

Effetti della temperatura su una trave doppiamente incastrata

Dimostrazione della formula: $\sigma = \alpha \cdot E \cdot \Delta T^\circ$

L'allungamento $(+\Delta l)_T$ prodotto dall'incremento $+\Delta T^\circ$ di temperatura vale:

$$(+\Delta l)_T = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T^\circ \quad (1)$$

D'altra parte l'allungamento $(+\Delta l)_T$ è impedito dalla reazione R dei vincoli (**Figura 1**); la trave allora si comporta come se fosse soggetta a una forza assiale di compressione R capace di produrre un accorciamento $(-\Delta l)_R$ uguale e di senso opposto a $(+\Delta l)_T$. In base alla relazione:

$$-\Delta l = \frac{F \cdot l_0}{E \cdot A}$$

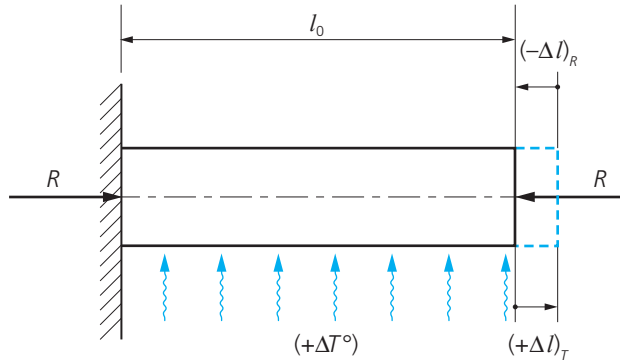
dovrà risultare:

$$|(-\Delta l)_R| = \frac{R \cdot l_0}{E \cdot A} \quad (2)$$

dove A è l'area della sezione normale della trave.

Figura 1

Mantenimento della lunghezza iniziale di una trave doppiamente incastrata, soggetta a un incremento di temperatura $+\Delta T^\circ$. La reazione vincolare R contrasta l'allungamento, cioè: $(+\Delta l)_T = (-\Delta l)_R$.



Imponendo che sia:

$$(+\Delta l)_T = |(-\Delta l)_R| \quad (3)$$

si ricava, sostituendo la (1) e la (2) nella (3):

$$\sigma \cdot l_0 \cdot \Delta T^\circ = \frac{R \cdot l_0}{E \cdot A}$$

da cui si ottiene:

$$\sigma \cdot E \cdot \Delta T^\circ = \frac{R}{A}$$

Dato che il rapporto R/A rappresenta la tensione interna di compressione σ , si ottiene infine:

$$\sigma = \alpha \cdot E \cdot \Delta T^\circ$$