

ESERCIZIO SVOLTO

Argomenti:

A Progettazione con limitazione dell'angolo di torsione

A Esercizio 1

Uno Studio tecnico operante nel campo della progettazione di organi di macchine ha ricevuto l'incarico di progettare un albero di trasmissione avente lunghezza:

$$l_{\text{albero}} = 200 \text{ mm}$$

soggetto prevalentemente a torsione.

L'albero, di sezione circolare piena, dovrà essere di acciaio non legato da bonifica UNI EN ISO 683-2:2018-C 40 ($R_{eH} = 400 \text{ N/mm}^2$).

Il momento torcente agente su di esso vale $80 \text{ N} \cdot \text{m}$; il coefficiente di elasticità normale E viene assunto pari a $206\,000 \text{ N/mm}^2$.

Si prevede che l'albero sia soggetto a frequenti arresti e inversioni del moto.

Il progettista avrà anche il compito di valutare se il progetto dovrà essere modificato tenendo conto che l'angolo di torsione, misurabile alle due estremità dell'albero, non può superare $0,30^\circ$.

SOLUZIONE Per progettare a torsione un albero di sezione circolare piena si può utilizzare l'espressione:

$$D_{\min} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{\text{adm}}}}$$

Essendo:

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{R_{eH}}{k_{sn}}$$

risulta:

$$\sigma_{\text{adm stat}} = \frac{400}{1,5} = 266,67 \text{ N/mm}^2$$

avendo assunto come coefficiente di sicurezza riferito allo snervamento $k_{sn} = 1,5$.

Il carico di sicurezza a torsione, statico $\tau_{\text{adm stat}}$ sarà:

$$\tau_{\text{adm stat}} = \frac{\sigma_{\text{adm stat}}}{\sqrt{3}} = \frac{266,67}{\sqrt{3}} \approx 153,96 \text{ N/mm}^2$$

Dal momento che si prevede che l'albero sia soggetto a frequenti arresti e inversioni del moto, occorre calcolare il carico di sicurezza a torsione, a fatica $\tau_{\text{adm fatica}}$. Esso vale:

$$\tau_{\text{adm fatica}} = \frac{\sigma_{\text{adm fatica}}}{3} = \frac{153,96}{3} = 51,32 \text{ N/mm}^2$$

Avremo perciò:

$$D_{\min} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 80\,000}{\pi \cdot 51,32}} \approx 19,95 \text{ mm}$$

valore che arrotonderemo per eccesso a 22 mm.

Ipotizziamo ora che l'angolo di torsione massimo ammissibile, misurabile alle due estremità dell'albero, sia pari a $0,30^\circ$; applichiamo l'espressione:

$$D_{\min} = \left(\frac{32 \cdot M_t \cdot l}{\pi \cdot G \cdot \vartheta_{\text{tot max}}} \right)^{0,25}$$

Il coefficiente di elasticità tangenziale G vale:

$$G = 0,385 \cdot E = 0,385 \cdot 206\,000 = 79\,310 \text{ N/mm}^2$$

Dall'espressione:

$$\vartheta(\text{rad}) = \vartheta^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$$

si ricava:

$$\vartheta_{\max}(\text{rad}) = 0,3^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \approx 0,005236 \text{ rad}$$

Risulta quindi:

$$D_{\min} = \left(\frac{32 \cdot 80\,000 \cdot 200}{\pi \cdot 79\,310 \cdot 0,005236} \right)^{0,25} \approx 25,03 \text{ mm}$$

valore che arrotonderemo per eccesso a 26 mm.

Osservazione finale

Come si può notare, il diametro minimo dell'albero, se calcolato tenendo conto del limite non superabile dell'angolo di torsione, ha un valore superiore a quello calcolato con le consuete formule relative alla limitazione delle tensioni interne. Ciò significa che, in questo caso, la limitazione delle deformazioni è una condizione più restrittiva rispetto alla condizione della limitazione delle tensioni interne. Messo di fronte alla scelta del valore del diametro finale da assegnare all'albero, il progettista avrà sicuramente indicato il secondo valore, cioè 26 mm.