

2

Approfondiamo la terza legge di Keplero

La terza legge di Keplero afferma che il rapporto tra il cubo della distanza media di un pianeta dal Sole e il quadrato del suo tempo di rivoluzione è costante per tutti i pianeti. Indicando la distanza con d e il tempo necessario per compiere un'orbita completa con T si ha la formula:

$$T^2 = k d^3$$

dove k è una costante. In particolare se il tempo viene espresso in anni e la distanza in Unità Astronomiche, il valore di k è 1, per cui la formula diventa:

$$T^2 = d^3$$

Tale legge ha due importanti conseguenze (Figura 1):

1. il tempo necessario a percorrere un'orbita completa è maggiore per i pianeti più lontani che per quelli più vicini;
2. la velocità con la quale un pianeta descrive la sua orbita intorno al Sole è maggiore per i pianeti più vicini e minore per quelli più lontani.

Cerchiamo ora di capirle un po' meglio: per la terza legge di Keplero i pianeti più lontani dal Sole impiegano un tempo maggiore per percorrere la loro orbita. A una prima analisi potrebbe sembrare molto semplice capirne il perché: un pianeta più lontano deve infatti compiere un giro più lungo, per cui impiega un tempo maggiore. Ma è solamente così?

Analizziamo meglio la formula $T^2 = d^3$, che vale quando il tempo è espresso in anni e la distanza in Unità Astronomiche.

Da questa formula si può facilmente ricavare la formula inversa per calcolare il tempo conoscendo la distanza:

$$T = \sqrt{d^3}$$

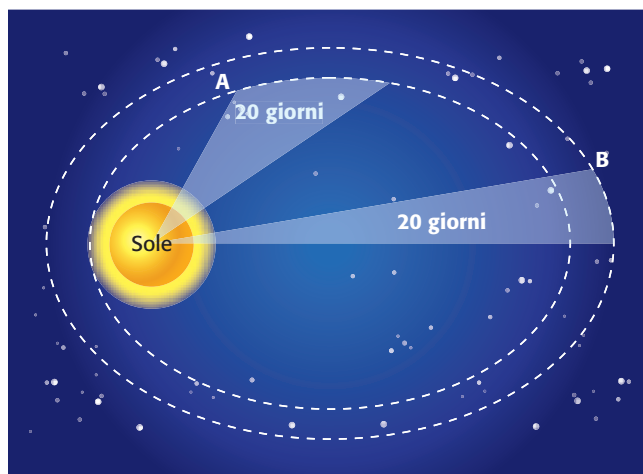


Figura 1 I pianeti più lontani impiegano un tempo maggiore per descrivere la loro orbita intorno al Sole sia perché devono compiere un tragitto più lungo, sia perché sono meno veloci.

Consideriamo ora due ipotetici pianeti A e B, il primo alla distanza di 1 U.A. e il secondo alla distanza di 2 U.A. Assumendo le due orbite come circolari, è facile calcolare le lunghezze delle loro orbite (basta moltiplicare le loro distanze dal Sole per 2π): il pianeta B descrive un'orbita di lunghezza doppia rispetto a quella del pianeta A. Calcoliamo ora i tempi impiegati dai due pianeti a percorrerle. Per il pianeta A:

$$T = \sqrt{1^3} = \sqrt{1} = 1 \text{ anno}$$

Per il pianeta B:

$$T = \sqrt{2^3} = \sqrt{8} = 2,828 \text{ anni}$$

Come vedi, il pianeta B per percorrere un'orbita di lunghezza doppia rispetto a quella di A non impiega un tempo doppio (2 anni), ma un tempo quasi triplo. Ciò vuol dire che non solo deve compiere un percorso più lungo, ma che è anche meno veloce.

