

Calcolo degli angoli di semiapertura γ_1 e γ_2 dei coni, in funzione dell'angolo di incidenza γ tra gli assi dei coni stessi

Posto:

$$\gamma_2 = \gamma - \gamma_1$$

l'espressione $i = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1}$ diviene:

$$i = \frac{\sin(\gamma - \gamma_1)}{\sin \gamma_1} = \frac{\sin \gamma \cdot \cos \gamma_1 - \cos \gamma \cdot \sin \gamma_1}{\sin \gamma_1} = \frac{\sin \gamma}{\tan \gamma_1} - \cos \gamma$$

essendo:

$$\sin(\gamma - \gamma_1) = \sin \gamma \cdot \cos \gamma_1 - \cos \gamma \cdot \sin \gamma_1$$

da cui si ricava:

$$i \cdot \tan \gamma = \sin \gamma - \cos \gamma \cdot \tan \gamma_1$$

ovvero:

$$\tan \gamma_1 \cdot (\cos \gamma + i) = \sin \gamma$$

e in definitiva:

$$\tan \gamma_1 = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma + i} \quad (1)$$

Analogamente, essendo:

$$\gamma_1 = \gamma - \gamma_2$$

si ottiene:

$$i = \frac{\sin \gamma_2}{\sin(\gamma - \gamma_2)} = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma \cdot \cos \gamma_2 - \cos \gamma \cdot \sin \gamma_2}$$

da cui:

$$i \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma_2 - i \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma_2 = \sin \gamma_2$$

Dividendo entrambi i membri per $\cos \gamma_2$ si ricava:

$$i \cdot \sin \gamma - i \cdot \cos \gamma \cdot \tan \gamma_2 = \tan \gamma_2$$

ovvero:

$$\tan \gamma_2 \cdot (1 + i \cdot \cos \gamma) = i \cdot \sin \gamma$$

da cui:

$$\tan \gamma_2 = \frac{i \cdot \sin \gamma}{1 + i \cdot \cos \gamma} \quad (2)$$