s}$ . Occorre calcolare la portata totale di aria secca  $\dot{m}_{da}$  e quindi ottenere la portata di aria da ricircolare  $\dot{m}_{daR}$  sottraendo  $\dot{m}_{daE}$  da  $\dot{m}_{da}$ .

$$39-31: \dot{m}_{da} \cong \frac{\dot{Q}_s}{c_{p,da}(T_A - T_I)} = \frac{32,5 \text{ kW}}{1,006 \text{ kJ}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C}) \times (26 - 16)^\circ\text{C}} = 3,2 \frac{\text{kg}_{da}}{\text{s}} \quad \blacktriangleleft$$

$$\dot{m}_{da} = \dot{m}_{daR} + \dot{m}_{daE} \Rightarrow \dot{m}_{daR} = \dot{m}_{da} - \dot{m}_{daE} = 3,2 \frac{\text{kg}_{da}}{\text{s}} - 1,7 \frac{\text{kg}_{da}}{\text{s}} = 1,5 \frac{\text{kg}_{da}}{\text{s}} \quad \blacktriangleleft$$

$$39-15'': T_M \cong \frac{\dot{m}_{daE}T_E + \dot{m}_{daR}T_A}{\dot{m}_{da}} = \frac{1,7 \frac{\text{kg}_{da}}{\text{s}} \times 30^\circ\text{C} + 1,5 \frac{\text{kg}_{da}}{\text{s}} \times 26^\circ\text{C}}{3,2 \text{ kg}_{da}/\text{s}} = 28,1^\circ\text{C}$$

Nota la temperatura  $T_M$ , si individua il punto M nell'intersezione di  $T_M = 28,1^\circ\text{C}$  con il segmento AE. Per passare dallo stato M allo stato I, nel gruppo di condizionamento l'aria umida viene sottoposta prima a raffreddamento fino a condizioni di saturazione (stato S:  $x_S = x_M = 14,6 \text{ g}_w/\text{kg}_{da}$  e  $\phi = 100\%$ ); da qui si arriva, lungo la curva di saturazione, fino all'umidità specifica del punto di immissione I (stato K:  $\phi = 100\%$  e  $x_K = x_I = 10,0 \text{ g}_w/\text{kg}_{da}$ ); quindi con un post-riscaldamento si arriva al punto di immissione I (*Figura 2014T-c*).

La potenzialità delle batterie di:

- raffreddamento e deumidificazione dal punto di miscela M fino al punto K sulla base della differenza di entalpia tra K ed M;
- post-riscaldamento dal punto K all'immissione I sulla base della differenza di entalpia tra I e K;

dovrà essere almeno pari a:

$$\dot{Q}_{MK} = \dot{m}_{da}(h_K - h_M) = 3,2 \text{ kg}_{da}/\text{s} \times (39,3 - 65,7) \text{ kJ}/\text{kg}_{da} = -84,5 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

$$\dot{Q}_{KI} = \dot{m}_{da}(h_I - h_K) = 3,2 \text{ kg}_{da}/\text{s} \times (41,4 - 39,3) \text{ kJ}/\text{kg}_{da} = 6,7 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

Tabella 2014T.1

**Condizionamento estivo\***

Stato dell'aria umida	T [°C]	$\phi$ [%]	x [g <sub>w</sub> /kg <sub>da</sub> ]	h [kJ/kg <sub>da</sub> ]
A (ambiente interno)	26	50	10,6	53,3
E (esterno)	30	67	18,2	76,7
I (immissione)	16	88	10,0	41,4
M (aria in uscita dal miscelatore)	28,1	60	14,6	65,7
S (raffreddamento fino alla saturazione)	19,9	100	14,6	57,2
K (aria raffreddata e deumidificata)	14,0	100	10,0	39,3

(\*) Nero: valori noti; rosso: valori ricavati.

- b) Nel condizionamento invernale conviene adottare la stessa portata d'aria secca ricavata per il condizionamento estivo (caso più gravoso):  $\dot{m}_{da} = 3,2 \text{ kg}_{da}/\text{s}$ ; rimangono anche invariate le portate di aria di rinnovo  $\dot{m}_{daE} = 1,7 \text{ kg}/\text{s}$  e di ricircolo  $\dot{m}_{daR} = 1,5 \text{ kg}/\text{s}$ .

Le proprietà termoigrometriche degli stati A ed E si leggono sul diagramma psicrometrico e sono riportate nella *Tabella 2014T.2-a*. Considerate le potenze assegnate di dispersione di calore in inverno  $\dot{Q}_{s,AE} = -44.000 \text{ W}$  e delle sorgenti interne  $\dot{Q}_{s,sources} = +10.000 \text{ W}$  e del carico termico sensibile relativo alle persone di  $70 \text{ W/pers}$  ( $\dot{Q}_{s,pers} = 7,0 \text{ kW}$ ), il carico termico sensibile diviene  $\dot{Q}_s = \dot{Q}_{s,AE} + \dot{Q}_{s,pers} + \dot{Q}_{s,sources} = -44 \text{ kW} + 7,0 \text{ kW} + 10 \text{ kW} = -27 \text{ kW}$ . In base al valore fissato inizialmente del carico termico latente per persona, il carico termico delle 100 persone che si trovano nel locale è  $\dot{Q}_l = 5,0 \text{ kW}$ . Il carico termico totale è  $\dot{Q}_t = \dot{Q}_s + \dot{Q}_l = -27 \text{ kW} + 5,0 \text{ kW} = -22 \text{ kW}$  e il fattore termico  $R$  vale:

$$\mathbf{39-29:} \quad R = \frac{\dot{Q}_s}{\dot{Q}_t} = \frac{-27 \text{ kW}}{-22 \text{ kW}} = 1,23$$

Una volta ottenuta la temperatura  $T_I = 28,4 \text{ }^\circ\text{C}$ , si traccia la retta di lavoro (parallela alla semiretta individuata dal fattore termico  $R = 1,23$  sulla lunula graduata) passante per il punto A ( $T_A = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $\phi_A = 50\%$ ). Il punto di immissione I risulterà determinato come intersezione tra  $T_I$  e la retta di lavoro (*Figura 2014T-d*). Noto il punto I, si possono rilevare sul diagramma psicrometrico tutte le grandezze che ne caratterizzano le proprietà termoigrometriche, compresa  $x_I$  (*Tabella 2014T.2-a*).

$$\mathbf{39-31:} \quad T_I \cong T_A - \frac{\dot{Q}_s}{\dot{m}_{da} c_{p,da}} = 20 \text{ }^\circ\text{C} - \frac{(-27 \text{ kW})}{3,2 \text{ kg}_{da}/\text{s} \times 1,006 \text{ kJ}/(\text{kg}_{da} \cdot \text{ }^\circ\text{C})} = 28,4 \text{ }^\circ\text{C}$$

Note  $\dot{m}_{daE}$  ed  $\dot{m}_{daR}$ , si ricava la temperatura  $T_M$ .

$$\mathbf{39-15'':} \quad T_M \cong \frac{\dot{m}_{daE} T_E + \dot{m}_{daR} T_A}{\dot{m}_{da}} = \frac{1,7 \frac{\text{kg}_{da}}{\text{s}} \times 3 \text{ }^\circ\text{C} + 1,5 \frac{\text{kg}_{da}}{\text{s}} \times 20 \text{ }^\circ\text{C}}{3,2 \text{ kg}_{da}/\text{s}} = 11 \text{ }^\circ\text{C}$$

Determinati il punto I di immissione e il punto M di miscelamento adiabatico come intersezione della temperatura  $T_M = 11 \text{ }^\circ\text{C}$  con il segmento EA, il processo di condizionamento avviene (*Figura 2014T-d*) con un preriscaldamento sensibile dallo stato M fino allo stato R a umidità specifica costante ( $x_R = x_M$ ), un'umidificazione isentalpica ( $h_R = h_S$ ) fino allo stato S sulla curva di saturazione e a un post-riscaldamento sensibile fino allo stato I. Del punto R, conosciamo soltanto  $x_R = x_M$ , informazione che non è sufficiente per definirne la posizione. Occorre allora procedere a ritroso dal punto di immissione I, che è già stato determinato. La trasformazione S-I di post-riscaldamento è una trasformazione a umidità specifica costante ( $x_S = x_I$ ) di una miscela che si ritiene uscire dall'umidificatore in condizioni di saturazione (umidità relativa  $\phi = 100\%$ ), dove dovrebbe trovarsi il punto S. In pratica una saturazione adiabatica completa non è mai realizzabile, ma il saturatore riesce a operare fino a valori di  $\phi = 70 \div 90\%$ . Facciamo allora l'ipotesi che il processo di saturazione adiabatica si fermi a un'umidità relativa  $\phi = 70\%$ ; leggiamo poi l'entalpia dello stato S come intersezione dell'umidità specifica  $x_S = x_I$  con la curva  $\phi = 70\%$ .

La potenzialità delle batterie dell'unità di trattamento aria (UTA) risulta:

$$\text{Pre-riscaldamento} \Rightarrow \dot{Q}_{MR} = \dot{m}_{da} (h_R - h_M) = 3,2 \text{ kg}_{da}/s \times (30,2 - 24,7) \text{ kJ/kg}_{da} = 17,6 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{Post-riscaldamento} \Rightarrow \dot{Q}_{SI} = \dot{m}_{da} (h_I - h_S) = 3,2 \text{ kg}_{da}/s \times (45,6 - 30,2) \text{ kJ/kg}_{da} = 49 \text{ kW} \quad \blacktriangleleft$$

La portata d'acqua da vaporizzare è:

$$\dot{m}_{H_2O} = \dot{m}_{da} (x_I - x_R) = 3,2 \text{ kg}_{da}/s \times (0,0066 - 0,0053) \text{ kg}_w/\text{kg}_{da} = 0,00416 \text{ kg}_w/s = 15,0 \text{ kg}_w/h \quad \blacktriangleleft$$

Tabella 2014T.2-a

**Condizionamento invernale\***

Stato dell'aria umida	T [°C]	φ [%]	x [g <sub>w</sub> /kg <sub>da</sub> ]	h [kJ/kg <sub>da</sub> ]
A (ambiente interno)	20	50	7,3	38,7
E (esterno)	3	77	3,6	12,0
I (immissione)	28,5	27	6,6	45,6
M (aria in uscita dal miscelatore)	11,1	65	5,3	24,7
R (riscaldamento sensibile)	16,5	45	5,3	30,2
S (umidificazione)	13,3	70	6,6	30,2

(\*) Nero: valori noti; rosso: valori ricavati.

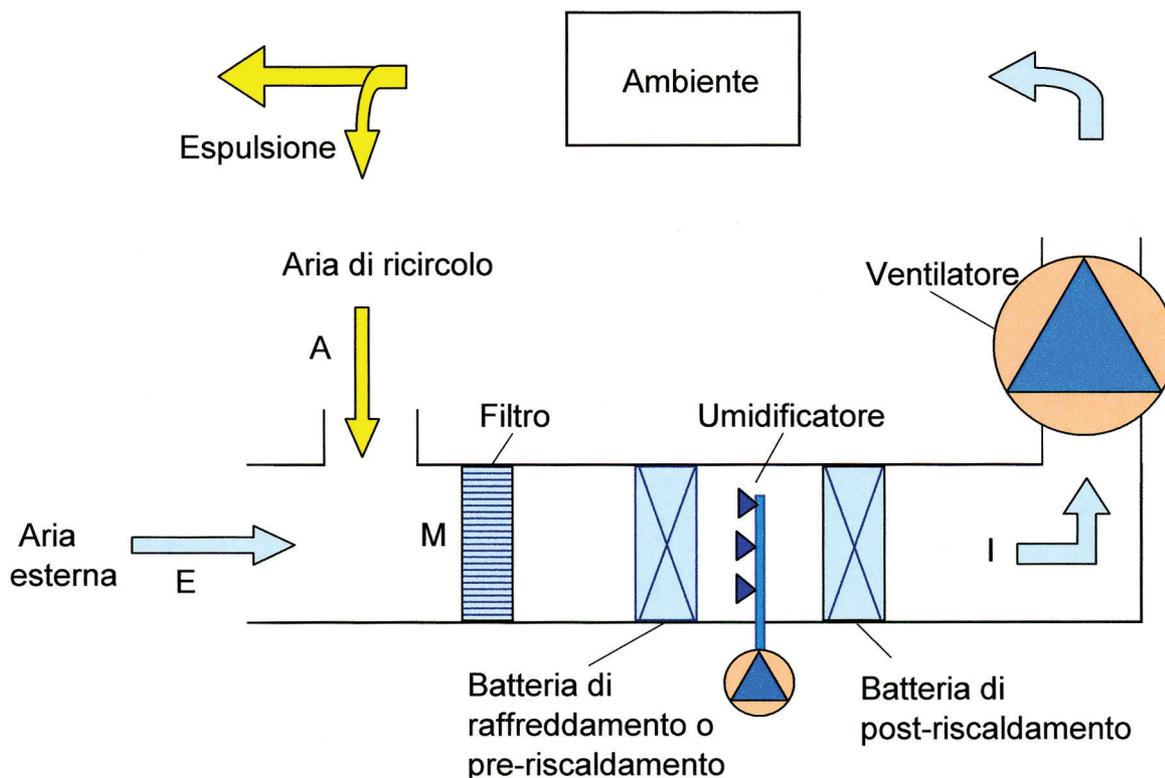


Fig. 2014T-b - Schema dell'impianto di trattamento a tutt'aria con miscela effettuata prima dell'ingresso nel condizionatore.

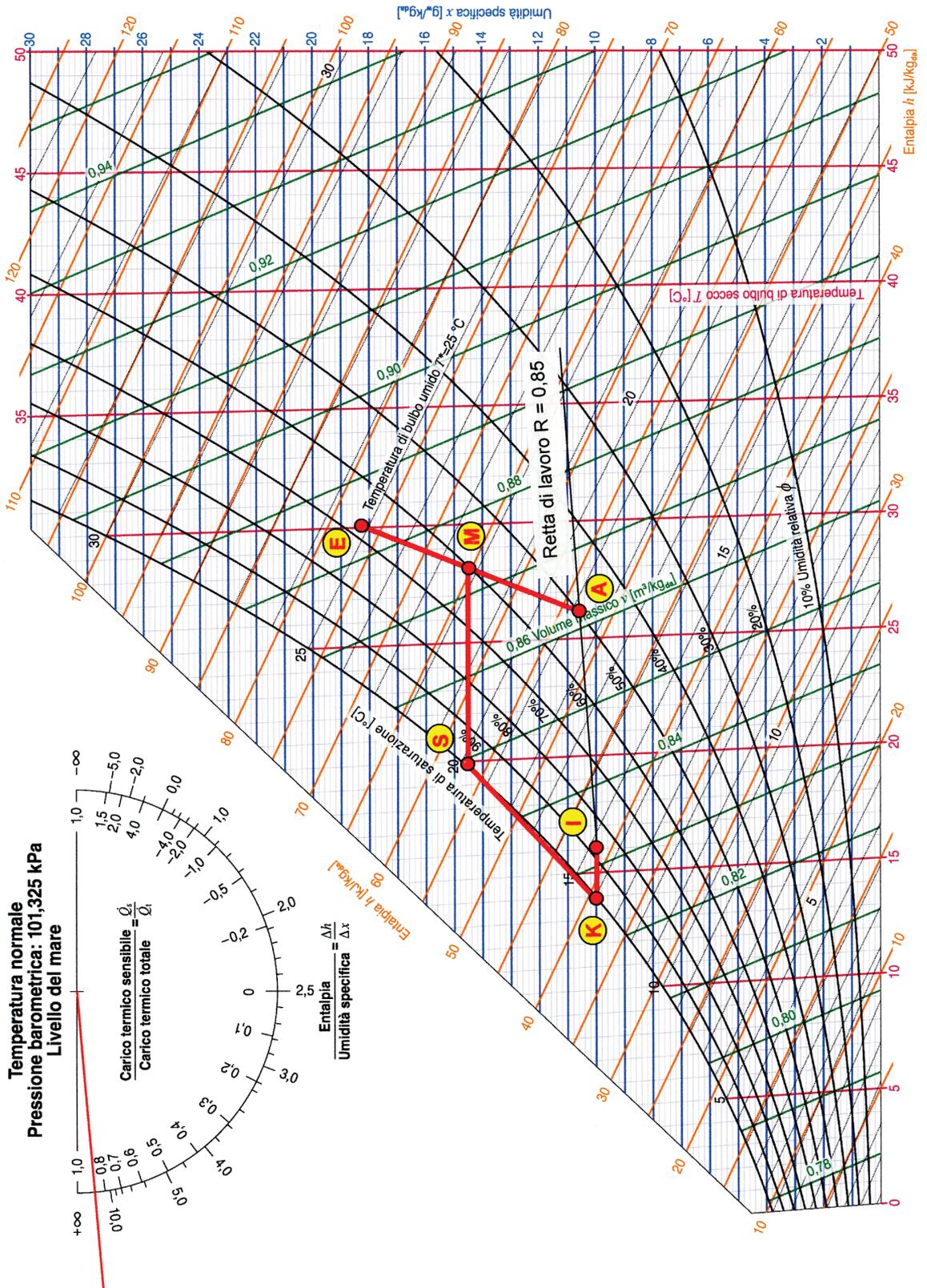


Fig. 2014T-c - Processo estivo sul diagramma ASHRAE.

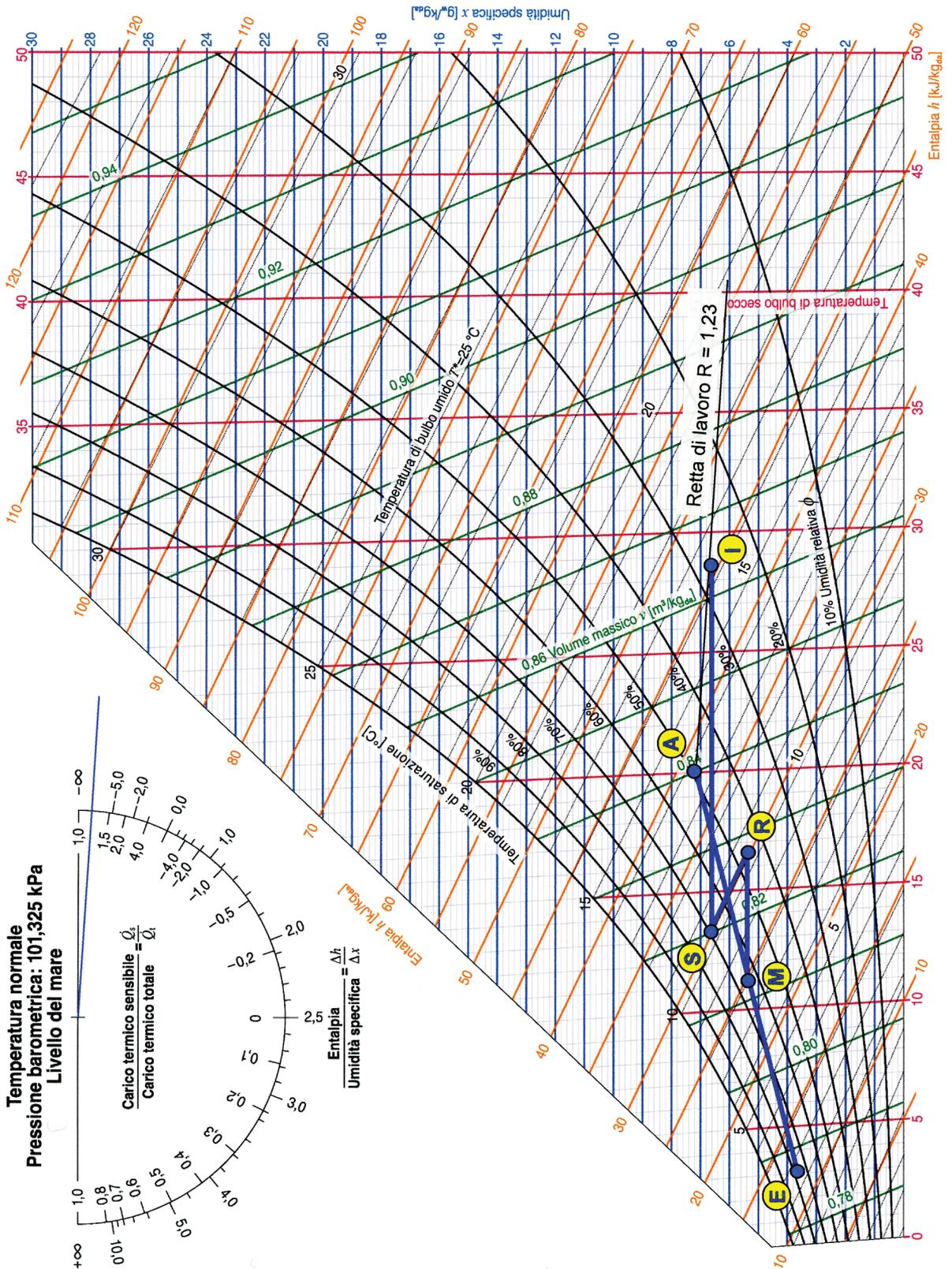


Fig. 2014T-d - Processo invernale sul diagramma ASHRAE.

## 2016. Ruote dentate e perno

Un motore elettrico (*Figura 2016-a*) aziona, tramite una coppia di ruote dentate cilindriche a denti dritti, un albero di trasmissione (1) alla cui estremità opposta risulta calettato un disco (2), il quale nella parte esterna porta un perno (3). Il perno scorre all'interno di una scanalatura praticata sul particolare (4), per la trasformazione del moto rotatorio dell'albero nel moto alternativo dello stesso particolare (4).

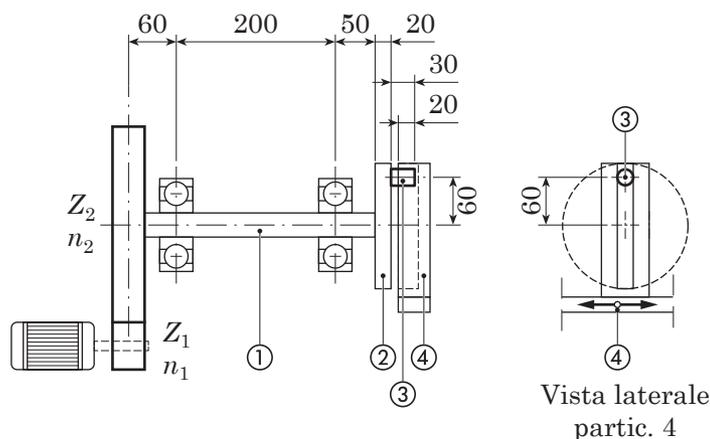


Fig. 2016-a

Si considerino i seguenti elementi di calcolo:

- potenza del motore elettrico:  $P = 4 \text{ kW}$ ;
- numero di giri del motore elettrico:  $n_1 = 1000 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$ ;
- numero di giri dell'albero di trasmissione (1):  $n_2 = 250 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$ .

Il candidato, accompagnando il calcolo con considerazioni tecniche congrue e coerenti, dopo aver scelto un acciaio per le ruote dentate e per il perno, e aver fissato con motivati criteri ogni altro parametro o elemento di calcolo eventualmente mancante e necessario:

- dimensioni la coppia di ruote dentate cilindriche a denti dritti;
- dimensioni il diametro del perno (3), in corrispondenza del punto morto superiore.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- potenza nominale del motore elettrico  $P = 4 \text{ kW}$  alla velocità di rotazione  $n_1 = 1000 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$ ;
- numero di giri albero condotto e ruota condotta  $n_2 = 250 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$ .

Quesiti:

- dimensionamento ingranaggio costituito da una coppia di ruote dentate cilindriche a denti dritti;
- dimensionamento del perno.

## 2. Schema dell'impianto

Figura 2016-a (allegata al tema).

## 3. Scelta dei dati mancanti

– Materiale delle ruote dentate e del perno: acciaio da bonifica C40 (resistenza a trazione

$$R_m = \sigma_u = 650 \div 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}, \text{ durezza Brinell } H_B \approx 190).$$

## 4. Soluzione

a) Calcoliamo il rapporto di trasmissione dell'ingranaggio e i momenti torcenti sulle due ruote (supponendo che tutta la potenza venga trasmessa, ovvero trascurando l'attrito):

$$25-4: \quad i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1000 \frac{\text{giri}}{\text{min}}}{250 \frac{\text{giri}}{\text{min}}} = 4$$

$$6-11: \quad \omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{2 \times 3,14 \times 1000 \frac{\text{giri}}{\text{min}}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \approx 104,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \omega_2 = \frac{2\pi n_2}{60} = \frac{2 \times 3,14 \times 250 \frac{\text{giri}}{\text{min}}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \approx 26,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$20-12: \quad M_{t1} = \frac{P}{\omega_1} = \frac{4000 \text{ W}}{104,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \approx 38,2 \text{ N}\cdot\text{m} = 38.200 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M_{t2} = \frac{P}{\omega_2} = \frac{4000 \text{ W}}{26,2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \approx 152,7 \text{ N}\cdot\text{m} = 152.700 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

b) Dimensionamento dell'ingranaggio (ricordiamo che il dimensionamento viene impostato sulla ruota più piccola, in questo caso la ruota 1):

Per evitare interferenza il numero di denti della ruota dentata più piccola deve risultare (*Tabella 25.1*):  $z_1 \geq z_{\min} = 16 \Rightarrow$  fissiamo  $z_1 = 18$  e dal rapporto di trasmissione calcoliamo il numero di denti della ruota più grande

$$z_2 \Rightarrow i = \frac{z_2}{z_1} = 4 \Rightarrow z_2 = z_1 \cdot i = 18 \cdot 4 = 72 \text{ denti.} \quad \blacktriangleleft$$

Ora bisogna determinare il modulo delle ruote dentate che garantisca la resistenza a flessione:

– Fissiamo (*Scheda 25.1*)  $\lambda = \frac{b}{m} = 10$ .

– Determiniamo (*Tabella 25.2*) il coefficiente di Lewis per una ruota dentata con  $z_1 = 18$  denti  
 $\Rightarrow Y = 0,309$ .

– Fissiamo una velocità periferica di primo tentativo  $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  e calcoliamo il coefficiente dinamico  $K_v$ .

*Tabella 25.3* 
$$K_v = \frac{3,05 + v}{3,05} = \frac{3,05 + 2}{3,05} \approx 1,65$$

– Calcoliamo la tensione ammissibile assumendo  $R_m = 700 \text{ MPa} = 700 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  e un fattore di sicurezza  $n = 4$

**19-12:** 
$$\sigma_{\text{amm}} = \frac{R_m}{n} = \frac{700 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{4} = 175 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Il modulo delle ruote dentate viene calcolato con la formula di Lewis

**25-29:** 
$$m_c = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot M_{t1} \cdot K_v}{\lambda \cdot Y \cdot z_1 \cdot \sigma_{\text{amm}}}} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 38.200 \text{ N} \cdot \text{mm} \times 1,65}{10 \times 0,309 \times 18 \times 175 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} \approx 2,35 \text{ mm}$$

Fissiamo (*Scheda 25.1*) un modulo unificato  $m = 2,5$  e calcoliamo la velocità periferica considerando tale modulo:

**25-2:**  $d_1 = m \cdot z_1 = 2,5 \text{ mm} \times 18 = 45 \text{ mm} \Rightarrow r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{45 \text{ mm}}{2} = 22,5 \text{ mm} = 0,0225 \text{ m}$

**6-13:** 
$$v = \omega_1 \cdot r_1 = 104,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 0,0225 \text{ m} \approx 2,36 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

il nuovo coefficiente dinamico risulterà  $K_v = \frac{3,05 + 2,36}{3,05} \approx 1,77 \Rightarrow$

il nuovo modulo calcolato  $m_c = \sqrt[3]{\frac{2 \times 38.200 \text{ N} \cdot \text{mm} \times 1,77}{10 \times 0,309 \times 18 \times 175 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} \approx 2,4 \text{ mm} \Rightarrow$

possiamo pertanto confermare come scelta il modulo unificato  $m = 2,5$ .

Verifichiamo a usura (verifica alla pressione specifica  $\sigma_c \leq p_{\text{amm}}$ ) l'ingranaggio prevedendo un numero di ore di funzionamento  $h = 8000$  ore:

– *Tabella 25.5*: Coefficiente che tiene conto dell'elasticità dei materiali a contatto

$$K' = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \text{ (acciaio su acciaio)}$$

$$- b = \lambda \cdot m = 10 \cdot 2,5 \text{ mm} = 25 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{25-30 e Nota 25.7:} \quad \sigma_c &= K' \cdot \sqrt[2]{\frac{2 \cdot M_{t1}}{b \cdot d_1^2} \cdot \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right)} \leq p_{\text{amm}} = 25 \cdot \frac{H_B}{\sqrt[6]{n_1 \cdot h}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sigma_c = K' \cdot \sqrt[2]{\frac{2 \cdot M_{t1}}{b \cdot d_1^2} \cdot \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right)} = \\ &= 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot \sqrt[2]{\frac{2 \times 38.200 \text{ N}\cdot\text{mm}}{25 \text{ mm} \times (45 \text{ mm})^2} \times \left(1 + \frac{18}{72}\right)} \approx 655 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \end{aligned}$$

$$p_{\text{amm}} = 25 \cdot \frac{H_B}{\sqrt[6]{n_1 \cdot h}} = 25 \times \frac{190}{\sqrt[6]{1000 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times 8000 \text{ ore}}} \approx 336 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Poiché la verifica non è soddisfatta aumentiamo il modulo  $m = 3,5$

$$- b = \lambda \cdot m = 10 \cdot 3,5 \text{ mm} = 35 \text{ mm}$$

$$- d_1 = m \cdot z_1 = 3,5 \text{ mm} \times 18 = 63 \text{ mm}$$

calcoliamo la nuova pressione specifica

$$\sigma_c = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot \sqrt[2]{\frac{2 \times 38.200 \text{ N}\cdot\text{mm}}{35 \text{ mm} \times (63 \text{ mm})^2} \times \left(1 + \frac{18}{72}\right)} \approx 395,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

La verifica non è ancora soddisfatta quindi adottiamo modulo  $m = 4$

$$- b = \lambda \cdot m = 10 \cdot 4 \text{ mm} = 40 \text{ mm}$$

$$- d_1 = m \cdot z_1 = 4 \text{ mm} \times 18 = 72 \text{ mm}$$

calcoliamo la nuova pressione specifica

$$\sigma_c = 477 \sqrt{\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} \cdot \sqrt[2]{\frac{2 \times 38.200 \text{ N}\cdot\text{mm}}{40 \text{ mm} \times (72 \text{ mm})^2} \times \left(1 + \frac{18}{72}\right)} \approx 323,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_{\text{amm}} = 336 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \Rightarrow$$

l'ingranaggio risulta verificato. ◀

I principali dati dell'ingranaggio sono riassunti nella seguente tabella:

Numero denti ruota motrice	$z_1 = 18$	◀
Numero denti ruota condotta	$z_2 = 72$	◀
Modulo	$m = 4$	◀
Diametro primitivo ruota motrice	$d_1 = m \cdot z_1 = 4 \text{ mm} \times 18 = 72 \text{ mm}$	◀
Diametro primitivo ruota condotta	$d_2 = m \cdot z_2 = 4 \text{ mm} \times 72 = 288 \text{ mm}$	◀
Interasse	$C = \frac{d_1 + d_2}{2} = 180 \text{ mm}$	◀
Larghezza dentatura	$b = \lambda \cdot m = 10 \cdot 4 \text{ mm} = 40 \text{ mm}$	◀
Addendum	$h_a = m = 4 \text{ mm}$	◀
Dedendum	$h_d = 1,25 \cdot m = 5 \text{ mm}$	◀

- c) A causa del momento torcente  $M_{t2}$  il perno, al punto morto superiore, sarà sollecitato da una forza  $F$  come mostrato in *Figura 2016-b*, il cui braccio  $r = 60 \text{ mm}$ .

$$\mathbf{2-2:} \quad M_{t2} = F \cdot r \Rightarrow F = \frac{M_{t2}}{r} = \frac{152.700 \text{ N} \cdot \text{mm}}{60 \text{ mm}} = 2545 \text{ N}$$

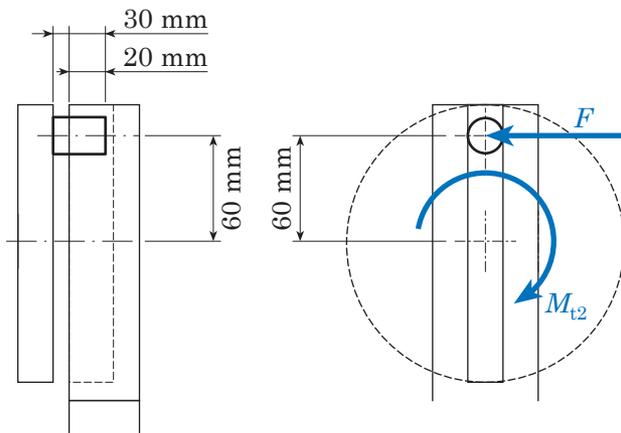


Fig. 2016-b - Particolare del contatto perno - scanalatura.

Il perno può essere schematizzato come una mensola incastrata lunga 30 mm soggetta a flessione con la forza che si può pensare applicata a metà della lunghezza di contatto (dei 30 mm di lunghezza del perno solo 20 mm sono impegnati nella scanalatura) tra perno e scanalatura (*Figura 2016-c*).

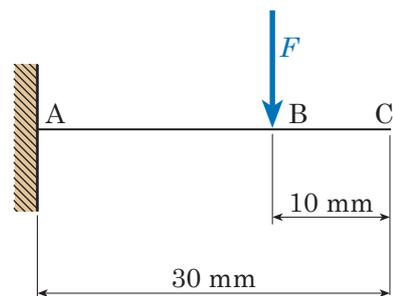


Fig. 2016-c - Schema del perno come mensola incastrata.

In *Figura 2016-d* è mostrato il diagramma di corpo libero della mensola con le reazioni vincolari e il relativo diagramma del momento flettente.

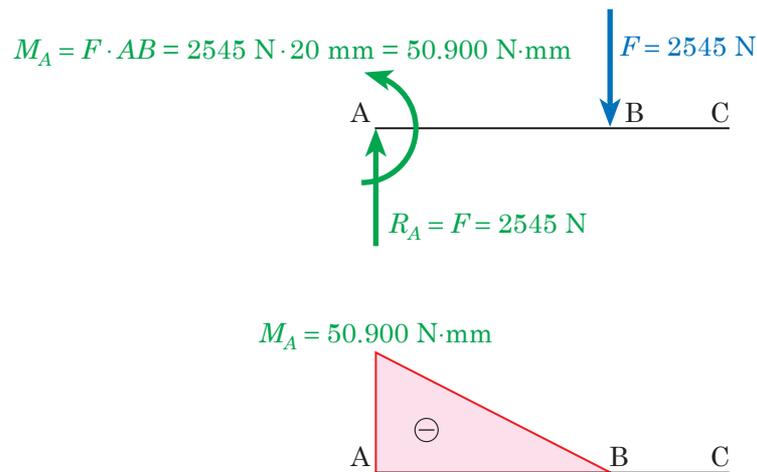


Fig. 2016-d - Diagramma di corpo libero con reazioni vincolari e diagramma del momento flettente.

Calcoliamo il diametro minimo a flessione considerando che la sezione più sollecitata è la sezione A e usando un fattore di sicurezza  $n = 4$ .

$$19-12: \quad \sigma_{\text{amm}} = \frac{R_m}{8} = \frac{700 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{8} = 87,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$44-1: \quad d_{\text{min}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \times 50.900 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\pi \times 87,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} \approx 18,1 \text{ mm}$$

Assumiamo come diametro effettivo del perno  $d = 20 \text{ mm}$ . Assumendo una pressione ammissibile  $p_{\text{amm}} = 8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  verifichiamo che la pressione media di contatto sia minore di tale valore, considerando che il perno è a contatto con la guida per una lunghezza  $l = 20 \text{ mm}$ .

$$44-8: \quad p = \frac{F}{d \cdot l} \leq p_{\text{amm}}$$

$$p = \frac{F}{d \cdot l} = \frac{2545 \text{ N}}{20 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}} \approx 6,36 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < p_{\text{amm}} = 8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \Rightarrow \text{il perno risulta verificato} \quad \blacktriangleleft$$

## 2018. Pompa volumetrica alternativa, meccanismo biella manovella, manovella d'estremità

Una pala eolica, tramite un complesso di ingranaggi e alberi, trasmette il moto rotatorio all'asse di una pompa a stantuffo con un rapporto di trasmissione pari a 1.

Assunti i seguenti dati:

- diametro pala eolica: 2 metri;
- velocità periferica massima della pala eolica: 100 km/h;
- portata della pompa:  $10 \text{ dm}^3/\text{s}$ ;
- prevalenza della pompa: 50 m;
- rapporto tra corsa  $C$  e diametro del pistone della pompa  $D$  pari a  $C/D = 1,5$ ;
- rapporto  $\mu = l/r = 4$  tra la lunghezza della biella  $l$  e il raggio di manovella  $r$ .

Il candidato, accompagnando l'elaborato con considerazioni tecniche congrue e coerenti, e dopo aver fissato con motivati criteri ogni altro parametro o elemento di calcolo eventualmente mancante e/o necessario, esegua:

- il dimensionamento del perno di estremità della manovella nella configurazione di allineamento tra biella e manovella in corrispondenza del PMS (punto morto superiore);
- il dimensionamento del perno di banco con manovellismo in quadratura;
- un disegno schematico quotato del meccanismo biella-manovella di azionamento della pompa e un disegno schematico quotato della manovella d'estremità.

### 1. Lettura dell'enunciato

Dati assegnati:

- diametro pale eoliche  $D_p = 2 \text{ m}$ ;
- velocità periferica massima pale  $v = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;
- prestazioni nominali della pompa: Prevalenza  $h_u = 50 \text{ m}$ , portata volumetrica media mandata  $\dot{V} = Q = 10 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} = 0,01 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ ;
- caratteristiche geometriche manovellismo:  $\frac{C}{D} = 1,5$  (la corsa può anche essere indicata con  $s$ ),  $\mu = \frac{l}{r} = 4$ ;
- rapporto di trasmissione della catena cinematica che trasmette il moto dall'albero delle pale eoliche all'albero della pompa  $i = 1$ .

Quesiti:

- dimensionamento del perno di estremità della manovella (al PMS), dimensionamento del perno di banco (in quadratura);
- disegni schematici quotati del meccanismo biella-manovella e della manovella d'estremità.

## 2. Schema dell'impianto

Figura 2018-a.

## 3. Scelta dei dati mancanti

- liquido acqua: densità (massa volumica)  $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , peso specifico  $\gamma = 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$ ;
- materiale del perno di manovella, albero/perno di banco, corpo manovella: acciaio da bonifica C40 (resistenza a trazione  $R_m = \sigma_u = 650 \div 800 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ );
- rendimento volumetrico della pompa  $\eta_v = 0,97$ ;
- rendimento meccanico o organico della pompa  $\eta_o = 0,98$ ;
- rendimento idraulico della pompa  $\eta_h = 0,87$ ;
- rendimento totale della pompa  $\eta_P = \eta_v \cdot \eta_o \cdot \eta_h = 0,97 \times 0,98 \times 0,87 \approx 0,83$ .

## 4. Soluzione

- Calcoliamo la velocità angolare e numero di giri delle pale eoliche:

$$\mathbf{6-13:} \quad v = \omega \cdot r \Rightarrow v = \omega \cdot \frac{D_p}{2} \Rightarrow \omega = \frac{2 \cdot v}{D_p} = \frac{2 \times 27,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ m}} = 27,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\mathbf{6-11:} \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \Rightarrow n = \frac{\omega \cdot 60}{2 \cdot \pi} = \frac{27,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}{2 \times \pi} \approx 256,6 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Poiché il rapporto di trasmissione totale risulta  $i = 1$ ,  $\omega$  ed  $n$  saranno anche i valori della velocità angolare e del numero di giri dell'albero della pompa.

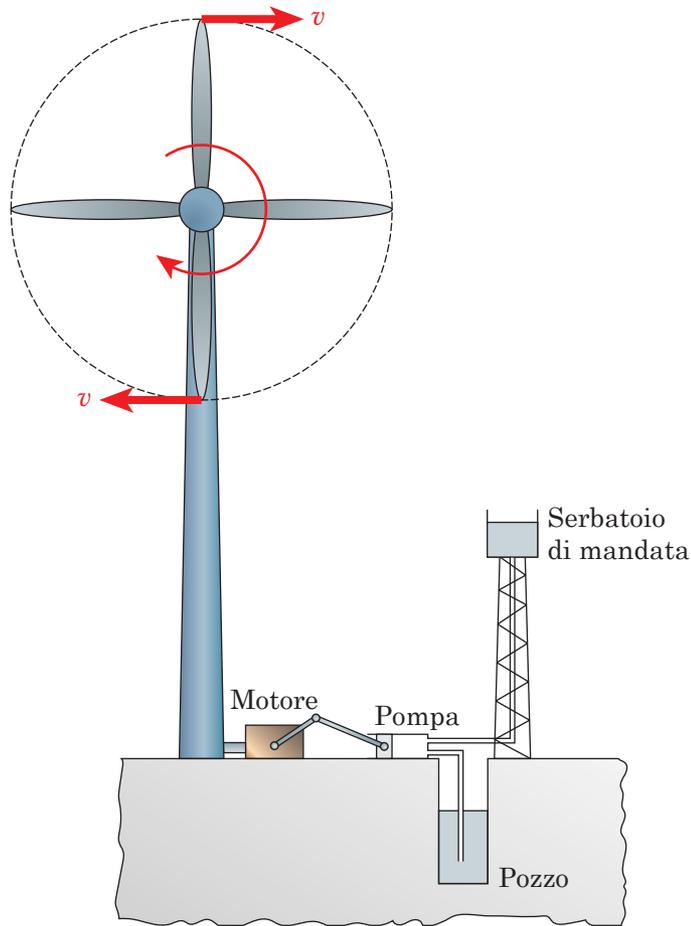


Fig. 2018-a - Possibile applicazione dell'impianto proposto in cui si ipotizza che la pompa aspiri acqua da un pozzo e la invii a un serbatoio posto su una incastellatura.

b) Calcoliamo i dati geometrici caratteristici del manovellismo e la potenza assorbita dalla pompa:

$$17-14: \quad V = \pi \cdot \frac{D^2}{4} \cdot C \Rightarrow V = \pi \cdot \frac{D^3}{4} \cdot \frac{C}{D} = 3,14 \times \frac{D^3}{4} \cdot 1,5 \approx 1,18 \times D^3$$

$$17-16: \quad \dot{V} = \eta_V \cdot V \cdot \frac{n}{60} \Rightarrow 0,01 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,97 \times 1,18 \times D^3 \times \frac{256,6 \frac{\text{giri}}{\text{min}}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,01 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 4,9 \frac{1}{\text{s}} \times D^3 \Rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{0,01 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{4,9 \frac{1}{\text{s}}}} \approx 0,126843 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Assumiamo } D = 0,128 \text{ m} = 128 \text{ mm}$$



$$\frac{C}{D} = 1,5 \Rightarrow C = D \cdot 1,5 = 128 \text{ mm} \times 1,5 = 192 \text{ mm}$$

Calcoliamo il raggio di manovella  $r$  e la lunghezza della biella  $l$ :

$$17-13: \quad C = 2 \cdot r \Rightarrow r = \frac{C}{2} = \frac{192 \text{ mm}}{2} = 96 \text{ mm}$$

$$48-1: \quad \mu = \frac{l}{r} \Rightarrow l = \mu \cdot r = 4 \times 96 \text{ mm} = 384 \text{ mm}$$

La velocità media del pistone risulta:

$$17-15: \quad v_p = \frac{2 \cdot n \cdot c}{60} = \frac{2 \times 256,6 \frac{\text{giri}}{\text{min}} \times 0,096 \text{ m}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \approx 0,82 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

In virtù del valore calcolato per la velocità media del pistone, la pompa può essere considerata appartenente alla categoria delle pompe normali<sup>17.8</sup>.

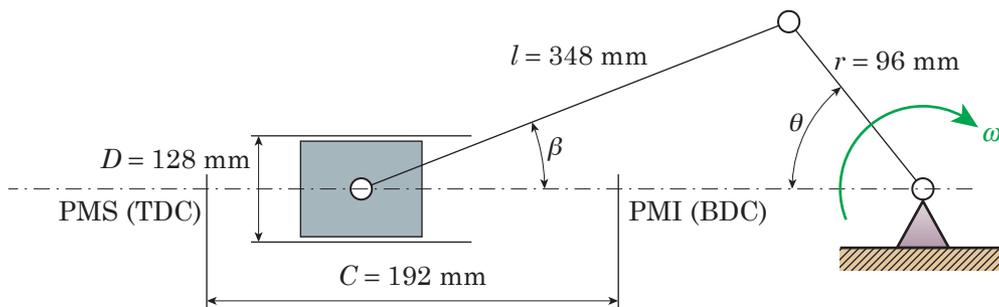


Fig. 2018-b - Rappresentazione schematica, non in scala, del meccanismo biella manovella.

La pompa in esame assorbe la seguente potenza:

$$14-2: \quad \Delta p = \gamma \cdot h_u = 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 50 \text{ m} = 490.500 \text{ Pa}$$

$$17-18: \quad P_a = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta_p} = \frac{0,01 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 490.500 \text{ Pa}}{0,83} \approx 5910 \text{ W}$$

c) Dimensioniamo il perno d'estremità della manovella al PMS.

In virtù del relativamente basso numero di giri le forze d'inerzia possono essere trascurate e la forza massima agente sul pistone può essere stimata, assumendo  $p_{\max} = \Delta p$ , nel seguente modo:

$$48-14: \quad F_{\max} = \frac{p_{\max} \cdot A_{\text{pistone}}}{\eta_o} = \frac{490.500 \text{ Pa} \times \frac{\pi \times (0,128 \text{ m})^2}{4}}{0,98} \approx 6437 \text{ N}$$

Fissiamo:

– rapporto tra lunghezza e diametro del perno  $\frac{l_{\text{perno}}}{d} = 1,5$ ;

– pressione ammissibile  $p_{\text{amm}} = 9 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ ;

– fattore di sicurezza  $n = 8 \Rightarrow \sigma_{\text{amm,f}} = \frac{R_m}{n} = \frac{700 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{8} = 87,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ .

Calcoliamo il diametro minimo del perno a flessione e poi lo verifichiamo a pressione ammissibile:

$$44-7: \quad d_{\min} = \sqrt{\frac{5 \cdot F_{\max}}{\sigma_{\text{amm,f}}} \cdot \left(\frac{l_{\text{perno}}}{d}\right)} = \sqrt{\frac{5 \times 6437 \text{ N}}{87,5 \text{ MPa}} \times 1,5} \approx 23,48 \text{ mm} \Rightarrow \text{Assumiamo } d = 24 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$l_{\text{perno}} = 1,5 \cdot d = 36 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$44-8: \quad p = \frac{F_{\max}}{l_{\text{perno}} \cdot d} = \frac{6437 \text{ N}}{36 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}} \approx 7,45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  poiché  $p < p_{\text{amm}}$  il perno risulta verificato  $\blacktriangleleft$

Considerando che la velocità di rotazione  $n$  risulta relativamente bassa, si può omettere la verifica a riscaldamento.

Dimensionato il perno è possibile, mediante le formule riportate in *Figura 48.36*, calcolare le dimensioni degli altri elementi geometrici della manovella che dipendono da  $d$ .

Diametro del mozzo del perno di manovella  $d_1 = (2 \div 2,5) \cdot d \Rightarrow d_1 = 2 \cdot d \Rightarrow d_1 = 48 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$

Lunghezza mozzo (perno smontabile)  $l_1 = (1,5 \div 1,7) \cdot d \Rightarrow l_1 = 1,5 \cdot d \Rightarrow l_1 = 36 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$

Spessore braccio manovella  $b = (0,7 \div 0,9) \cdot d \Rightarrow b = 0,75 \cdot d \Rightarrow b = 18 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$

Distanza tra mezzeria perno manovella e mezzeria braccio  $c = (l_{\text{perno}} + b) / 2 \Rightarrow c = 27 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$

Distanza tra mezzeria perno manovella e mezzeria perno di banco  $L_2 = 3,5 \cdot d \Rightarrow L_2 = 84 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$

d) Dimensionamento del perno di banco in quadratura:

Calcoliamo l'angolo formato tra l'asse della biella e la direzione orizzontale quando biella e manovella formano un angolo di  $90^\circ$  (quadratura):

$$48-21: \quad \tan \beta = \frac{r}{l} = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{4} \Rightarrow \beta = \arctan 0,25 \approx 14^\circ \quad \blacktriangleleft$$

La componente della forza diretta lungo l'asse della biella risulta:

$$48-10: \quad F_b = \frac{F}{\cos \beta} = \frac{6437 \text{ N}}{\cos 14^\circ} \approx 6634 \text{ N} \quad \blacktriangleleft$$

Il perno di banco è soggetto a flessione torsione dove momento flettente e torcente risultano rispettivamente:

$$M_f = F_b \cdot L_2 = 6634 \text{ N} \times 84 \text{ mm} = 557.256 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$M_t = F_b \cdot r = 6634 \text{ N} \times 96 \text{ mm} = 636.864 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad \blacktriangleleft$$

Calcoliamo il momento flettente ideale e il diametro minimo del perno di banco (adottiamo lo stesso valore di  $\sigma_{\text{amm},f}$  già utilizzato per dimensionare il perno di estremità della manovella):

$$21-5: \quad M_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f^2 + 0,75 \cdot M_t^2} = \sqrt{(557.256 \text{ N} \cdot \text{mm})^2 + 0,75 \cdot (636.864 \text{ N} \cdot \text{mm})^2} \approx 784.048 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$44-3: \quad D_{\text{min}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{f,\text{id}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm},f}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \times 784.048 \text{ N} \cdot \text{mm}}{\pi \times 87,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} \approx 45,03 \text{ mm} \Rightarrow \text{maggioriamo il dia-}$$

metro minimo calcolato del  $20 \div 25\%$  (in modo da tenere conto della riduzione di sezione resistente dovuta alla linguetta che verrà utilizzata per collegare l'estremità dell'albero alla manovella) e assumiamo come diametro effettivo  $D = 56 \text{ mm}$ .  $\blacktriangleleft$

Le altre dimensioni della manovella possono essere calcolate con le formule di *Figura 48.36*.

$$\text{Diametro del mozzo del perno di banco } D_1 = (1,8 \div 2) \cdot D \Rightarrow D_1 = 1,8 \cdot D \Rightarrow D_1 = 100 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{Diametro estremità albero da collegare al mozzo } D' = 0,9 \cdot D \Rightarrow D' = 51 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{Lunghezza mozzo all'estremità dell'albero (con linguetta) } L_1 = (1 \div 1,2) \cdot D' \Rightarrow \\ \Rightarrow L_1 = 1,2 \cdot D' = 60 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{Larghezza sezione tangente al cerchio di diametro } d_1 \quad a_1 = 1,1 \cdot d_1 \Rightarrow a_1 = 53 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

$$\text{Larghezza sezione tangente al cerchio di diametro } D_1 \quad a_2 = 0,9 \cdot D_1 \Rightarrow a_2 = 90 \text{ mm} \quad \blacktriangleleft$$

Dalla *Tabella 44.2* scegliamo una linguetta per un albero avente diametro  $D' = 51 \text{ mm} \Rightarrow$  linguetta di tipo A  $b \times h \times l = 16 \times 10 \times 56$  con profondità della cava  $t_1 = 6 \text{ mm} \Rightarrow D' - t_1 = 45 \text{ mm} > D_{\text{min}}$  pertanto la sezione risulta verificata (si tenga inoltre presente che in mezzeria dell'estremità di albero di diametro  $D'$  il momento flettente è inferiore a quello utilizzato per calcolare  $D_{\text{min}}$  essendo il braccio della forza  $F_b$  più basso)  $\blacktriangleleft$

La lunghezza del perno di banco può essere calcolata fissando un rapporto diametro lunghezza pari a 1,5  $\Rightarrow L = 1,5 \times D = 84 \text{ mm}$  (poiché le dimensioni del diametro e della lunghezza del perno di banco sono superiori a quelle del perno di manovella, la verifica a pressione ammissibile è automaticamente soddisfatta). Le principali dimensioni della manovella sono indicate nella seguente figura.

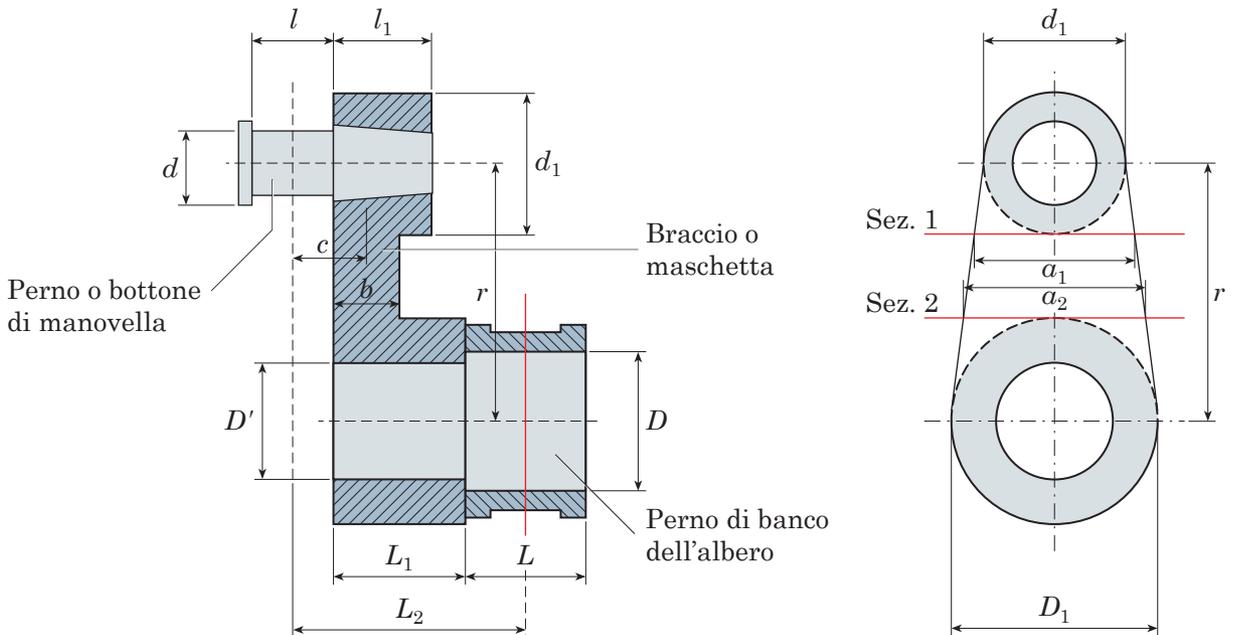


Fig. 2018-c - Rappresentazione della manovella d'estremità con indicazione dei principali elementi geometrici quotati.

## 5. Osservazioni

1. Al termine del dimensionamento la lunghezza  $L_2$  effettiva risulta:  $L_2 = \frac{l_{\text{perno}}}{2} + L_1 + \frac{L}{2} = 120 \text{ mm}$ .

Pertanto l'effettivo momento flettente, per il calcolo a flessione torsione del perno di banco, assumerà il seguente valore:  $M_f = F_b \cdot L_2 = 6634 \text{ N} \times 120 \text{ mm} = 796.080 \text{ N}\cdot\text{mm}$   $\Rightarrow$  quindi il momento flettente ideale diventa:

$$M_{f, \text{id}} = \sqrt{M_f^2 + 0,75 \cdot M_t^2} = \sqrt{(796.080 \text{ N}\cdot\text{mm})^2 + 0,75 \cdot (636.864 \text{ N}\cdot\text{mm})^2} \approx 968.473 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

e il diametro minimo:

$$D_{\text{min}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{f, \text{id}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm}, f}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \times 968.473 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 87,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} \approx 48,3 \text{ mm} < D = 56 \text{ mm} \Rightarrow \text{sezione verificata} \blacktriangleleft$$

2. Possiamo verificare a flessione anche il diametro  $D'$  considerando che il momento flettente in mezzzeria risulta inferiore a quello calcolato nel punto 1) poiché il braccio è più piccolo:

$$M'_f = F_b \cdot \left( \frac{l_{\text{perno}} + L_1}{2} \right) = 6634 \text{ N} \times 48 \text{ mm} = 318.432 \text{ N}\cdot\text{mm} \Rightarrow \text{ il momento flettente}$$

ideale risulta

$$M'_{f,\text{id}} = \sqrt{M_f'^2 + 0,75 \cdot M_t^2} = \sqrt{(318.432 \text{ N}\cdot\text{mm})^2 + 0,75 \cdot (636.864 \text{ N}\cdot\text{mm})^2} = 636.864 \text{ N}\cdot\text{mm} \Rightarrow$$

e il diametro minimo diventa

$$D'_{\text{min}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M'_{f,\text{id}}}{\pi \cdot \sigma_{\text{amm},f}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \times 636.864 \text{ N}\cdot\text{mm}}{\pi \times 87,5 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} \approx 42 \text{ mm} < (D' - t_1) = 45 \text{ mm} \Rightarrow$$

sezione verificata ▶

3. Nella presente traccia d'esame non era richiesta la verifica delle sezioni tangenti ai mozzi (sez. 1 e sez. 2 di *Figura 2018-c*) per la quale si rimanda alla traccia d'esame del 2004.