

Espressioni relative alle trasformazioni adiabatiche

L'equazione caratteristica dei gas perfetti:

$$p \cdot v = R \cdot T$$

può scriversi, moltiplicando entrambi i membri per v^{k-1} :

$$p \cdot v \cdot v^{k-1} = R \cdot T \cdot v^{k-1} \quad (1)$$

Il primo membro della (1) vale:

$$p \cdot v^{(1+k-1)} = p \cdot v^k$$

Pertanto l'equazione caratterizzante le trasformazioni adiabatiche:

$$p \cdot v^k = \text{cost.} \quad (2)$$

per la (1) può essere scritta:

$$R \cdot T \cdot v^{k-1} = \text{cost.}$$

Questa espressione, dal momento che R è costante, diviene:

$$T \cdot v^{k-1} = \text{cost.}$$

ovvero:

$$T_1 \cdot v_1^{k-1} = T_2 \cdot v_2^{k-1} \quad (3)$$

D'altra parte, la relazione (2): $p \cdot v^k = \text{cost.}$ si può anche scrivere:

$$(p \cdot v^k)^{\frac{k-1}{k}} = \text{cost.}$$

ovvero:

$$p^{\frac{k-1}{k}} \cdot v^{k-1} = \text{cost.} \quad (4)$$

Se si dividono membro a membro la (3) e la (4), si ottiene:

$$\frac{T \cdot v^{k-1}}{p^{\frac{k-1}{k}} \cdot v^{k-1}} = \text{cost.}$$

da cui:

$$\frac{T}{p^{\frac{k-1}{k}}} = \text{cost.} \quad (5)$$

ovvero:

$$\frac{T_1}{p_1^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{T_2}{p_2^{\frac{k-1}{k}}}$$

Quindi in una trasformazione adiabatica la pressione, il volume massico e la temperatura variano secondo le relazioni (2), (3) e (5).

Espressioni del lavoro scambiato dal gas durante una trasformazione adiabatica

Si può dimostrare che lavoro L_{12} prodotto o ricevuto dal gas durante una trasformazione adiabatica vale:

$$L_{12} = \frac{1}{k-1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \quad [\text{J}] \quad (6)$$

Ulteriori espressioni del lavoro scambiato in una trasformazione adiabatica sono:

$$L_{12} = \frac{1}{k-1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] \quad [\text{J}] \quad (7)$$

$$L_{12} = m \cdot \frac{R \cdot T_1}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right] \quad [\text{J}] \quad (8)$$

$$L_{12} = m \cdot \frac{R \cdot T_1}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \quad [\text{J}] \quad (9)$$

$$L_{12} = m \cdot \frac{R \cdot (T_2 - T_1)}{k-1} \quad [\text{J}] \quad (10)$$

$$L_{12} = \frac{p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2}{k-1} \quad [\text{J}] \quad (11)$$