**Dimostrazione della formula di calcolo del modulo minimo della dentatura di**

**19**

**un ingranaggio conico a denti diritti, in funzione della potenza da trasmettere:**

***m* =**

**mediante elaborazione dell’espressione di Lewis**

***mm*** ***=*** (1)

ove:

*kd =* carico di sicurezza a fatica (N/mm2)

*P*1 = potenza da trasmettere (kW)

*y* = coefficiente di Lewis

*z* = numero di denti della ruota dentata

con:

*b* = lunghezza del dente (mm)

= coefficiente ricavato dal coefficiente *y* di Lewis

= angolo di semiapertura del cono primitivo

*m* = modulo (mm)

*mm* = modulo medio, cioè modulo calcolato in funzione del diametro medio (mm)

*n* = velocità di rotazione della ruota dentata (giri/min)

--------------------------

Indicando con *d*medio il diametro medio, cioè il diametro misurato in corrispondenza di (Figura 1), sarà:

*mm* =

da cui:

*dm*  = *mm* *z*

*rm* = =

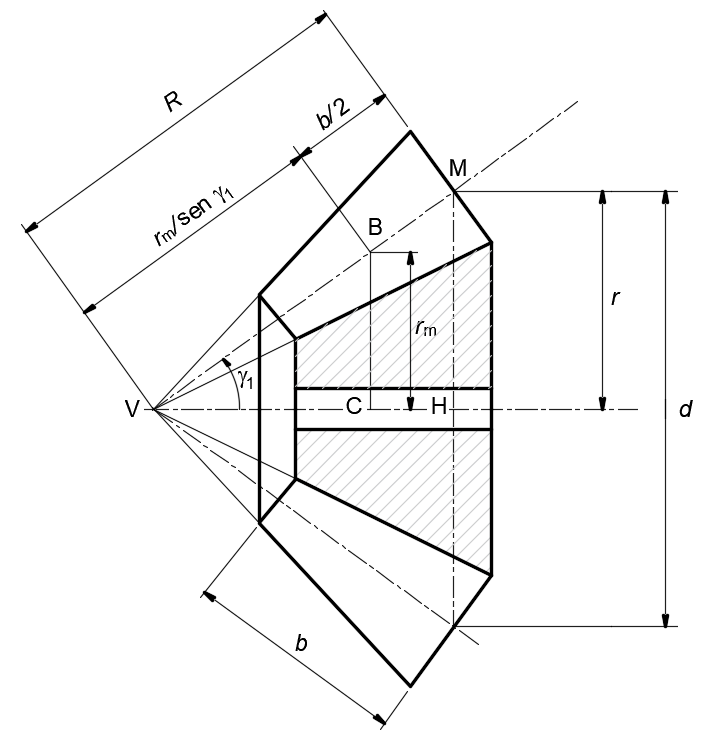


Figura 1

Il diametro primitivo (*d*) è il diametro massimo del tronco di cono primitivo; essendo:

*m* =

si ha:

*d*  = *m* *z*

*r* = =

Per effetto della similitudine fra i triangoli MHV e BCV si scriverà la proporzione:

MH : BC = MV : BV

ovvero:

*r* : *rm* = *R* : BV

cioè:

: = (  + ) :  (2)

essendo:

*R* = (  + )

BV =

Dalla (2) si ricava:

= (3)

Ponendo nella (3):

*rm* =

e:

*b* = *mm*

si ottiene:

*m* = *mm* = *mm* = *mm*

e, in definitiva:

*m* = *mm* (4)

---------------------------------------------------------------

Ricordiamo che sussiste la relazione:

*v* =  =

con:

*v* = velocità periferica della ruota dentata (m/s)

*=* velocità angolare della ruota dentata (rad/s)

*r* = raggio della circonferenza primitiva della ruota dentata (m)

*d* = diametro della circonferenza primitiva della ruota dentata (m) (*d* = 2 *r*)

*n* = velocità di rotazione della ruota dentata (giri/min)

Dovendosi esprimere *d* in metri quando normalmente lo si misura in millimetri occorrerà ricorrere alla relazione per cui, numericamente, si ha:

*d* (m) = *d* (mm) 10-3

Risulta:

*v* (m/s) =

cioè, estraendo la radice quadrata da entrambi i membri:

Poniamo nella (1) l’espressione:

***kd =***

che riterremo valida per *v* 1 m/s, nella quale:

= carico di sicurezza statico del materiale costituente la ruota dentata (N/mm2).

Riesce allora:

*kd = =*

e, di conseguenza, possiamo scrivere la (1) nel modo seguente:

*m = = =*

*=* (5)

Essendo poi:

*d = m z* (6)

sostituendo la (6) nella (5) si ricava:

*m =* (7)

ovvero, elevando alla sesta potenza ambo i membri della (7) :

*m*6 = (8)

Semplificando, si ha:

*m*5 =

da cui, elevando a ambo i membri, si ottiene:

*m* =

Raggruppando i valori numerici, si ha:

*m* = =

= 2 0,4

0,1837 = 0,1837

In definitiva, dalla formula iniziale di Lewis si è ricavata l’espressione:

*m* = 0,1837 (9)

---------------------------------------------

Ricordiamo che, detta *P*1 la potenza trasmessa dall’albero sul quale è calettata la ruota dentata, vale la relazione:

*M*1 = (10)

Essendo:

la (10) può scriversi:

*M*1 = = = (11)

ove *M*1 è misurato in Nm, *P*1 in watt e *n*1 in giri/min.

Se però la potenza viene espressa in kW, la (11) diviene:

*M*1 (Nm) = 9549,3 (12)

Essendo:

*M*1 (Nmm) = 103 *M*1 (Nm)

*M*1 (Nmm) = 10 3 9549,3

sostituendo la (12) nella (9) e misurando *M*1 in Nmm per rispettare l’omogeneità

dimensionale dei parametri della frazione , si ricava:

*m* = 0,1837 = 0,1837

0,1837 10 1,2 9549,3 0,4

113,79 114

ove *P*1 è misurato in kW, in N/mm2, *n*1 in giri/min (o: rpm).

In definitiva, si è ricavata l’espressione:

*m* 114 (13)

Ponendo:

= 114 (14)

con: *z* 12

la (13) diviene:

***m***  (15)

Ricordiamo che le unità di misura con cui nella (15) viene calcolato il modulo sono le seguenti:

*m* = mm

e = coefficienti adimensionali

= kW

= N/mm2

*n*1 = giri/min

I valori di , ricavati dai coefficienti di Lewis (*y*) applicando l’espressione (14), sono elencati, in funzione del numero di denti della ruota dentata, in Tabella 11.4 del secondo volume.

Riassumiamo i risultati ottenuti:

1. Abbiamo dimostrato la relazione:

***m* = *mm*** (16)

1. Ricordiamo che l’espressione del modulo medio vale, secondo Lewis:

***mm =***  (17)

1. Abbiamo però dimostrato che l’espressione di Lewis:

(18)

è equivalente alla relazione :

(19)

ovvero si ha:

**=**  (20)

1. Possiamo allora scrivere, dalla (17) e dalla (20):

***mm = =***

e, in base alla (16):

***m* = *mm* =**

ovvero:

*m* =

-------------------------------------------------------------------------------------------------------