

Dimostrazione della formula: $\lambda_{\min(\text{Eulero})} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}}$

La formula di Eulero:

$$P_{\text{crit (Eulero)}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{l_1^2}$$

può anche scriversi, dividendo entrambi i membri per A (area della sezione normale dell'asta):

$$\frac{P_{\text{crit (Eulero)}}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{l_1^2 \cdot A} \quad (1)$$

Indicando con $\sigma_{\text{crit (Eulero)}}$ (tensione critica euleriana) il rapporto $\frac{P_{\text{crit (Eulero)}}}{A}$, la (1) diviene:

$$\sigma_{\text{crit (Eulero)}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{l_1^2 \cdot A} \quad (2)$$

Essendo:

$$\lambda = \frac{l_1}{i_{\min}} \quad (3)$$

e:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} \quad (4)$$

sostituendo la (4) nella (3) si ricava:

$$\lambda = \frac{l_1}{\sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}} \quad (5)$$

Elevando al quadrato entrambi i membri della (5) otteniamo:

$$\lambda^2 = \frac{l_1^2 \cdot A}{I_{\min}} \quad (5')$$

Invertendo entrambi i membri della (5') si ha:

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{I_{\min}}{l_1^2 \cdot A} \quad (6)$$

Sostituendo la (6) nella (2) abbiamo infine:

$$\sigma_{\text{crit (Eulero)}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{l_1^2 \cdot A} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \quad (7)$$

Imponendo che la tensione critica euleriana $\sigma_{\text{crit (Eulero)}}$ non sia maggiore del carico unitario di scostamento dalla proporzionalità $R_{p0,2}$ scriveremo:

$$\sigma_{\text{crit (Eulero)}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \leq R_{p0,2} \quad (8)$$

Dalla (8) ricaviamo infine:

$$\lambda^2 \geq \frac{\pi^2 \cdot E}{R_{p0,2}}$$

ovvero:

$$\lambda_{\text{min (Eulero)}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_{p0,2}}}$$